(امتحان ورنیکلر فائنل کی جدید سکیم کے مطابق)

فہرست مضامین

یہ اوزار ضروری ہیں ۔
پروٹریکٹر
سٹ سکوئر
قینچی
ترازو
پرکار
پنسل
انچ اور انچ کے دسویں حصے
سنٹی میٹر اور ملی میٹر
پیمانہ
یہ تمام اوزار ارزاں قیمت پر پبلیشرز سے مل سکتے ہیں

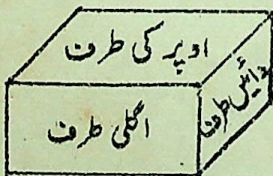
حصّہ اوّل

پہلا باب

مُجسّم - سطح - خط - نقطہ

مُجسّم (SOLID)

۱ دیکھو - یہ ایک اینٹ ہے - اس نے کچھ جگہ گھیر رکھی ہے - تمام چیزوں کو جو جگہ گھیرتی ہیں - مجسم کہتے ہیں - خواہ ان کی شکل صورت کیسی ہی ہو - پنسل - گولا - پانی کا قطرہ - کاغذ کا تختہ سب مجسم ہیں +

سطح
(SURFACE)

2 اب دیکھو۔ اس اینٹ کی چھ طرفیں ہیں۔ اوپر کی طرف۔ نیچے کی طرف۔ آگے کی طرف۔ پیچھے کی طرف۔ دائیں طرف۔ بائیں طرف۔ ایسی طرفوں کو جن سے کوئی مجسّم گھرا ہوُا ہو سطح کہتے ہیں +
یہ نہ سمجھنا۔ کہ اس کتاب کا ورق سطح ہے۔ ورق مجسّم ہے۔ کیونکہ یہ دَل دار ہے۔ یہ در اصل دو صفحوں سے گھرا ہوُا ہے اور صفحے بے شک سطح ہیں۔
پس یاد رکھو۔ **سطح کی موٹائی نہیں ہوتی** +
ذرا اپنے ذہن میں پانی کے بلبلے کا تصوّر باندھو۔ پانی کی جھلّی سطح نہیں۔ بلکہ یہ ایک نہایت پتلا مجسّم ہے۔ جو شکل میں ایک کھوکھلا کُرہ ہے۔ اُس کی دو سطحیں ہیں۔ ایک اندرونی۔ دوسری بیرونی۔ اور بلبلے کے اندر جو ہوا بھری ہوئی ہے۔ اس کی شکل کُرے کی ہے +
سطح دو قسم کی ہوتی ہے۔ ہموار (Plane) اور منحنی (Curved) جو سطح چپٹی ہوتی ہے۔ اُسے ہموار کہتے ہیں۔ اینٹ یا مکعّب کی چھئوں طرفیں ہموار ہوتی ہیں + پنسل تین سطحوں سے گھری ہوئی ہوتی ہے۔ اُس کی ایک سطح تو منحنی ہوتی ہے۔ اور باقی دو سطحیں سروں پر ہموار ہوتی ہیں +

اب ہم تم کو ایسی ترکیب بتاتے ہیں۔ جس سے تم فوراً معلوم کر لوگے۔ کہ فلاں سطح ہموار ہے یا منحنی + اپنے مسطر کو سطح پر رکھو۔ اگر مسطر ہر حالت میں سارے کا سارا سطح پر آ جائے۔ تو سطح ہموار ہوگی۔ ورنہ منحنی +

نوٹ۔ اُستاد کو چاہئے۔ کہ مسطر کو میز پر اور گولے پر رکھ کر طلبا کے ذہن نشین کر دے۔ کہ ہموار اور مُنحنی سطح میں کیا فرق ہوتا ہے +

مشق ۱۔ مذکورہ بالا ترکیب سے بیلن کی منحنی سطح کا امتحان کرو۔ دیکھو بعض حالتوں میں تو مسطر سارے کا سارا سطح پر ٹکا رہتا ہے۔ مگر سب حالتوں میں نہیں +

مشق ۲۔ گولے اور مخروط کی منحنی سطح کا امتحان کرو +

مشق ۳۔ کوئی ایسا مجسّم بتاؤ۔ جو بالکل ہموار سطحوں سے گھرا ہؤا ہو +

مشق ۴۔ ایک ایسا مجسّم بتاؤ۔ جو بالکل منحنی سطح سے گھرا ہؤا ہو +

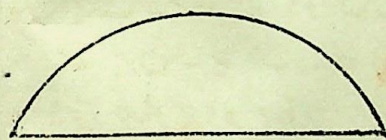
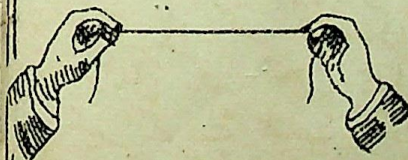
مشق ۵۔ ایسا مجسّم بتاؤ۔ جو کچھ تو ہموار سطحوں سے اور کچھ منحنی سطح سے گھرا ہؤا ہو +

خط (LINE)

۳ غور سے دیکھو۔ اینٹ کی دائیں طرف کی سطح سامنے

کی سطح کے ساتھ مل کر کنارہ پیدا کرتی ہے۔ اس کنارے کو خط کہتے ہیں۔ چونکہ یہ کنارہ سیدھا ہوتا ہے۔ اس لئے اس کو سیدھا خط یا خط مستقیم (Straight Line) کہتے ہیں +

بے تراشی ہوئی پنسل کو دیکھو۔ جہاں منحنی سطح ہموار سرے کے ساتھ ملتی ہے۔ وہاں منحنی خط (Curved Line) پیدا ہو گیا ہے۔ پس جہاں دو سطحیں ملتی ہیں۔ وہاں خط بن جاتا ہے +

اگر تم اپنے سفید کاغذ کے کچھ حصّے کو سیاہ کر دو۔ تو سیاہ اور سفید کے درمیان جو حد ہے۔ اُس کی چوڑائی کچھ نہیں ہوتی + یہ حد نہ تو سفید سطح ہے اور نہ سیاہ سطح۔ بلکہ ایک خط ہے +

جب ہم کاغذ پر پنسل کی باریک نوک پھراتے ہیں۔ تو خط بن جاتا ہے۔ تنا ہوا باریک دھاگا بھی سیدھے خط کی عمدہ مثال ہے۔ مگر سچ پوچھو تو یہ خط نہیں ہوتے۔ کیونکہ ان کی کچھ نہ کچھ موٹائی اور چوڑائی ضرور ہوتی

ہے - اس لئے یاد رکھو - کہ خط کی صرف لمبائی ہوتی ہے - چوڑائی اور موٹائی نہیں ہوتی +
خط کو دو حرفوں سے ظاہر کیا کرتے ہیں - جو اُس کے سروں پر لکھّے جاتے ہیں - مثلاً یہ تین خط ہیں - ایک خط ا ب - دوسرا ج د - تیسرا ط ی +

نقطہ (POINT)

۴ اینٹ کے ایسے دو کنارے معلوم کرو جو باہم ملتے ہوں - یہ کنارے ایک نقطے پر ملتے ہیں - یعنی جہاں دو خط ایک دوسرے کو کاٹتے ہیں - وہاں نقطہ ہوتا ہے +
نقطے کو کاغذ پر باریک پنسل سے نشان کرکے ظاہر کیا کرتے ہیں - مگر یہ در اصل نقطہ نہیں ہوتا - یاد رکھّو - نقطے کی لمبائی چوڑائی اور موٹائی کچھ نہیں ہوتی +
تمیز کے لئے مختلف نقطوں کو مختلف حرفوں سے ظاہر کیا کرتے ہیں - مثلاً ×ا ×ب

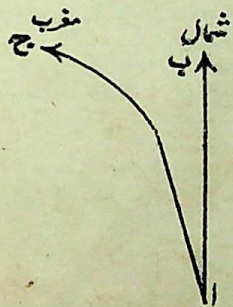
نقطۂ ا اور نقطۂ ب +

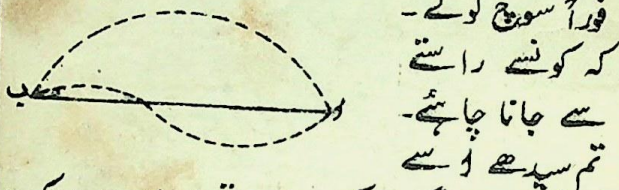
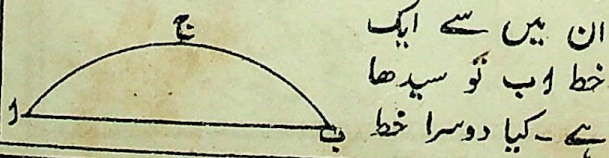
نوٹ ۱۔ نقطے کو ہمیشہ صلیبی نشان سے ظاہر کرنا چاہئے +

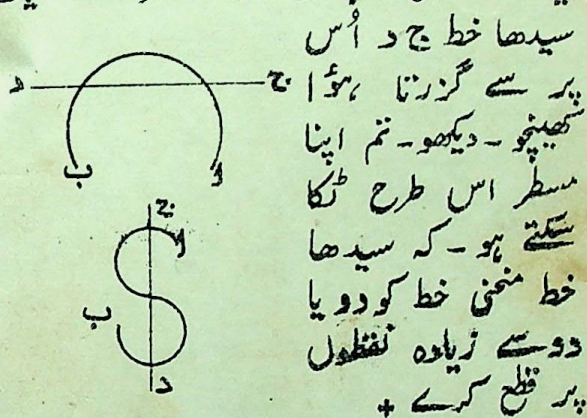
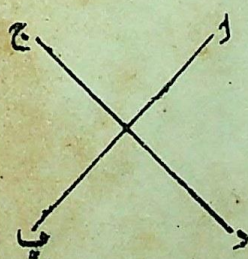
نوٹ 2۔ 'خط ا ب کو بڑھاؤ' کے یہ معنی ہیں۔ کہ خط ا ب کو ب کی طرف بڑھاؤ +

'خط ب ا کو بڑھاؤ' کے یہ معنی ہیں۔ کہ خط ا ب کو ا کی طرف بڑھاؤ +

5 سیدھا یا مستقیم خط۔ اس میں کوئی شک نہیں کہ تم لفظ سیدھے کے معنی جانتے ہو۔ اور سیدھے خطوں کی مثالیں بھی دے سکتے ہو۔ مگر ہم سیدھے پن کی کچھ اور زیادہ توضیح کرنا چاہتے ہیں +

(۱) فرض کرو کہ تم ایک منحنی سڑک ا ج پر جا رہے ہو۔ دیکھو تمہارا رُخ متواتر بدلتا جاتا ہے۔ اگر شروع میں تمہارا رُخ شمال کی طرف تھا۔ تو ممکن ہے۔ کہ ذرا سی دیر میں مغرب کی طرف ہو جائے + لیکن اگر تم سیدھی سڑک ا ب پر چلو۔ تو تمہارا رُخ کبھی نہیں بدلیگا۔ اگر شروع میں تمہارا رُخ شمال کو ہوگا۔ تو اخیر تک شمال

کو ہی رہیگا۔ اس سے ظاہر ہے۔ کہ سیدھے خط کا رُخ ہمیشہ یکساں رہتا ہے +

(۲) فرض کرو۔ کہ ورزش کے میدان میں تم مقام ا پر کھڑے ہو۔ اور تمہارا دوست مقام ب پر ہے۔ اور تم نہایت چھوٹے راستے سے اپنے دوست کے پاس جانا چاہتے ہو۔ تم فوراً سوچ لوگے۔ کہ کونسے راستے سے جانا چاہئے۔ تم سیدھے ا سے ب تک چلوگے۔ دیکھو۔ یوں تو ا سے ب تک جانے کے لئے بے شمار راستے ہیں۔ مگر سب سے چھوٹا راستہ صرف ایک ہی ہے۔ اور وہ سیدھا خط ہے۔ جو ا سے ب تک کھنچ سکتا ہے +
اپنے مسطر سے ا اور ب کے درمیان ایک سے زیادہ سیدھے خط کھینچنے کی کوشش کرو۔ تم کو فوراً معلوم ہو جائیگا۔ کہ دو نقطوں کے درمیان ایک سے زیادہ خط مستقیم نہیں کھنچ سکتے +

(۳) یہ کچھ جگہ دو خطوں سے گھری ہوئی ہے۔ ان میں سے ایک خط ا ب تو سیدھا ہے۔ کیا دوسرا خط

بھی سیدھا ہو سکتا ہے ؟ ہرگز نہیں۔
کیونکہ ہم ابھی دیکھ چکے ہیں۔ کہ اگرچہ ا
اور ب کے درمیان منحنی خط اج ب جیسے تو
بے شمار کھچ سکتے ہیں۔ مگر سیدھا خط صرف
ایک ہی کھچ سکتا ہے۔ پس یاد رکھو کہ دو
سیدھے خط جگہ نہیں گھیر سکتے +

(۷) ایک خط منحنی اب لو۔ اور مسطر سے ایک
سیدھا خط ج د اُس
پر سے گزرتا ہوُا
کھینچو۔ دیکھو۔ تم اپنا
مسطر اس طرح ٹکا
سکتے ہو۔ کہ سیدھا
خط منحنی خط کو دو یا
دو سے زیادہ نقطوں
پر قطع کرے +

اب ایک سیدھا خط اب لو۔ اور مسطر سے
ایک سیدھا خط ج د اُس پر سے گزرتا ہوُا
کھینچو۔ کیا تم اپنا
مسطر اس طرح ٹکا
سکتے ہو۔ کہ خط ج د
خط اب کو ایک سے
زیادہ نقطوں پر قطع
کرے ؟ ذرا سی

سوالات نمبر ۱

1 بتاؤ - کم سے کم کتنے سیدھے خطوں سے جگہ گھر سکتی ہے ؟

تین سیدھے خط اس طرح کھینچو - کہ اُن سے جگہ گھر جائے ؟

چار سیدھے خط اس طرح کھینچو - کہ اُن سے جگہ گھر جائے ؟

2 کیا دو منحنی خط جگہ گھیر سکتے ہیں ؟ اگر گھیر سکتے ہیں - تو ہاتھ سے یا پرکار سے دو منحنی خط کھینچو - جو جگہ کو گھیریں ؟

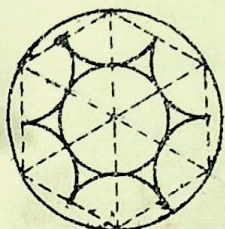
3 کیا ایک منحنی خط جگہ گھیر سکتا ہے ؟ ہاتھ سے یا پرکار سے شکل بنا کر اپنے جواب کی توضیح کرو ؟

4 کاغذ پر ایک نقطہ لگاؤ اور اُسے ا سے ظاہر کرو - بتاؤ ا میں سے مختلف سمتوں میں کتنے سیدھے خط گزر سکتے ہیں ؟

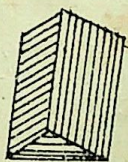
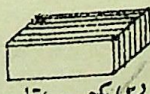
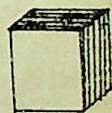
سات سیدھے خط ا میں سے گزرتے ہوئے مسطر سے کھینچو ؟

5 دو نقطے ا اور ب لو - اب کو ملاؤ - دیکھو جب ایسے دو نقطے معلوم ہو جاتے ہیں - جن میں سے کوئی سیدھا خط گزرتا ہے - تو اُس کی جگہ قائم ہو جاتی ہے - ا سے ب تک منحنی خط کھینچ سکتے ہیں ؟ ہاتھ سے یا پرکار سے اس قسم

کے تین منحنی خط کھینچو ۔

6 تین نقطے ا، ب، ج ایسے لو۔ کہ وہ سب کے سب ایک خط مستقیم میں نہ ہوں ۔ بتاؤ۔ ان نقطوں کے جوڑوں کو ملانے کے لئے کتنے مستقیم خط کھینچ سکتے ہیں ۔ اور ان نقطوں کو کھینچ دو ۔

7 بتاؤ۔ اس شکل میں کونسے خطوط منحنی ہیں اور کونسے مستقیم؟

مجسّمات کے نمونے

(MODELS OF SOLIDS)

7 دیکھو یہ چند کاٹھ کے مجسّم ہیں۔ ان کی شکلیں

مختلف ہیں - اسی لئے ان کے نام بھی مختلف
ہیں - پہلا مکعّب (Cube) ہے - دوسرا
مکعّب نما (Cuboid) - تیسرا تکونی مینار
(Tetrahedron) - چوتھا منشور (Prism) پانچواں
مخروط (Cone) - چھٹا بیلن یا اسطوانہ (Cylinder)
ساتواں کرہ (Sphere) آٹھواں نصف کرہ
(Hemisphere) +
اُستاد کو چاہئے - کہ لڑکوں سے مجسموں کا مشاہدہ
ذیل کے طریقے سے کرائے :-
مکعّب بائیں ہاتھ میں اُٹھاؤ - اوپر کی طرف کونسی
ہے ؟ نیچے کی ؟ دائیں ؟ بائیں ؟ آگے کی ؟
پیچھے کی ؟ کل کتنی طرفیں ہیں ؟ چھ - پس مکعّب
کی چھ طرفیں (Six Faces) ہوتی ہیں +
مکعّب کے اوپر کتنے کنارے ہیں ؟ چار - نیچے ؟
چار - اطراف میں چار - کل کنارے کتنے ہوئے ؟
بارہ - پس مکعب کے بارہ کنارے (Twelve edges)
ہوتے ہیں +
مکعّب کے اوپر کتنے کونے ہیں ؟ چار - نیچے ؟
چار - کل کتنے ؟ آٹھ - پس مکعّب کے آٹھ کونے
(Eight Corners) ہوتے ہیں +
اب اُستاد کو چاہیئے - کہ مندرجہ بالا طریق کے
مطابق مجسمات کا مشاہدہ کرا کے طلبا سے ذیل
کی جدول کی خانہ پُری کرائے +

	کتنی طرفیں؟	کتنے کنارے؟	کتنے کونے؟
مکعب نما یا اینٹ	6	12	8
تکونی مینار			
سہ پہلو منشور			
چو پہلو منشور			
چھ پہلو منشور			
مخروط			
بیلن			
کرہ			
نصف کرہ			

8 امتداد (Dimensions) اگر تم بڑھئی کو صندوق بنانے کے لئے کہو۔ تو وہ تم سے فوراً پوچھیگا۔ کہ صاحب کتنا لمبا ۔ کتنا چوڑا اور کتنا اونچا بناؤں ۔ چنانچہ تم کو اپنی ضرورت کے مطابق لمبائی ۔ چوڑائی اور اونچائی یعنی طول ۔ عرض اور بلندی بتانی پڑیگی ۔ طول (Length) عرض (Breadth) بلندی (Height) کو امتداد بولتے ہیں ۔ تالاب کے تین امتداد طول ۔ عرض اور عمق یعنی گہرائی (Depth) ہوتے ہیں ؟
مشق ۱ - اینٹ کے کتنے امتداد ہوتے ہیں ؟

مکعب کے کتنے ؟ کتاب کے کتنے ؟

مشق 2 - کتاب کے صفحے کے کتنے امتداد ہوتے ہیں ؟

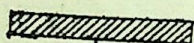
مشق 3 - مکعّب کے کنارے کے کتنے امتداد ہوتے ہیں ؟ اور اس صفحے کے کنارے کے کتنے ؟

مشق 4 - کاغذ کے تختے کو موڑ کر کھوکھلا بیلن بناؤ۔

مشق 5 - کچھ پیسے اوپر تلے رکھ کر ٹھوس بیلن بناؤ۔

راسی اور اُفقی خط

(VERTICAL AND HORIZONTAL LINES)

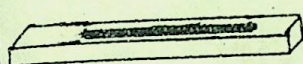
9 اگر ایک باریک دھاگے کے ساتھ بوجھ باندھ کر لٹکائیں - تو وہ راسی خط (Vertical Line) ظاہر کریگا۔

اگر ایک پتھّر کو اوپر سے بے روک ٹوک چھوڑیں تو وہ راسی خط میں نیچے کو گریگا۔

کمرے کی دو دیواریں جس خط پر ملتی ہیں - وہ خط راسی ہوتا ہے - ساہل (Plumb Line) ہمیشہ راساً لٹکتا ہے - اسی سے معمار دیوار کی راسی سمت کا اندازہ کیا کرتے ہیں۔

ایک دیوار کے نقطہ و سے ساہل

اس طرح لٹک رہا ہے - کیا یہ دیوار درست چُنی گئی ہے +

10 ساکن پانی کی سطح ہمیشہ ہموار ہوتی ہے - اس پر اگر کوئی پنسل تیرے تو وہ اُفقی خط (Horizontal Line) کو ظاہر کریگی +

کمرے کی دیواریں فرش یا چھت سے جن خطوں پر ملتی ہیں - وہ افقی ہوتے ہیں +

معمار لوگ افقی سمت کا اندازہ سپرٹ لیول (Spirit Level) سے کیا کرتے ہیں +

11 اگر تمہاری جماعت کے تمام لڑکے اپنے ہاتھوں کو سیدھے اوپر کی طرف اُٹھائیں - تو تمام ہاتھ راسی ہونگے - اور اُن کی سمت ایک ہی ہوگی +
اگر تمام لڑکے اپنے ہاتھوں کو ٹھیک مشرق کی طرف پھیلائیں - تو تمام ہاتھ اُفقی ہونگے - اور اُن کے ہاتھوں کی سمت ایک ہی ہوگی +
لیکن اگر جماعت کے تمام لڑکے اپنے ہاتھوں کو افقاً پھیلا کر کسی شخص کی طرف جو کمرے کے بیچ میں کھڑا ہو - اشارہ کریں - تو بلا شک اُن کے ہاتھ اُفقی ہونگے - مگر اُن کے ہاتھوں کی سمتیں مختلف ہونگی +
اوپر کے بیان سے ظاہر ہے - کہ تمام راسی خطوں کی سمت ایک ہی ہوتی ہے - لیکن یہ ضروری نہیں - کہ تمام اُفقی خطوں کی سمت ایک ہی ہو - یعنی اُفقی خطوں کی سمت ایک بھی ہو سکتی ہے - اور

مختلف بھی - جن خطوں کی سمت ایک ہی ہوتی ہے - اُن کو متوازی خطوط (Parallel Lines) کہتے ہیں - تمام راسی خط متوازی ہوتے ہیں +
میز کے پائے متوازی ہوتے ہیں +
چارپائی کی باہیاں متوازی ہوتی ہیں +

سوالات زبانی

1 کمرے میں راسی اور افقی خط دکھاؤ +
2 کیا تم فرش پر راسی خط کھینچ سکتے ہو ؟
3 ایک نقطے سے کتنے راسی خط کھینچ سکتے ہیں ؟
4 ایک نقطے سے کتنے افقی خط کھینچ سکتے ہیں ؟
5 میز پر کتنے اُفقی خط کھینچ سکتے ہو ؟
6 کیا تم کمرے میں کوئی ایسی ہموار سطح دکھا سکتے ہو - کہ تمام خطوط مستقیم جو اس پر کھینچے جائیں - افقی ہوں ؟
7 کیا تم کمرے میں ایسی ہموار سطح دکھا سکتے ہو - کہ تمام خطوط مستقیم جو اُس پر کھینچے جائیں - راسی ہوں +
8 ایک مکعب میز پر رکھا ہے - بتاؤ - کون سے کنارے افقی ہیں - اور کون سے راسی ؟
9 دو لڑکے ایک تارے کی طرف دیکھ رہے ہیں - کیا وہ ایک ہی سمت میں دیکھ رہے ہیں ؟
10 تمام لڑکے بلیک بورڈ پر ایک نقطے کی طرف دیکھ رہے ہیں - کیا وہ ایک ہی سمت میں دیکھ رہے ہیں ؟

دوسرا باب

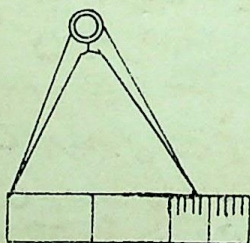
سیدھے خطوں کی پیمائش

(MEASUREMENT OF STRAIGHT LINES.)

12 عملی ہندسے میں تمھیں اکثر خطوں کے طول ماپنے کی ضرورت ہوگی - اس مطلب کے لئے تمھارے پاس ایک مسطر (Scale) ہے - جس کے ایک کنارے پر انچ اور انچ کے دسویں حصّے کے اور دوسرے کنارے پر سنٹی میٹر اور سنٹی میٹر کے دسویں حصّوں کے نشان بنے ہوئے ہیں + طالب علم کو یاد رکھنا چاہئے - کہ طول کی فرانسیسی اکائی میٹر (Metre) ہے - جو 39.37 انچ کے برابر ہوتا ہے - میٹر کے ہر دسویں حصّے کو ڈسی میٹر (Decimetre) اور ڈسی میٹر کے ہر دسویں حصّے کو سنٹی میٹر (Centimetre) اور سنٹی میٹر کے ہر دسویں حصّے کو ملی میٹر (Miilimetre) کہتے ہیں - صاف ظاہر ہے - کہ ایک سنٹی میٹر .3937 یعنی تقریباً ۰.۴ انچ کے برابر ہوتا ہے - اور ایک انچ 2.5 سنٹی میٹر کے برابر ہوتا ہے -

ایک انچ اور ایک سنٹی میٹر ——— انچ
کے طول کو خوب ذہن نشین ——— سنٹی میٹر
کر لو - تاکہ تم بلا پیمائش بتا سکو - کہ فلاں خط
تخمیناً اتنے انچ یا اتنے سنٹی میٹر لمبا ہے ۔
اختصار کے لئے فٹ کے لئے یہ نشان ′ اور
انچ کے لئے یہ نشان ″ مقرر ہے مثلاً 2 فٹ
3 انچ کو ″3 - ′2 اور 3.7 انچ کو ″3.7 لکھتے
ہیں ۔ نیز ہم سنٹی میٹر کو سم اور ملی میٹر کو
مم لکھینگے ۔

13 اگر کسی خطِ مستقیم ا ب کو ناپنا ہو - تو
پرکار کا ایک سرا نقطۂ ا پر رکھو - اور پرکار کو
یہاں تک کھولو - کہ دوسرا سرا نقطۂ ب پر آجائے -
پرکار کے دونو سروں کا درمیانی فاصلہ ا ب کا
طول ہوگا - پھر پرکار کو اُٹھا کر مسطر پر رکھو -
اور طول کو انچوں یا سنٹی میٹروں میں پڑھ لو ۔
مثلاً اس خط ا ب کا طول 3.2 سنٹی میٹر
ہے ۔

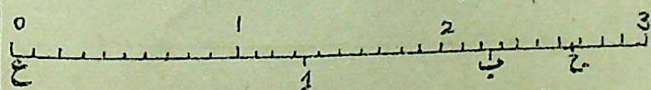
ا ——— ب

بعض دفعہ خط پر پیمانہ رکھ کر طول پڑھ لیتے

ہیں - اس طریقے سے صحیح پیمائش کرنے کے لئے مسطر کو اس طرح رکھو - کہ اس کا کنارہ جس پر نشانات لگے ہوئے ہیں - خط اب کے اوپر آجائے - اور پورے انچ یا سنٹی میٹر کا نشان خط کے ایک سرے پر ٹِک جائے ٭

نظر سے انچ کے سویں حصّوں کو جانچنا

خطوں کو انچوں یا سنٹی میٹروں میں کسر اعشاریہ کے ایک مرتبہ تک ماپنا آسان ہے - مگر اکثر ایسا ہوتا ہے - کہ خط کا طول انچ کے دسویں حصّے یا سنٹی میٹر سے ذرا آگے نکلا ہوا ہوتا ہے - ایسی صورت میں خط کے طول کا ٹھیک اندازہ کرنے کے لئے اپنے ذہن میں انچ یا سنٹی میٹر کے ہر دسویں حصّے کو دس برابر حصّوں میں تقسیم کرو - اور پھر نظر سے اندازہ لگاؤ - کہ اُن میں سے کتنے حصّے لینے کی ضرورت ہے ٭ فرض کرو - کہ پیمانے پر ہر انچ کے دس دس حصّے دکھائے گئے ہیں - اور پرکار کا ایک سرا نقطہ ع پر ہے - دوسرا ا پر ٭

0 1 2 3

ع ا ب ج

چونکہ ا ″۱.۳ اور ″۱.۴ کے وسط میں ہے - اس لئے فاصلہ ع ا ″1.35 ہے - اسی طرح نقطہ ب ″2.9 سے

چھوٹے حصّوں کی تہائی کے قریب آگئے ہیں۔ اس لئے ع ب 2.23 ہے۔ اسی طرح ع ج تقریباً 2.66 ہے +

14 اگر کسی دئے ہوئے خط مستقیم میں سے کچھ طول کاٹنا ہو۔ تو پہلے مسطر پر اتنا طول پڑھ لو۔ پھر پرکار کو اس کے مطابق کھول کر اس کا ایک سرا خط کے انجام پر رکھو۔ اور دوسرے سرے پر لگی ہوئی پنسل سے طول مطلوب کاٹ لو +

سوالات نمبر 2

1 اپنے مسطر پر دیکھ کر بتاؤ۔ کہ ۱۵ سنٹی میٹر میں تقریباً کتنے انچ ہیں ؟

2 اپنے مسطر پر دیکھ کر بتاؤ۔ کہ 4 انچ میں تقریباً کتنے سنٹی میٹر ہیں ؟

3 اب اور ج د کو انچوں اور سنٹی میٹروں میں ماپو +

ا ———— ب

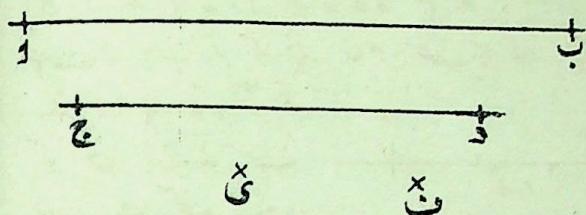
ج ———— د

4 نیچے کی شکل میں اب ، ج د ، ی ت کو پہلے

انچوں میں اور پھر سنٹی میٹروں میں ماپو +

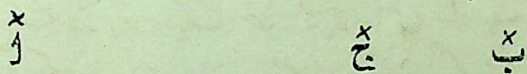
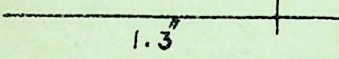
ا ب

ج د

ی ف

5 نیچے کی شکل میں ا ب اور ب ج کو انچوں میں ماپو اور اُن کے حاصلِ جمع کی پڑتال ا ج کو ماپ کر کرو +

ا ب ج

6 نیچے کی شکل میں ا ب اور ب ج کو سنٹی میٹروں میں ماپو - اور اُن کے حاصلِ تفریق کی پڑتال ا ج کو ماپ کر کرو +

ا ج ب

7 جو کاغذ تم استعمال کر رہے ہو - اس کا طول انچوں اور سنٹی میٹروں میں معلوم کرو +

نوٹ - ممکن ہے - تمہارا مسطر چھوٹا ہو - ایسی صورت میں ماپنے کی ترکیب یہ ہے - کہ کاغذ کے کنارے پر پنسل سے نشان کر کے اُس کے طول کو دو یا زیادہ حصّوں میں تقسیم کر لو - اور پھر ان حصّوں کے طولوں کو ماپ کر جمع کر لو +

8 مندرجۂ ذیل طولوں کے برابر خط کھینچو:-
"1.4 ، "2.1 ، "3.2 ، "9. *
1.8 سم ، 7.2 سم ، 53 مم *

نوٹ - جب تم کو ایک خاص طول کا خط کھینچنے کے لئے کہا جائے - تو تم کو خط بناتے ہوئے طول سے کچھ زیادہ کھینچنا چاہئے - اور اس میں سے طول مطلوب کاٹ لینا چاہئے - جیسا کہ اس شکل سے ظاہر ہے اور اس خط کے قریب اس کا طول بھی لکھ دینا چاہئے *

"1.3

9 ایک خط "5.6 لمبا کھینچو - اور اس میں سے حصہ اب "2 اور ب ج "1.6 اور ج د "1.4 قطع کرو۔ ان حصوں کو جمع کر کے اد کا طول معلوم کرو - اور اد کو ماپ کر اپنے عمل کی پڑتال کرو *

10 پیمائش سے "2.1 + "1.4 کی قیمت معلوم کرو *
عمل - کاغذ پر ایک خط کھینچو - اس کے ایک سرے پر ا لکھو - اس میں سے اب "2.1 کے برابر اور ب ج "1.4 کے برابر قطع کرو - پھر اج کو ماپو *

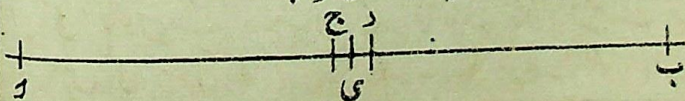
11 پیمائش سے "2.1 - "1.4 کی قیمت معلوم کرو *
عمل ایک خط کھینچو - ایک سرے پر ا لکھو - اس میں سے اب "2.1 کے برابر قطع کرو - اور ب ج "1.4 کے برابر ا کی طرف کو کاٹو - پھر اج کو ماپو *

12 ۱.3" × 3 کی قیمت پیمائش سے معلوم کرو +
عمل ایک خط کھینچو۔ اس میں سے ا ب ، ب ج، ج د ہر ایک 1.3" کے برابر قطع کرو۔ پھر ا د کو ماپو +

13 ایک خط مستقیم کھینچو۔ قیاس سے اُس کے نقطۂ وسط پر نشان کر دو۔ پھر دونو حصّوں کی پیمائش کرکے اپنے قیاس کی صحّت کا امتحان کرو + کئی خط کھینچ کر اس مشق کو دہراؤ +

14 ایک خط ا ب 3" لمبا کھینچو۔ نصف ا ب کا طول کیا ہؤا؟ ا ب میں سے ا م نصف ا ب کے برابر قطع کرو۔ م پر ا ب کی تنصیف ہو جائیگی۔ م ب کو ماپ کر اپنے عمل کی پڑتال کرو +

15 2.6" اور 5" اور 7.6 سم اور 8.5 سم لمبے خط کھینچو۔ اور پھر اُن کی تنصیف کرو +

کسی خط مستقیم ا ب کی تنصیف کرنے کا عمدہ طریقہ یہ ہے۔ کہ پرکار کے ذریعے خط کے دونو سروں سے مساوی فاصلے ا ج اور ب د ماپو۔ یہ فاصلے تقریباً خط کے نصف طول کے برابر ہونے چاہئیں۔ پھر باقی حصّے ج د کی تنصیف نظر سے کر لو +

16 کوئی تین خط مستقیم کھینچو۔ اور مندرجۂ بالا طریقے سے اُن کی تنصیف کرو +

17 اپنی پرکار ۱ انچ کھولو۔ اور اسے سنٹی میٹر کے پیمانے پر رکھ کر بتاؤ۔ کہ ایک انچ میں کتنے سنٹی میٹر اور ملی میٹر ہوتے ہیں +

18 اپنی پرکار ۱ سنٹی میٹر کھولو۔ اور انچ کے پیمانے پر رکھ کر بتاؤ۔ کہ ایک سنٹی میٹر میں کتنے انچ ہوتے ہیں؟

19 مشق 18 کی طرح ۱۰ سنٹی میٹر کو انچوں میں ماپو اور پھر ۱۰ پر تقسیم کر کے ایک سنٹی میٹر کا طول انچوں میں بتاؤ +

20 مندرجۂ ذیل طولوں کے برابر خط کھینچو:۔

(1) $3.55''$ + (2) $2.63''$ +

(3) $4.48''$ + (4) $2.62''$ +

(5) 7.83 سم + (6) 5.96 سم +

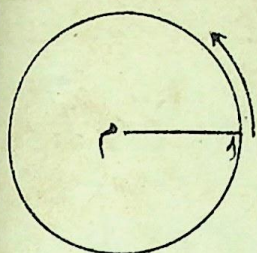
21 مندرجۂ ذیل طولوں کے برابر خط کھینچو:۔

(1) $2\frac{1}{4}$ انچ + (2) $3\frac{3}{4}$ انچ +

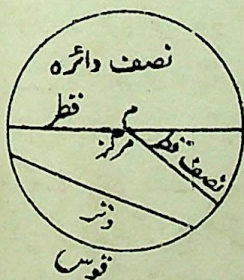
(3) $4\frac{13}{100}$ انچ + (4) $1\frac{7}{20}$ انچ +

(5) $4\frac{13}{100}$ سم + (6) $7\frac{7}{20}$ سم +

---

15 دائرہ۔ اپنے کاغذ پر ایک نقطہ م لو اور پرکار کی نوکوں کے درمیان کچھ فاصلہ مثلاً ۱ انچ لے کر اس کی سوئی کو م پر رکھو۔ اور پرکار کو اس

طرح گھماؤ۔ کہ دونو نوکوں کا درمیانی فاصلہ ہمیشہ ا رہے۔ ذرا سی دیر میں پنسل والی نوک اُسی مقام پر آ جائیگی - جہاں سے روانہ ہوئی تھی - اور ایک گول خط بن جائیگا۔ اس گول خط کو دائرہ (Circle بولتے ہیں - م اس کا مرکز (Centre) ہے - بعض دفعہ اس گول خط سے گھری ہوئی جگہ کو دائرہ کہتے ہیں - اس صورت میں گول خط کو محیط (Circumference) بولتے ہیں +

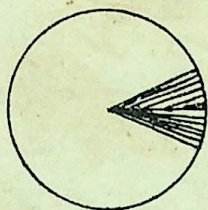
جو خط مستقیم مرکز سے محیط تک کھینچا جائے - اُسے نصف قطر (Radius) بولتے ہیں - دائرے کے تمام نصف قطر برابر ہوتے ہیں +

جو خط مرکز میں سے ہوکر دونو طرف محیط تک پہنچتا ہے - اُسے قطر (Diameter) کہتے ہیں +

محیط کے کسی حصے کو قوس (Arc) بولتے ہیں +

قوس کے سروں کو ملانے والا خط وتر (Chord) ہوتا ہے +

قطر دائرے کو دو برابر حصوں میں تقسیم کرتا

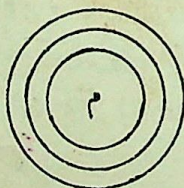
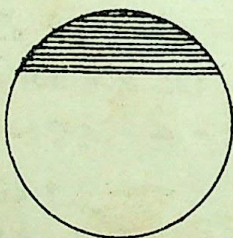
ہے - ہر ایک حصّے کو نصف دائرہ (Semicircle) بولتے ہیں ÷

کاغذ کا ایک دائرہ کاٹ کر اُسے کسی قطر کے گرد دُہرا کرو - ایک حصّہ ٹھیک دوسرے کے اوپر آئیگا ÷

دائرے کا جو حصّہ دو نصف قطروں اور اُن کی درمیانی قوس سے گھرا ہؤا ہوتا ہے - اُسے سکٹر (Sector) یعنی قطاع دائرہ کہتے ہیں ÷

قطعہ دائرہ (Segment) وہ شکل ہے - جو وتر اور محیط کے اُس حصّے سے جس کو وتر نے قطع کیا ہو - گھری ہوئی ہو ÷

ظاہر ہے کہ ہر ایک وتر دائرہ کو دو قطعوں میں تقسیم کر دیتا ہے ÷

جن دائروں کا مرکز ایک ہی نقطہ ہوتا ہے - ان کو ہم مرکز یا متحد المرکز دائرے کہتے ہیں ÷

م

منحنی خطوں کی پیمائش

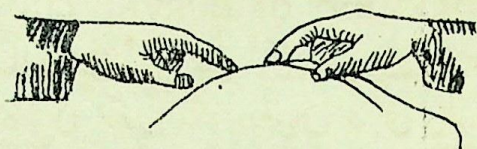
(MEASUREMENT OF CURVED LINES)

پہلا طریقہ - پرکار کے ذریعے
پرکار کی نوکوں کے درمیان 5 ملی میٹر یا 2. انچ کا فاصلہ لو - اور اُسے منحنی خط پر رکھتے چلے جاؤ - جتنی دفعہ پرکار کو منحنی خط پر رکھنا پڑے ان دفعات کی تعداد کو 5 ملی میٹر میں ضرب دو - حاصل ضرب خط منحنی کا طول ملی میٹروں میں ہوگا *

نوٹ - اگر اخیر میں خط منحنی کا کوئی حصّہ 5 ملی میٹر یا 2. انچ سے کم رہ جائے - تو اُسے الگ ماپ لینا چاہیئے *

مشق - کاغذ پر کوئی سے چار منحنی خط کھینچو - اور ان کو پرکار کے ذریعے ماپو *

دوسرا طریقہ - دھاگے کے ذریعے -
باریک دھاگا لو - اس کے ایک سرے پر گرہ لگاؤ - گرہ کو منحنی خط کے ایک سرے پر رکھو - اور جیسا کہ شکل میں دکھایا گیا ہے - انگلیوں کے ذریعے دھاگے کو تھوڑا تھوڑا کرکے منحنی خط پر رکھتے چلے جاؤ - جب منحنی خط ختم ہو جائے - تو جتنا دھاگا ماپنے میں کام آیا ہے - اُس کا طول پیمانے کے ذریعے

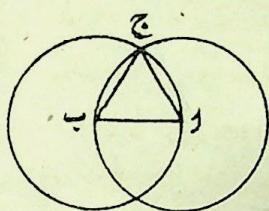
معلوم کرو ٭

مشق - کاغذ پر کوئی سے چار منحنی خط کھینچو - اور اُن کو باریک دھاگے کے ذریعے ماپو ٭

سوالات نمبر3

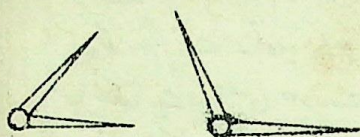
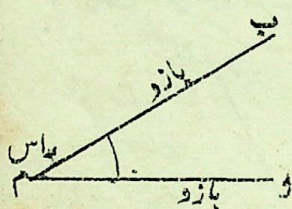
1 ایک دائرہ کھینچو - جس کا نصف قطر ″3.7 ہو -
2 ایک دائرہ کھینچو - جس کا قطر ″5 ہو ؟
3 ایک خط ″6 لمبا لو - اور اُس کے انجاموں کو مرکز مان کر ایک ایک انچ نصف قطر کے دائرے کھینچو ٭
4 ایک خط اب ″4 لمبا کھینچو - ا مرکز سے ″1.5 نصف قطر کا دائرہ کھینچو - بتاؤ - کتنا خط دائرے کے اندر آ جائیگا - اور کتنا باہر رہیگا ؟
5 ایک خط اب ″3.4 لمبا کھینچو - اس میں سے ام ″2 کے برابر قطع کرو ٭
6 ایک خط اب ″3 لمبا کھینچو - اس میں سے ام ″$1\frac{1}{2}$ قطع کرو - م مرکز سے اب قطر پر نصف دائرہ بناؤ ٭

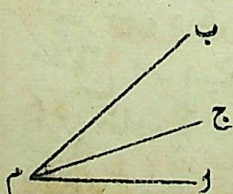
7 ہ سم لمبے قطر پر نصف دائرہ بناؤ +

8 چار ہم مرکز دائرے کھینچو ۔ جن کے نصف قطر ۱ ، 1.5 ، 2 ، 2.5 انچ ہوں +

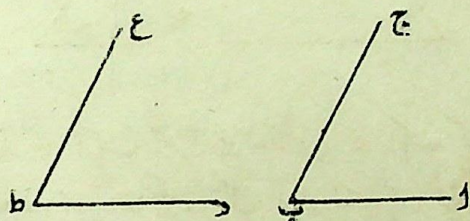
9 "1.5 لمبا خط اب لو ۔ ا کو مرکز مان کر اب نصف قطر کا دائرہ کھینچو ۔ اور ب کو مرکز مان کر ب ا نصف قطر کا دائرہ کھینچو ۔ جو پہلے دائرے کو ج پر قطع کرے ۔ ثابت کرو ۔ کہ اج اور ب ج کا طول اب کے برابر ہے +

تیسرا باب
زاویوں کی پیمائش
(MEASUREMENT OF ANGLES)

16 اپنی پرکار کو میز پر لیٹواں رکھو ۔ ایک بازو کو بائیں ہاتھ سے دبا لو ۔ اور دوسرے بازو کو دائیں

ہاتھ سے جوڑ کے گرد
گھما کر کھولو۔ دیکھو دونو
بازو ایک زاویہ (Angle)
بناتے ہیں*

اسی طرح اگر کسی نقطۂ م سے دو سیدھے خط
کھینچے جائیں۔ تو وہ
نقطۂ م پر ایک زاویہ
بناتے ہیں+ نقطۂ م
زاویہ کا راس (Vertex)
اور دونو خط زاویے
کے بازو (Arms)
کہلاتے ہیں+

ایک بازو کے کسی نقطہ پر ا اور دوسرے بازو پر
ب لکھو۔ اس صورت میں م پر کے زاویے کو زاویۂ
م یا زاویہ ا م ب یا زاویۂ ب م ا پڑھینگے۔ مطلب
یہ کہ کہنے ہیں راس پر کا حرف ہمیشہ بازوؤں
پر کے حرفوں کے بیچ میں آتا ہے*

لفظ زاویے کے لئے عموماً یہ نشان ^ برتتے ہیں۔
مثلاً زاویہ ا م ب کو اس طرح ا^م ب لکھینگے*

نوٹ۔ اگر کسی نقطے پر کئی
زاویے بنتے ہوں۔ تو ہم اُن
زاویوں میں سے کسی زاویہ کو
ایک حرف سے ظاہر نہیں

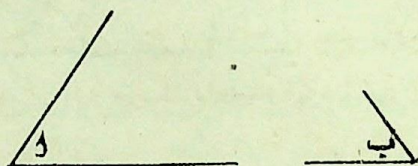
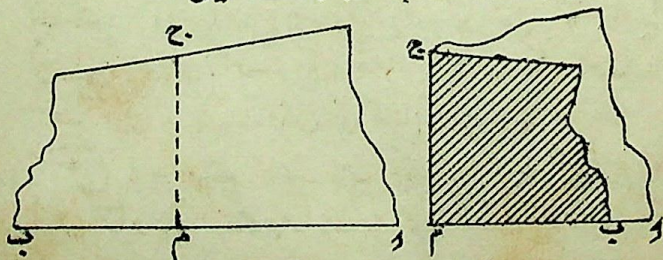
کر سکتے۔ مثلاً ہم زاویہ ا م ب کو م^ نہیں کہہ سکتے
کیونکہ م^ سے زاویہ ا م ج یا زاویہ ج م ب بھی سمجھا
جا سکتا ہے۔ ایسی صورت میں ہمیشہ زاویہ کو تین
حرفوں کے ذریعے بیان کرنا چاہیئے۔

17 اگر یہ دیکھنا منظور ہو۔ کہ دو زاویئے ا ب ج
اور د ط ع برابر ہیں یا نہیں۔ تو زاویہ ا ب ج
کو کاٹ کر دوسرے زاویئے پر اس طرح رکھو۔

کہ نقطہ ب نقطہ ط پر اور خط ب ا خط ط د پر
آ جائے۔ اب اگر خط ب ج خط ط ع پر آ جائے۔
تو سمجھ لو۔ کہ دونو زاویئے برابر ہیں۔ چاہے
ان کے بازو طول میں برابر نہ ہوں۔

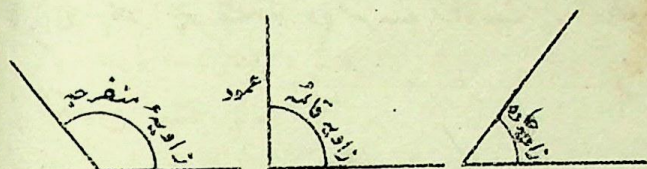
اگر ب ج زاویۂ د ط ع کے اندر پڑتا۔ تو تم کیا نتیجہ
نکالتے؟ اور اگر باہر پڑتا تو کیا نتیجہ نکالتے؟

نوٹ۔ دیکھو زاویئے کی مقدار بازوؤں کے طول پر
منحصر نہیں۔ بلکہ بازوؤں کی کشادگی پر ہے۔

مشق ۱۔ اپنے کاغذ پر ایک زاویہ کھینچو۔ اور
اُس زاویئے کے برابر پرکار کے بازوؤں کو
کھولو۔

مشق 2 - نیچے کی شکل میں کونسا زاویہ بڑا ہے؟ ایک زاوئے پر پتلا کاغذ رکھ کر چربہ اُتارو۔ اور پھر چربے کو دوسرے زاوئے پر رکھّو +

18 کاغذ کا ایک ٹکڑا لو۔ جس کا ایک کنارہ ا ب سیدھا ہو۔ (دیکھو شکل)۔ اسے اس طرح تہ کرو۔ کہ نقطۂ ب نقطۂ ا کی طرف سیدھے کنارے پر کسی جگہ آ جائے۔ پھر شکن م ج ڈالو۔ کاغذ کو کھولو۔ دیکھو دونو زاوئے ا م ج اور ب م ج باہم برابر ہیں۔ ان میں سے ہر ایک زاویہ کو قائمہ (Right Angle) کہتے ہیں۔ اور کھڑے خط م ج کو عمود ((Perpendicular) بولتے ہیں +

جو زاویہ قائمے سے چھوٹا ہو۔ اُسے حادہ (Acute Angle)

کہتے ہیں - اور جو قائمے سے بڑا ہو - اُسے منفرجہ (Obtuse Angle) بولتے ہیں +

منفرجہ عمود زاویہ قائمہ زاویہ حادہ

ایک قائمے زاوئے کے ۹۰ برابر حصّے کئے گئے ہیں - ہر ایک حصّے کو درجہ (Degree) کہتے ہیں - درجے کی علامت یہ ° ہے - پس

ایک قائمہ = ۹۰°

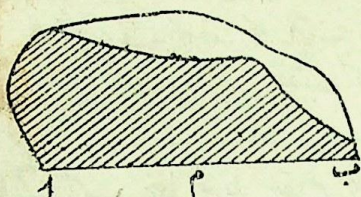
زاویوں کی پیمائش میں زاویہ قائمہ کو اکائی مانتے ہیں - اور باقی تمام زاویوں کا اندازہ اسی سے کرتے ہیں +

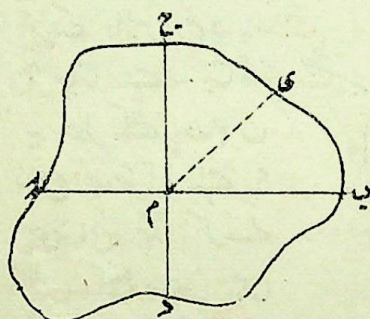
ایک درجے کے 60 برابر حصّے کئے گئے ہیں - ہر حصّے کو منٹ کہتے ہیں +

ایک منٹ کے 60 برابر حصّے کئے گئے ہیں - ہر حصّے کو سکنڈ کہتے ہیں +

اگر کسی زاوئے میں ۴۰ درجہ 35 منٹ 25 سکنڈ ہوں - تو اس کی مقدار کو اس طرح لکھینگے -

$40^\circ\ 35'\ 25''$

۱۹ مشق ۱ - کاغذ کے ایک ٹکڑے کو دُہرا کرو - جیسا کہ اس شکل میں کیا گیا ہے - پھر اس دُہرے کاغذ کو اس طرح موڑو - کہ

کنارہ م ب کنارے
م ا کے اُوپر
آجائے۔ اب کاغذ
کو کھولو۔ دیکھو
شکنوں سے چار
قائمے زاوئے بن گئے ہیں +

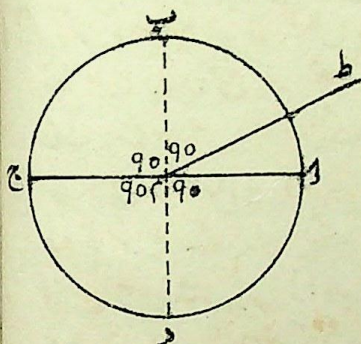
مشق 2 - اوپر کی مشق کی طرح ایک زاویہ قائمہ
ب م ج بناؤ -
اس کو کاٹ کر
علیحدہ کر لو -
پھر کاغذ کو اس
طرح موڑو - کہ
کنارہ م ب ٹھیک
کنارے م ج
کے اوپر آجائے۔ اب شکن م ی ڈالو۔ کیا اس شکن
سے زاوئے ب م ج کی تنصیف ہو گئی - یعنی
کیا زاویہ ب م ی زاوئے ی م ج کے برابر
ہے؟ زاویہ ب م ج یا ی م ج قائمے کا کونسا
حصّہ ہے؟

مشق 3 - اوپر کی مشق میں زاویہ ب م ی کی
موڑ کر تنصیف کرو۔ نیا زاویہ قائمے کا کونسا حصّہ
ہوگا؟

مشق 4 - کاغذ کا کوئی سا زاویہ بنا کر کاٹ لو۔

اور موڑ کر اُس کی تنصیف کرو۔

مشق 5۔ کاغذ کا ایک زاویہ کاٹ کر اُسے چار برابر حصّوں میں تقسیم کرو۔

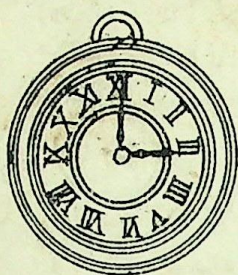
---

20 ایک خط م ط مقام ا سے روانہ ہو کر م کے گرد گھومتا ہے۔ اور م ب، م ج اور م د پر ہوتا ہُوا پورا چکّر کر کے واپس م ا پر آ جاتا ہے۔ بتاؤ۔ یہ خط کتنے درجوں میں گھوم آیا ہے؟ چوتھائی چکّر کرنے میں کتنے درجوں میں گھومتا ہے؟ آدھا چکّر کرنے میں کتنے درجوں میں؟

پس یاد رکھو۔

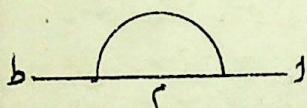
پورے چکّر میں 4 قائمے یعنی 360° ہوتے ہیں۔

آدھے چکّر میں 2 قائمے یعنی 180° ہوتے ہیں۔

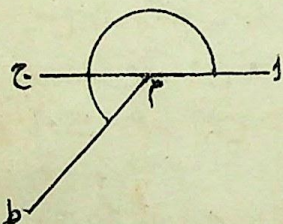
چوتھائی چکّر میں ا قائمہ یعنی 90° ہوتے ہیں۔

مشق ا۔ بتاؤ۔ گھڑی کی منٹ کی سوئی پاؤ گھنٹے میں کتنے درجے گھومتی ہے؟ آدھ گھنٹے میں کتنے؟ پون گھنٹے میں کتنے؟ ایک گھنٹے

ہیں کتنے ؟

مشق ۲۔ گھڑی کی منٹ کی سوئی ۱۰ منٹ ہیں کتنے درجے گھومتی ہے؟ ۱۵ منٹ ہیں کتنے؟ ۲۰ منٹ ہیں کتنے؟ ۳۵ منٹ ہیں کتنے؟ ۵۰ منٹ ہیں کتنے؟

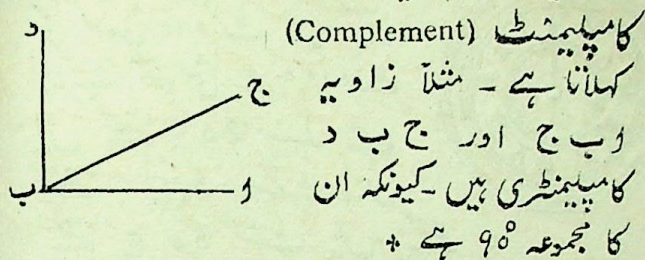
۲۱ اگر دفعہ ۲۰ کی شکل ہیں م کے گرد گھومنے والا خط م ج پر پہنچ کر ٹھیر جائے۔ تو خط م ا اور م ط ایک سیدھ ہیں ہو جائینگے اور اس لئے زاویہ ا م ط دو قائموں کے برابر ہوگا۔

ط ——— م ——— ا

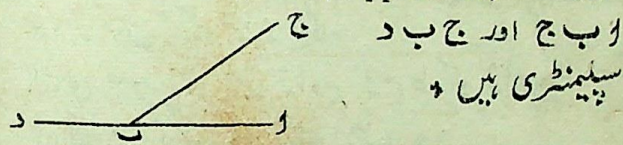
ایسی صورت ہیں زاویہ ا م ط کو زاویۂ مستقیم (Straight Angle) کہتے ہیں *

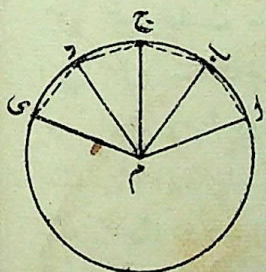
اگر خط م ط خط م ج سے آگے نکل کر حالت م ط ہیں ٹھیر جائے۔ جیسا کہ اس شکل سے ظاہر ہے۔ تو زاویہ ا م ط دو قائموں سے بڑا اور چار قائموں سے چھوٹا ہوگا۔ اور اس قسم کے زاوئے کو زاویۂ معکوس (Reflex Angle) کہتے ہیں *

ج ——— م ——— ا

ط

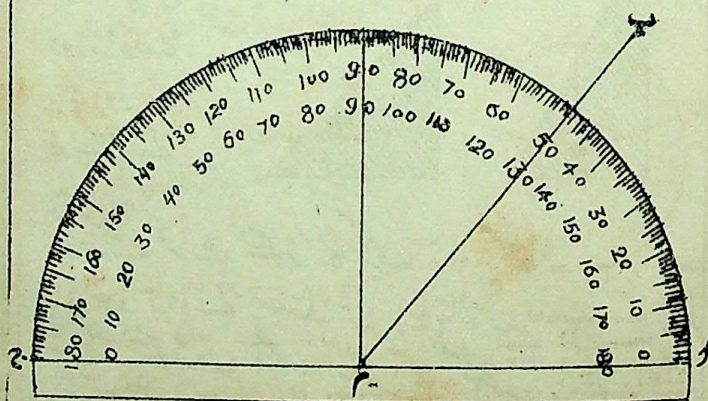
اگر دو زاویوں کا مجموعہ ایک قائمہ کے برابر ہو۔ تو

اُن کو کامپلیمنٹری زاوئے (Complementary Angles) کہتے ہیں - اور ایک زاویہ دوسرے زاوئے کا کامپلیمنٹ (Complement) کہلاتا ہے - مثلاً زاویہ
ا ب ج اور ج ب د
کامپلیمنٹری ہیں - کیونکہ ان کا مجموعہ °۹۰ ہے +

اگر دو زاویوں کا مجموعہ دو قائموں کے برابر ہو - تو اُن کو سپلیمنٹری زاوئے (Supplementary Angles) کہتے ہیں - اور ایک زاوئے کو دوسرے زاوئے کا سپلیمنٹ (Supplement) کہتے ہیں - مثلاً زاوئے
ا ب ج اور ج ب د
سپلیمنٹری ہیں +

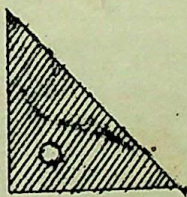
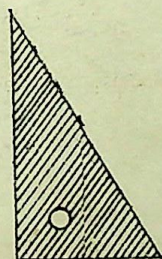
---

22 کاغذ پر ایک دائرہ کھینچو - پرکار کی نوکوں کے درمیان تھوڑا سا فاصلہ لے لو - اس فاصلے پر پرکار سے دائرے کے محیط پر ا، ب، ج وغیرہ نقطے لگاؤ - اُن کو مرکز م سے ملاؤ +

صاف ظاہر ہے - کہ اس عمل سے دائرے میں مساوی وتر ا ب، ب ج، ج د وغیرہ رکھے جائینگے +

اب تم کاغذ کے ٹکڑے ا م ب ، ب م ج وغیرہ تراش لو۔ اور ان سب کو ایک دوسرے کے اوپر رکھو۔ دیکھو سب ٹکڑوں کی قوسیں ایک دوسری کے اوپر ٹھیک ٹھیک آ جاتی ہیں۔ اور زاوئے ا م ب ، ب م ج وغیرہ بھی ایک دوسرے کے اوپر ٹھیک آ جاتے ہیں۔ اس سے ثابت ہوتا ہے۔ کہ جب تم کسی دائرے میں برابر برابر وتر رکھتے ہو۔ تو برابر قوسوں کے سامنے مرکز پر کے زاوئے برابر ہوتے ہیں۔ یہ اصول بہت مفید ہے۔ اور اسی اصول پر پروٹریکٹر (Protractor) بنایا گیا ہے +

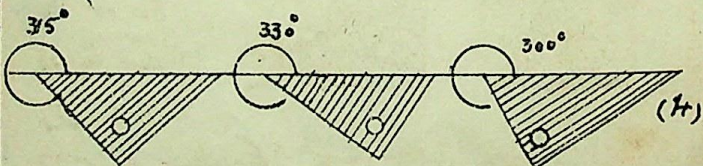
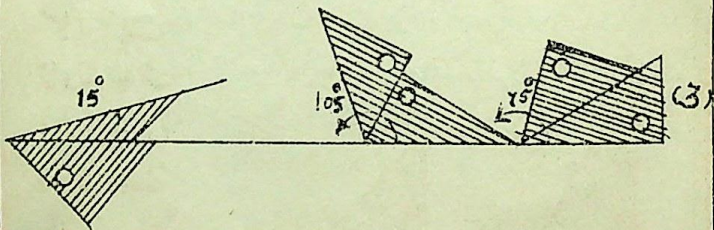
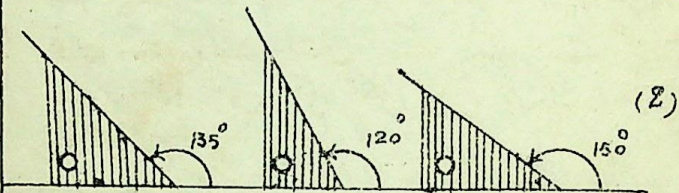
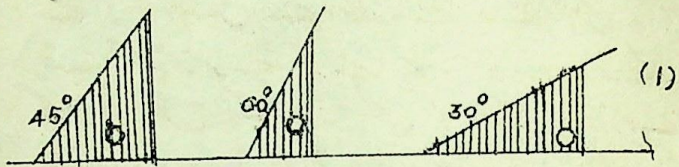
---

23 یہ پروٹریکٹر کی تصویر ہے۔ جو زاویوں کے ماپنے کے لئے کام آتا ہے۔ یہ نصف دائرے

کی شکل کا ہوتا ہے - اس کی قوس 180 برابر حصّوں میں منقسم ہوتی ہے - جو سہولت کے لئے دونو سروں سے شمار کیئے جاتے ہیں +

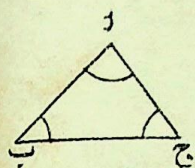
جب کسی زاوئے کو ماپنا ہو - تو پروٹریکٹر کو اس طرح رکھو - کہ اُس کا مرکز م زاوئے کے راس پر آجائے - اور قطر ج ا زاوئے کے ایک بازو پر - پھر دیکھو - کہ دوسرا بازو قوس کے کونسے نشان کے نیچے سے گزرتا ہے - مثلاً اوپر کی شکل میں زاویہ ا م ب 50° کا ہے +

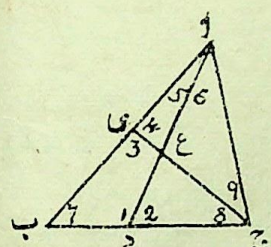
24 سٹ سکوئر (Set-square) اپنے سٹ سکوئروں کو دیکھو - ان کی شکل تکونی ہے - ایک سٹ سکوئر کا ایک زاویہ قائمہ اور باقی دو زاوئے 30 اور 60 درجے کے ہیں +

دوسرے سٹ سکوئر کا ایک زاویہ قائمہ ہے - اور باقی دو زاوئے پینتالیس پینتالیس درجے کے ہیں +

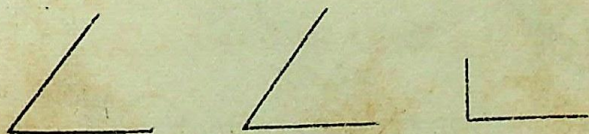
سٹ سکوئروں کے ذریعے ہم کسی خط کے ساتھ چند مختلف زاوئے بنا سکتے ہیں - مندرجہ ذیل

شکلوں سے صاف ظاہر ہو جائیگا۔ کہ سٹ سکوئروں
کو کس طرح ٹکانا چاہیئے۔ غور سے دیکھو:۔

سٹ سکوئروں کا استعمال تم آگے چل کر
سیکھو گے ۔

سوالات نمبر 13

ا ب ج

1 اس شکل کے تینوں زاویوں میں سے ہر زاویہ کو تین حرفوں کے ذریعے بیان کرو +

2 اس شکل میں 1، 2، 3 وغیرہ زاویوں کو تین تین حرفوں کے ذریعے اُن تمام طریقوں سے ظاہر کرو - جس سے کہ ان کا ظاہر کیا جانا ممکن ہے +

و ی ب د ج 1 2 3 4 5 6 7 8 9

3 نظر سے بتاؤ - کہ ان تین زاویوں میں سے کونسا زاویہ سب سے بڑا ہے - اور کونسا سب سے چھوٹا - پھر باریک کاغذ پر اُن کے چربے اُتارو - اور چربوں کو ایک دوسرے پر رکھ کر اپنے قیاس کی پڑتال کرو +

4 مختلف زاویوں کے درجے نیچے لکھے جاتے ہیں - بتاؤ - یہ کس قسم کے زاویئے ہیں :-

$190°$ ، $180°$ ، $178°$ ، $90°$ ، $89°$

5 بتاؤ - گھڑی کی سوئیوں کے درمیان کتنے درجے

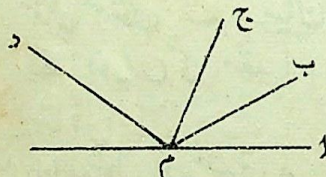
کا زاویہ ہوگا - جبکہ اس میں

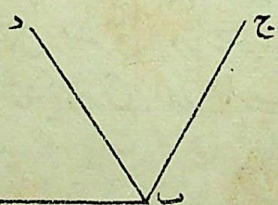
(1) 12 بجیں + (2) 3 بجیں +

(3) 6 بجیں + (4) 7 بجیں +

6 بتاؤ گھڑی کے گھنٹے کی سوئی ایک گھنٹے میں کتنے درجے گھومتی ہے؟ 2 گھنٹے میں کتنے؟ 3 گھنٹے میں کتنے؟

7 بتاؤ - گھڑی کے گھنٹے کی سوئی آدھ گھنٹے میں کتنے درجے گھومتی ہے؟ پاؤ گھنٹے میں کتنے؟ ۱۵ منٹ میں کتنے؟

8 امب اور بمج کو درجوں میں ماپو - دونو کے درجوں کو جمع کرو - حاصل جمع کی پڑتال امج کو ماپ کر کرو +

9 اوپر کی شکل میں امج اور جمد کو ماپو - اور اُن کے حاصل جمع کی پڑتال امد کو ماپ کر کرو +

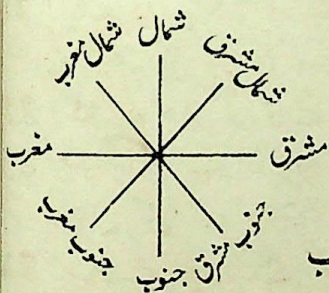
10 اس شکل میں ابج اور دبج کو ماپو - تفریق سے ابد کے درجے معلوم کرو - اور اس زاویے کو ماپ کر اپنے جواب کی پڑتال کرو +

11 کاغذ پر ایک زاویہ بنا کر اُسے تراش لو - اور

کاغذ موڑ کر اس کی تنصیف کرو۔ اور پروٹریکٹر سے نصف زاویوں کو ماپ کر اپنے عمل کی پڑتال کرو +

12 پہلے اپنے سٹ سکوئروں کے زاویوں کی نقل کاغذ پر اُتارو۔ اور پھر اُن زاویوں کو پروٹریکٹر سے ماپو +

نوٹ ۔ چونکہ سٹ سکوئر کے کونے تک خط مستقیم کھینچنا مشکل ہوتا ہے۔ اس لئے مناسب ہے۔ کہ خطوط مستقیم کو کونے سے کوئی آدھ انچ ورے ہی چھوڑ دیا جائے۔ اور بعد میں اُن کو مسطر سے بڑھا کر ملا لیا جائے +

13 اس شکل میں مندرجۂ ذیل سمتوں کے درمیان کے زاویوں کی مقدار بتاؤ :-

شمال
شمال مشرق
مشرق
جنوب مشرق
جنوب
جنوب مغرب
مغرب
شمال مغرب

(1) شمال اور مشرق +
(2) مغرب اور جنوب مغرب
(3) مشرق اور جنوب +
(4) شمال مغرب اور شمال مشرق +
(5) شمال مشرق اور جنوب مشرق +
(6) شمال مشرق اور مغرب +

14 سڑک پر ایک گاڑی ٹھیک شمال کو جا رہی تھی۔ اس نے اپنا رُخ شمال مشرق کو کر لیا۔ بتاؤ۔ گاڑی کتنے درجے کے زاویہ میں گھوم گئی +

15 ایک ناؤ شمال مشرق کو جا رہی تھی - وہ مشرق کو ہو کر جنوب کو مڑ گئی - بتاؤ - وہ کتنے درجے گھوم گئی ؟

16 117° کے کتنے قائمے ہوتے ہیں ؟

17 نصف قائمے میں کتنے درجے ہوتے ہیں - اور تہائی قائمے میں کتنے ؟

18 $5\frac{1}{2}$ قائموں کے درجے بتاؤ +

19 مندرجۂ ذیل زاویوں کے کانپلیمنٹ بتاؤ :-
15° ، 30° ، 45° ، 60° ، 75° ، 80° ، 18° ، 81° +

20 $\frac{11}{16}$ قائمہ میں کتنے درجے منٹ سکنڈ ہوتے ہیں +

21 ایک زاویہ 28 درجے 7 منٹ 30 سکنڈ ہے - بتاؤ - وہ قائمہ کی کونسی کسر ہے ؟

22 $20^{\circ} 5' 15''$ کو قائمے کی کسر میں ظاہر کرو +

23 سوا پانچ بجے گھڑی کی سوئیوں کے درمیان درجوں کی تعداد بتاؤ +

24 ساڑھے چار بجے گھڑی کی سوئیوں کے درمیان درجوں کی تعداد بتاؤ +

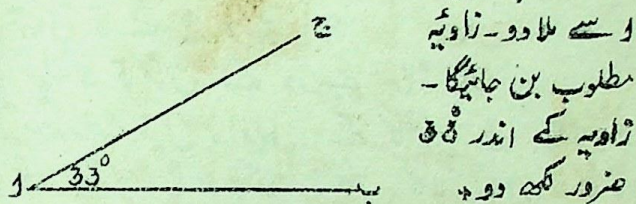
25 سوا دس بجے گھڑی کی سوئیوں کے درمیان درجوں کی تعداد بتاؤ +

---

25 اب ہم پروٹریکٹر کے ذریعے خاص درجوں کا زاویہ بنانے کی ترکیب لکھتے ہیں -
فرض کرو - کہ تم خط ا ب کے نقطہ ا پر 33° کا

زاویہ بنانا چاہتے ہو۔ پروٹریکٹر کو اس طرح رکھو۔ کہ اس کا مرکز ا پر ہو۔ اور اُس کا قطر اب پر۔ جہاں پروٹریکٹر پر 33° کا نشان ہو۔ وہاں کاغذ پر پنسل سے ذرا سا نشان کر دو۔ پھر پروٹریکٹر کو ہٹا کر اُس نشان کو ا سے ملا دو۔ زاویہ مطلوب بن جائیگا۔ زاویہ کے اندر 33° ضرور لکھ دو۔

ج

ا 33° ب

سوالات نمبر ۴

۱ ایک خط اب 4 انچ لمبا لو۔ اُس کے کسی نقطہ ع سے ایک خط کھینچو۔ جو اب کے ساتھ 35° کا زاویہ بنائے۔

2 26° کا زاویہ بناؤ۔ اور اُس میں 42° کا زاویہ جمع کرو۔ اور کل زاویہ کی پیمائش کرو۔

3 125° کا زاویہ بناؤ۔ اس میں سے 70° کا زاویہ گھٹاؤ۔ فرق کو ناپو۔

4 9.9 سم لمبا خط کھینچو۔ اُس کے کسی نقطہ ع پر 52° کا زاویہ بناؤ۔ پھر پروٹریکٹر سے اُس زاوئے کو دو برابر حصّوں میں تقسیم کرو۔

نوٹ۔ چونکہ نصف زاویہ 26° کا ہے۔ اس لئے خط مذکور کے ساتھ نقطہ ع پر پروٹریکٹر سے 26° کا زاویہ بناؤ۔

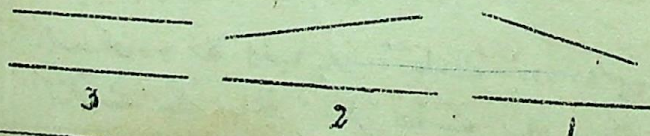
۵۔ کاغذ پر اپنے سٹ سکوئر کے سب سے چھوٹے زاویئے کے برابر زاویہ بناؤ۔ اور مشق ۴ کے مطابق اس کی تنصیف کرو ٭

چوتھا باب

آسان آسان شکلیں بنانا

(SIMPLE CONSTRUCTIONS)

26 متوازی خطوط (Parallel Lines) ۔ پہلی اور دوسری شکل میں دو خط مستقیم دکھائے گئے ہیں۔ جو باہم ملے ہوئے نہیں ہیں۔ لیکن اگر پہلی شکل کے خطوں کو دائیں طرف اور دوسری شکل کے خطوں کو بائیں طرف بڑھائیں۔ تو وہ باہم مل جائینگے۔ لیکن تیسری شکل میں دونو خطوں کو دونو طرف خواہ کتنی ہی دور تک بڑھائیں۔ وہ کبھی نہیں ملتے۔ ایسے خطوں کو متوازی خطوط کہتے ہیں ٭

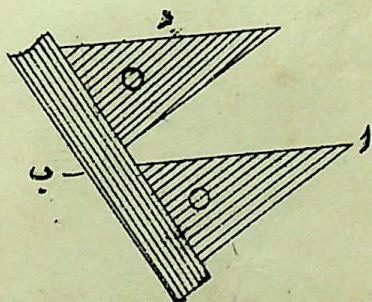
۳ ۲ ۱

دیکھو اوپر کی تیسری شکل میں دونو خطوں کی سمت شرقاً غرباً ہے - اب اگر تم اپنی کتاب کو اس طرح پھراؤ - کہ نچلے خط کی سمت شمالاً جنوباً ہو جائے - تو اوپر کے خط کی سمت بھی شمالاً جنوباً ہو جائیگی +

اس سے صاف نتیجہ نکلتا ہے - کہ متوازی خطوں کی سمت ایک ہی رہتی ہے +

اب ہم تم کو سٹ سکوئر کے ذریعے خطوط متوازی اور عمود کھینچنے کی ترکیب بتائینگے +

---

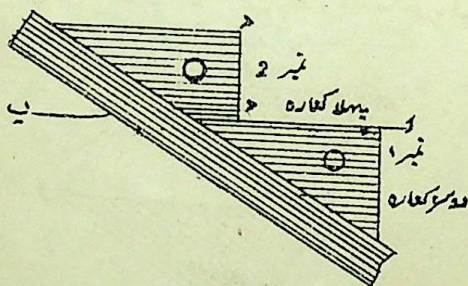
27 - کسی دئے ہوئے نقطۂ د میں سے ایک ایسا خط مستقیم کھینچو - جو ایک دئے ہوئے خط مستقیم اب کا متوازی ہو +

اپنے سٹ سکوئر کو اس طرح رکھو - کہ اُس کا

ایک کنارہ خط اب پر آ جائے - اور دوسرے کنارے کے ساتھ مسطر تھامے رہو - پھر

سٹ سکوئر کو یہاں تک سرکاؤ۔ کہ اُس کا جو کنارہ پہلے اب پر تھا۔ وہ نقطۂ د پر آ جائے۔ اب اس کنارے کے ساتھ ساتھ ایک خط کھینچ دو۔ یہ خط متوازی اب کا ہوگا ؂

مشق۔ ایک خط مستقیم اب کاغذ پر کھینچو۔ پھر سٹ سکوئر سے اس کے متوازی چھ خط کھینچو ؂

28 اب خطِ مستقیم پر نقطۂ د سے جو اُس کے اندر یا باہر ہے عمود کھینچو۔

سٹ سکوئر کے کوئی سے چھوٹے کنارے کو خط اب پر رکھو۔ جیسا کہ شکل نمبر ۱ میں دکھایا گیا ہے۔ اور اُس کے سب سے بڑے کنارے کے ساتھ مسطر ملا دو۔ پھر مسطر کو ہاتھ سے ٹھیرائے رکھو۔ اور سٹ سکوئر کو یہاں

تک سرکاؤ۔ کہ اس کا دوسرا کنارہ نقطہ د میں سے گزرے۔ اب ایک خط اس کنارے کے ساتھ ساتھ نقطہ د میں سے گزرتا ہوا کھینچ دو۔

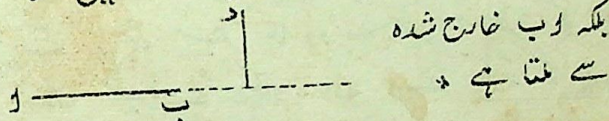
یہ خط عمود مطلوب ہوگا - کیونکہ دوسرا کنارا شروع میں اب پر عمود ہے - اور وہ اپنے متوازی چلتا ہے - اس لئے وہ ہمیشہ اب پر عمود ہی رہیگا *

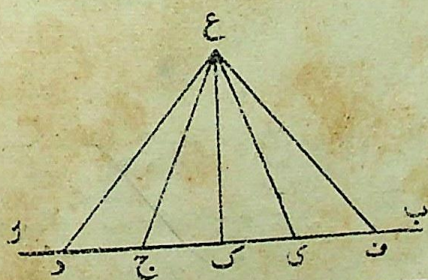
نوٹ 1 - اوپر کی شکل سے ظاہر ہے - کہ نقطہ د خواہ خط اب کے اندر ہو یا باہر - سٹ سکوئر سے عمود کھینچنے کا طریقہ ایک ہی ہے *

نوٹ 2 - جس نقطے پر عمود خط مستقیم سے ملتا ہے - اسے عمود کا قدم (Foot) کہتے ہیں *

نوٹ 3 - دیکھو - اس شکل میں د سے جو عمود خط اب پر ڈالا گیا ہے - وہ اب سے نہیں ملتا - بلکہ اب خارج شدہ سے ملتا ہے *

د

ا ب

29 کسی خطِ مستقیم سے ایک نقطے کا فاصلہ

ایک خط مستقیم اب کھینچو - اور اس کے باہر کوئی نقطہ ع لو - اور ع ک عمود اب پر کھینچو - نیز ع سے خطوط ع ج، ع د، ع ی، ع ف وغیرہ خط اب تک کھینچو - اب

ع

ا ب

د ج ک ی ف

ان سب خطوط کو ماپو۔ تم کو معلوم ہو جائیگا۔
کہ ع ک سب سے چھوٹا خط ہے۔ جو ع سے
ا ب تک کھچ سکتا ہے۔ پس خط مستقیم ا ب
سے ع کا چھوٹے سے چھوٹا فاصلہ وہ عمود ہے۔
جو ع سے ا ب پر کھینچا جائے۔ یاد رکھو۔ جب
ہم کہتے ہیں۔ کہ فلاں نقطے کا فاصلہ فلاں خط
سے اس قدر ہے۔ تو ہماری مراد ہمیشہ **عمودی فاصلے**
(Perpendicular Distance) سے ہوتی ہے ٭

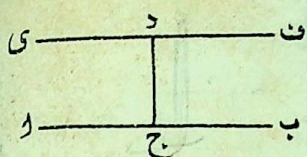
سٹ سکوئر سے دو متوازی خط ا ب اور ج د
کھینچو۔ ا ب میں کچھ
نقطے لو۔ اور ان سے
ج د پر عمود ڈالو۔
پیمائش سے تم کو
معلوم ہو جائیگا۔ کہ یہ سب عمود برابر ہیں ٭

تعریف۔ متوازی خطوط مستقیم وہ ہیں۔ جو
ایک ہی سطح میں واقع ہوں۔ اور کتنی ہی دور
تک بڑھائے جائیں۔ اُن کا درمیانی فاصلہ ہمیشہ
یکساں رہے ٭

نوٹ۔ جب ہم یہ کہتے ہیں۔ کہ دو متوازی خط
ایک دوسرے سے 2 انچ کے فاصلے پر ہیں۔ تو ہماری
مراد اُن کے درمیانی عمودی فاصلے سے ہوتی ہے ٭

30 ایک خط مستقیم کھینچو جو دئے ہوئے خط
مستقیم ا ب کا متوازی ہو۔ اور اس سے

دئے ہوئے فاصلے پر واقع ہو ٭

ا ب میں کوئی نقطہ ج لو۔ اور ج د عمود ا ب پر کھینچو۔ اور ج د دئے ہوئے فاصلے کے برابر قطع کرو۔ د میں سے ایک خط ی ف متوازی ا ب کا کھینچو ٭

ف د ی
ب ج ا

سوالات نمبر 5

1 ایک خط ا ب ″3 لمبا کھینچو۔ اور ا سے اس پر ایک عمود ″3 لمبا کھینچو ٭

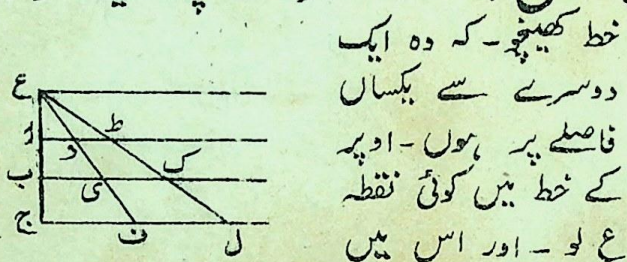
2 ایک خط مستقیم ا ل ″4 لمبا کھینچو۔ اور اس میں سے ا ب ، ب ج ، ج د ایک ایک انچ کے برابر قطع کرو۔ ا ، ب ، ج ، د ، ل میں سے خط کھینچو۔ جو ا ل پر عمود ہوں ٭

3 کاغذ پر کوئی تین نقطے ا ، ب ، ج لو۔ اور ا ب ، ب ج ، ج ا کو ملاؤ۔ سٹ سکوئر کے ذریعے ا سے ب ج پر ، ب سے ج ا پر اور ج سے ا ب پر عمود کھینچو ٭

4 کوئی خط ا ب کھینچو۔ ا میں سے ایک خط ا ع ″2 لمبا کھینچو۔ جو ا ب کے ساتھ °45 کا زاویہ بنائے پیمائش کے ذریعے ا ب سے ع کا فاصلہ معلوم کرو ٭

5 دو متوازی خط کھینچو - جو ایک دوسرے سے $2\frac{1}{2}$ انچ کے فاصلے پر ہوں ؛

6 ایک خط اب کھینچو اور ٭ر کوئی سے تین خط اب کے متوازی کھینچو ؛

مشق 13 ا - سٹ سکوئر سے، چار ایسے متوازی خط کھینچو - کہ وہ ایک دوسرے سے یکساں فاصلے پر ہوں - اوپر کے خط میں کوئی نقطہ ع لو - اور اس میں سے خط ع ا ب ج ، ع د ی ف ، ع ط ک ل متوازی خطوں کو کاٹتے ہوئے کھینچو - تم کو پرکار رکھنے سے معلوم ہو جائیگا - کہ

ع ا = ا ب = ب ج

ع د = د ی = ی ف

ع ط = ط ک = ک ل

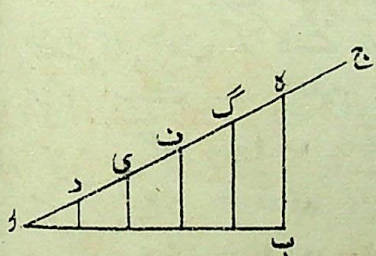
مشق 2 - پانچ متوازی خط ایک ایک سنٹی میٹر کے فاصلے پر کھینچو - اور چار پانچ خط ان کو کاٹتے ہوئے کھینچو - ان خطوں کے جو حصّے متوازی خطوں کے درمیان آ جائیں - ان کو ماپو - کیا یہ حصّے برابر ہیں ؟

اوپر کی شکلوں سے نتیجہ نکلتا ہے - کہ

اگر متوازی خطوط کسی خط کو کاٹتے ہوئے
ایک دوسرے سے برابر فاصلے پر کھینچے جائیں۔
تو اس خط کے جو حصّے متوازی خطوں کے
درمیان واقع ہونگے۔ وہ باہم برابر ہونگے ÷

مندرجۂ بالا مسئلہ بہت مفید ہے۔ اس کی مدد
سے ہم کسی دئے ہوئے خط کو چند برابر
حصّوں میں تقسیم کر سکتے ہیں ÷

32 ایک دئے ہوئے خط مستقیم اب کو
پانچ برابر حصّوں میں تقسیم کرو ÷

ا میں سے خط اج کوئی سا زاویہ بناتا ہوا
کھینچو۔

اس میں سے پانچ
برابر حصّے اد، دی
ی ف، ف گ اور گ ہ
قطع کرو۔ ہ ب کو
ملاؤ۔ اب سٹ سکوئر
سے گ، ف، ی، د میں سے خطوط ہ ب کے
متوازی کھینچو۔ یہ متوازی خطوط اب کو پانچ
برابر حصّوں میں تقسیم کر دینگے ÷

نوٹ۔ اوپر کے عمل سے ہم کسی خط اب کو ایک
خاص نسبت میں تقسیم کر سکتے ہیں۔ فرض کرو کہ
خط اب کو 5 : 2 کی نسبت میں تقسیم کرتا ہے۔

دفعہ 32 کے مطابق اس خط کو 2 + 5 یعنی 7 برابر حصّوں میں تقسیم کرو۔ اب اگر نقطہ م خط اب میں ایسے مقام پر ہو۔ کہ ام دو حصّوں کے برابر ہو۔ تو اُسی نقطہ م پر خط اب نسبت مطلوبہ میں تقسیم ہو جائیگا +

سوالات نمبر 6

1 ایک خط ″3 لمبا کھینچو۔ اور اُسے پانچ برابر حصّوں میں تقسیم کرو +

2 ایک خط ″3.6 لمبا کھینچو۔ اور اُسے چھ برابر حصّوں میں تقسیم کرو۔ اور پرکار رکھ کر اپنے عمل کی صحّت کا امتحان کرو +

3 10 سم لمبے خط کو تین برابر حصّوں میں تقسیم کرو +

4 ″1.9 لمبے خط کو 5 : 3 کی نسبت میں تقسیم کرو +

5 کوئی سا خط کھینچ کر اُسے $\frac{4}{7}$ کی نسبت میں تقسیم کرو +

6 ایک خط ″2.7 لمبا لو۔ اور اُسے ایسے دو حصّوں میں تقسیم کرو۔ کہ ایک حصّہ دوسرے سے دوچند ہو۔ پیمانے سے ماپ کر اپنے عمل کی پڑتال کرو +

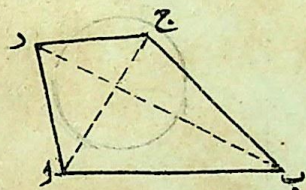
7 ″4.4 لمبے خط کو ایسے دو حصّوں میں تقسیم کرو۔ کہ ایک حصّہ دوسرے سے تگنا ہو۔ پرکار رکھ کر

اپنے عمل کی پڑتال کرو ٭

8 4.2 " لمبے خط کو ایسے تین حصّوں میں تقسیم کرو۔ کہ ان میں 1 : 2 : 3 کی نسبت ہو ٭

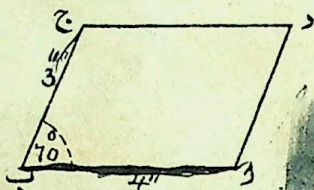
چوکور (QUADRILATERAL)

33 جو شکل چار خط مستقیم سے گھری ہوئی ہوتی ہے۔ اُسے چوکور کہتے ہیں ٭

چوکور کا نام رکھنے میں اُس کے گوشوں کو ہمیشہ اسی ترتیب سے لیتے ہیں۔ جس ترتیب سے کہ وہ ہمارے راستے میں آتے ہیں۔ جبکہ ہم اس کے گرد چکّر لگاتے ہیں۔ مثلاً اس چوکور کو ہم ا ب ج د یا ا د ج ب کہ سکتے ہیں۔ ا ب د ج نہیں کہ سکتے ٭

جو خط چوکور کے مقابل کے گوشوں کو ملاتا ہے۔ وتر کہلاتا ہے۔ اوپر کی چوکور کے دو وتر ا ج اور ب د ہیں ٭

34 متوازی الاضلاع (Parallelogram) ایسی چوکور کو کہتے ہیں۔ جس کے مقابل کے ضلعے متوازی ہوں ٭

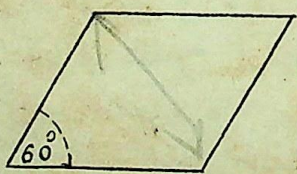
مشق ۱۔ ایک متوازی الاضلاع بناؤ۔ جس

کے متصلہ ضلعے "4 اور "3 ہوں - اور درمیانی زاویہ °70 کا ہو - عمل ایک خط ا ب "4 لمبا کھینچو - اور ا ب ج °70 کا بناؤ - اور ب ج "3 کے برابر قطع کرو - اور سٹ سکوئر سے ج د متوازی

ا ب کا اور ا د متوازی ب ج کا کھینچو - ا ب ج د متوازی الاضلاع ہے +

مشق 2 - ایک متوازی الاضلاع کے متصلہ ضلعے "3 اور "3.5 ہیں - اور اُن کا درمیانی زاویہ °60 کا ہے - اُسے بناؤ - اور اُس کے باقی ضلعوں اور زاویوں کو ماپو - کیا مقابل کے ضلعے اور زاوئے برابر ہیں ؟

---

35 معیّن یا رامبس (Rhombus) ایسی متوازی الاضلاع کو کہتے ہیں - کہ جس کے چاروں ضلعے برابر ہوں +

مشق ا - ایک معیّن بناؤ - جس کا ضلع "2.5 اور زاویہ °60 کا ہو +

مشق 2 - ایک معیّن بناؤ - جس کا ضلع 8.5 سم اور زاویہ

120° کا ہو - پیمائش کر کے ثابت کرو - کہ اس کے وتر ایک دوسرے کی قائمے زاویوں پر تنصیف کرتے ہیں ‌+

ایک معین بناؤ - جس کا ایک ضلع $2.5''$ اور ایک زاویہ 105° کا ہو - اور مشق (2) کو دہراؤ +

---

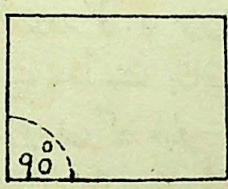
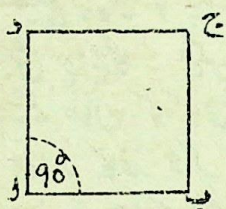
36 مستطیل یا قائم الزوایا (Rectangle) ایسی متوازی الاضلاع کو کہتے ہیں - جس کا ایک زاویہ قائمہ ہو +

مشق ۱ - ایک مستطیل بناؤ - جس کے متصلہ ضلعے $2''$ اور $1.5''$ ہوں +

د ج ا ب 90°

ایک خط ا ب 2 انچ لمبا کھینچو - اور ا ب پر ا د عمود کھینچو - اور ا د $1.5''$ کے برابر قطع کرو - ب میں سے ب ج متوازی ا د کا اور د میں سے د ج متوازی ا ب کا کھینچو - ا ب ج د مستطیل مطلوب ہے +

مشق 2 - ایک مستطیل بناؤ - جس کے ضلع 8.6 سم اور 6.7 سم ہوں - پیمائش سے ثابت کرو - کہ مستطیل کے تمام زاویئے قائمے ہوتے ہیں - اور وتر باہم برابر ہوتے ہیں +

---

37 مربّع (Square) ایسی مستطیل شکل کو کہتے ہیں۔ جس کے ضلعے برابر ہوں +

مشق 1 مربّع بناؤ۔ جس کا ضلع 3 سم ہو +

ایک خط ا ب 3 سم لمبا کھینچو۔ اور اد اس پر عمود کھینچو۔ اور اد برابر اب کے قطع کرو۔ ب ج متوازی اد کا اور د ج متوازی اب کا کھینچو۔ اور ا ب ج د مربع مطلوب ہے +

مشق 2 3.5 ضلع کا ایک مربّع بناؤ۔ اور اُس کے ضلعوں اور وتروں کو ماپو۔ نیز اُن زاویوں کو بھی ماپو۔ جو وتر ضلعوں کے ساتھ بناتے ہیں +

مشق 3 4.2 انچ لمبے ضلع پر ایک مربّع بناؤ۔ اور اُس کے وتر کھینچو۔ پیمائش سے ثابت کرو۔ کہ وتر ایک دوسرے کی قائمے زاویوں پر تنصیف کرتے ہیں +

پیمانے کے مطابق شکلیں بنانا

(DRAWING TO SCALE)

38 اگر تم کسی چھوٹی سی چیز مثلاً پنسل کو

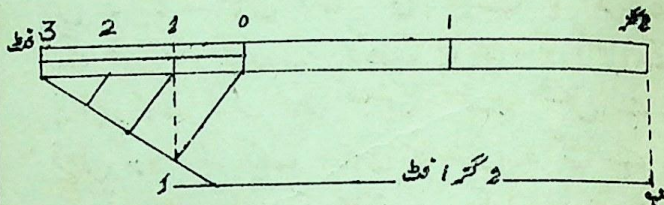
کاغذ پر رکھ کر اُس کے لمبان میں خط کھینچ دو - تو پنسل کے برابر خط کاغذ پر بن جائیگا - لیکن اگر کسی کھیت یا کمرے کے طول کو کاغذ پر دکھانا چاہو - تو اُس کے برابر کاغذ لاکر خط کھینچنا سخت مشکل ہے - فرض کرو - کہ ایک مکان کا طول 5 گز ہے - اور تم اس طول کو کاغذ پر دکھانا چاہتے ہو - اُس کی آسان ترکیب یہ ہے - کہ ایک گز کے لئے کاغذ پر ایک انچ لمبائی رکھو - چنانچہ کاغذ پر 5 انچ لمبا خط 5 گز کو ظاہر کریگا - اور چونکہ اس صورت میں ایک انچ سے 1 گز ظاہر کیا گیا ہے - اس لئے ہم کہینگے - کہ کاغذ پر خط کھینچنے کا پیمانہ ایک انچ فی گز ہے - یا یوں کہو - کہ کاغذ پر کا خط اصل خط کا $\frac{1}{36}$ حصّہ ہے - $\frac{1}{36}$ کو کسر اعتبادی (Representative Fraction) بولتے ہیں +

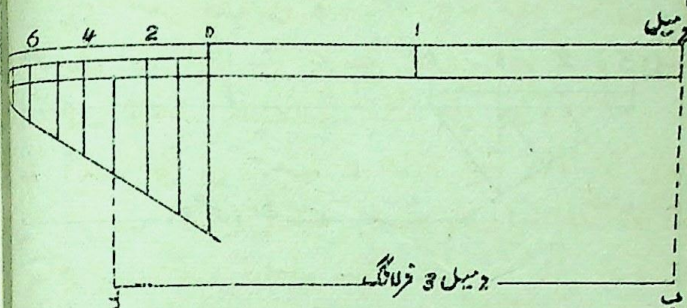
---

39 سادہ پیمانہ - اگر کسی خاص طول کے خط کو چند مساوی حصّوں میں تقسیم کریں - اور ہر حصّہ ایک خاص لمبائی کو تعبیر کرے - تو وہ خط سادہ پیمانہ کہلاتا ہے +

سادہ پیمانے کی مندرجۂ ذیل مثالوں کو دیکھو :-

مثال 1 - ایک انچ فی گز کا سادہ پیمانہ بناؤ -

جو گزوں اور فٹوں کو ظاہر کرے - اور 3 گز کا فاصلہ ماپنے کے لئے کافی ہو ۞

3ً لمبا خط لو - اور اُسے تین برابر حصّوں میں تقسیم کرو - ہر حصّہ ایک گز کو ظاہر کریگا ۞
اب پہلے حصّے کو تین برابر حصّوں میں تقسیم کرو - تو ہر چھوٹا حصّہ ایک فٹ کو ظاہر کریگا - (دفعہ 32) ۞
مختلف حصّوں کے انجاموں پر اعداد شمار لگاؤ - دیکھو صفر سے دائیں طرف کو گز اور بائیں طرف کو فٹ شمار کئے گئے ہیں ۞
اب پیمانہ تیّار ہے - پرکار کے ذریعے جتنا فاصلہ چاہو - ماپ سکتے ہو -
مثلاً 2 گز ا فٹ فاصلہ ماپنا ہو - تو پرکار کی نوک 2 گز کے نشان پر رکھو - اور دوسری نوک کو ا فٹ کے نشان تک پھیلاؤ - دونو نوکوں کا درمیانی فاصلہ 2 گز ا فٹ ہوگا ۞
مثال 2 $1\frac{1}{8}$ انچ فی میل کا سادہ پیمانہ بناؤ -

جس پر میل اور فرلانگ بنے ہوئے ہوں۔
اور جو 3 میل کے فاصلے کو ماپنے کے لئے کافی ہو

چونکہ ۱ میل کے لئے $\frac{1}{8}$ انچ لمبا خط درکار
ہے۔ اس لئے 3 میل کے لئے $3 \times \frac{1}{8}$ یعنی $\frac{3}{8}$
انچ لمبا خط کھینچو۔ پھر اُسے تین برابر حصّوں
میں تقسیم کرو۔ ہر حصّہ ایک میل کو ظاہر
کریگا۔ پھر ایک حصّہ کو 8 برابر حصّوں میں
تقسیم کرو۔ ہر چھوٹا حصّہ فرلانگ کو ظاہر کریگا۔
شکل میں ہم نے 2 میل 3 فرلانگ فاصلے کی
پیمائش کی ہے ❊

سوالات نمبر 6

۱ ایک انچ فی فٹ کا سادہ پیمانہ بناؤ۔ جس پر
فٹ اور انچ بنے ہوئے ہوں۔ اور جو 5 فٹ
تک فاصلہ ماپنے کے لئے کافی ہو ❊

2 4 فٹ کی جگہ 5 انچ رکھ کر ایک سادہ پیمانہ

بناؤ - جس پر فٹ اور انچ بنے ہوئے ہوں -
اور اس پیمانے پر 3 فٹ 4 انچ لمبا فاصلہ دکھاؤ +
3 $\frac{1}{48}$ کسر اعتباری کا سادہ پیمانہ بناؤ - جس پر
فٹ اور انچ بنے ہوئے ہوں - اور جو 12 فٹ
تک فاصلہ ماپنے کے لئے کافی ہو +
4 ایک انچ فی جریب کا سادہ پیمانہ بناؤ - جس پر
جریب اور پول بنے ہوئے ہوں - اور جو 5
جریب تک فاصلہ ماپنے کے لئے کافی ہو +
نوٹ - ایک جریب = 4 پول = 22 گز +
5 ایک پیمانہ کی کسر اعتباری $\frac{1}{120}$ ہے - ایسا
پیمانہ بناؤ جو کم از کم 24 گز طول کو ناپ
سکے - اور اس پر گزوں اور فٹوں کے نشان
ہوں +
6 $1\frac{1}{2}$ انچ فی سو فٹ کا پیمانہ بناؤ جو 800 فٹ
طول ناپنے کے لئے کافی ہو - اور اُس پر دس
دس فٹ کے نشان بنے ہوئے ہوں +
اب ہم چند مثالیں لکھتے ہیں - غور سے دیکھو:-
مثال ۱ - دو شہروں کے درمیان 48 میل کا
فاصلہ ہے - اور نقشے میں اُن کے درمیان 3 انچ
کا فاصلہ ہے - نقشے کے پیمانے کی کسرِ اعتباری
معلوم کرو +
چونکہ 3 انچ 48 میل کو ظاہر کرتے ہیں - اس لئے
۱ انچ 16 میل یعنی 16 × 1760 × 36 انچ کو

ظاہر کرتا ہے۔ پس

$$\text{کسر اعتباری} = \frac{1}{36 \times 1760 \times 16} = \frac{1}{1013760}$$

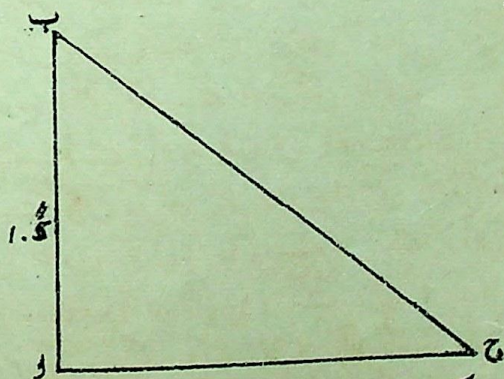
مثال 2۔ ایک نقشے میں دو شہروں کے درمیان 3 انچ کا فاصلہ ہے۔ اگر کسرِ اعتباری $\frac{1}{5280}$ ہو۔ تو بتاؤ۔ اُن کے درمیان اصلی فاصلہ کیا ہے؟

$\frac{1}{5280}$ کے یہ معنی ہیں۔ کہ نقشے میں ۱ انچ کا فاصلہ ہو۔ تو اصلی فاصلہ 5280 انچ ہوگا۔ لیکن چونکہ نقشے میں 3 انچ کا فاصلہ ہے۔ اس لئے شہروں کے درمیان اصلی فاصلہ 3×5280 انچ یعنی 440 گز ہوگا۔

مثال 3۔ ا، ب، ج تین گاؤں ہیں۔ ا ب سے 15 میل جنوب کو اور ج سے 20 میل مغرب کو ہے۔ بتاؤ ج اور ب کے درمیان کتنا فاصلہ ہے؟

ب

1.5

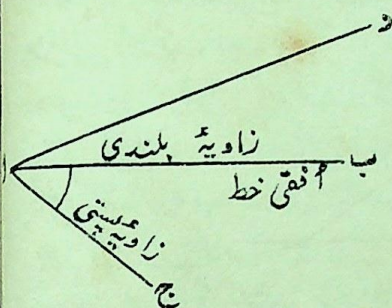
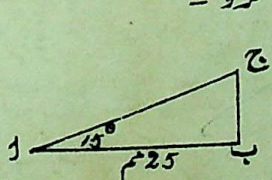
ا ج

پہلے ہم کو سہل سا پیمانہ مقرر کرنا چاہئے۔

فرض کرو۔ کہ ا انچ ۱۰ میل کو ظاہر کرتا ہے۔ چنانچہ اس پیمانے کے مطابق 15 میل ″1.5 سے اور 20 میل ″2 سے ظاہر کئے جائینگے +
نقطہ ا پر گاؤں ا سمجھو۔ اور اب شمال کی جانب کھینچو۔ اور اب ″1.5 کے برابر قطع کرو + اور اج مشرق کی طرف کھینچو۔ یعنی سٹ سکوئر سے ب ا پر عمود کھینچو۔ اور اُس میں سے ″2 قطع کرو۔ اب تینوں شہروں کی جگہیں قائم ہو گئی ہیں +
ب ج کو ملاؤ۔ اور ماپو۔ ب ج کا طول ″2.5 ہے +
لیکن ہم جانتے ہیں۔ کہ ہماری شکل میں ایک انچ ۱۰ میل کو ظاہر کرتا ہے۔ اس لئے ب ج کا اصلی فاصلہ ۱۰ × 2.5 یعنی 25 میل ہے +

40 اکثر سوالات میں افقی خط کے لحاظ سے سمتوں کے ماپنے میں بڑی آسانی ہوتی ہے۔ جو زاویہ افقی خط سے اوپر کی طرف کو ماپا جاتا ہے۔ اُسے **زاویۂ بلندی** (Angle of Elevation) بولتے ہیں۔ اور جو زاویہ افقی خط سے نیچے کی طرف کو ماپا جاتا ہے۔ اُسے زاویۂ پستی (Angle of Depression) کہتے ہیں +
فرض کرو۔ کہ ایک لڑکا بالاخانے اوپر کھڑا ہے۔ ظاہر ہے۔ اس کی نظر قدرتاً افقی خط کی

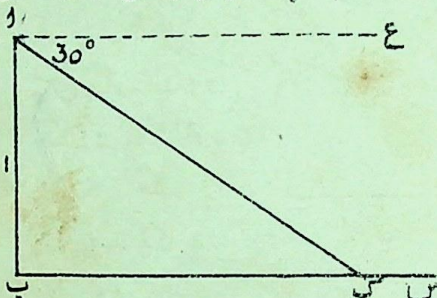
سیدھ میں جائیگی - اب اگر وہ بالا خانے سے اوپر کی طرف کسی چیز د کو دیکھنا چاہے - تو اُس کو اپنی نگاہ بقدر زاویہ ب ا د کے اونچی کرنی پڑیگی -

زاویۂ بلندی
افقی خط
زاویۂ پستی

پس زاویہ ب ا د نقطہ د کا "زاویہ بلندی نقطہ ا پر" کہلائیگا +
اگر وہ لڑکا نیچے گلی میں کسی چیز ج کو دیکھنا چاہے تو اُس کو اپنی نگاہ بقدر زاویہ ب ا ج کے نیچی کرنی پڑیگی - پس زاویۂ ب ا ج نقطہ ج کا "زاویۂ پستی نقطۂ ا پر" کہلائیگا +

مثال ۴ ایک بانس میدان میں سیدھا کھڑا ہے - جب اس کو اس کے قدم سے 25 گز کے فاصلے سے دیکھتے ہیں - تو اُس کی چوٹی کا زاویۂ بلندی 15° ہے - بانس کی بلندی بتاؤ +
اگز کو ا مم سے ظاہر کرو -

خط ا ب 25 مم لمبا کھینچو - فرض کرو کہ نقطہ ب بانس کا قدم ہے - ب ج عمود کھینچو - خط ا ج خط ب ا سے

25 مم

ساتھ ۱ کا زاویہ بناتا ہوُا کھینچو - یہ بانس کی
چوٹی سے ج پر ملیگا +
ب ج کو ماپو - 6.7 مم ہے - پس بانس کی بلندی
6.7 گز ہے +

ا ع 30° ب س ک

مثال 5 - ایک
آدمی ۱۵ گز
اونچے ٹیلے کی
چوٹی پر کھڑا
ہے - اگر سمندر
پر کھڑی ہوئی کشتی کا زاویہ پستی 30° کا ہو -
تو بتاؤ - ٹیلے کے قدم سے کشتی کتنی دور
ہے ؟
ہم اپنی شکل میں ۱۵ گز کو ۱ انچ سے ظاہر کرینگے -
فرض کرو - کہ ب ٹیلے کا قدم ہے - اور ب س
سطح سمندر ہے +
س ب کے ساتھ خط ب ا زاویۂ قائمہ بناتا ہوُا
۱ انچ لمبا کھینچو - ا ٹیلے کی چوٹی ہے +
ب ا کے ساتھ قائمہ زاویہ بناتا ہوُا خط ا ع
کھینچو - یہ افقی خط ہے - خط اک ایسا کھینچو -
کہ زاویہ ع اک 30° کا ہو - اور جو ب س سے
ک پر ملے - ک کشتی ہے +
اب ک ب کو ماپو - 1.73" ہے - پس
ک ب = 10 × 1.73 = 17.3 گز +

سوالاتِ نمبر 8

1 اگر پیمانہ فی انچ 15 میل ہو۔ تو مندرجۂ ذیل طولوں کو پیمانے سے کھینچو:۔

(1) 30 میل + (2) $22\frac{1}{2}$ میل + (3) 18 میل +

2 اگر پیمانہ فی سنٹی میٹر 125 گز ہو۔ تو مندرجۂ ذیل طولوں کو پیمانے سے کھینچو:۔

(1) 375 گز + (2) $437\frac{1}{2}$ گز +

(3) $1037\frac{1}{2}$ گز +

3 پیمانہ فی انچ 16 میل ہے۔ بتاؤ۔ خط اب کتنے میل ظاہر کرتا ہے۔

ا ———————— ب

4 دو شہروں کے درمیان 30 میل کا فاصلہ ہے۔ اور نقشے میں اُن کے درمیان $1\frac{1}{4}$ انچ کا فاصلہ ہے۔ نقشے کے پیمانے کی کسر اعتباری دریافت کرو +

پنجاب کا دیواری نقشہ لو۔ اور اس کے پیمانے کی مدد سے مندرجۂ ذیل شہروں کا درمیانی فاصلہ معلوم کرو +

(ا) لاہور اور ملتان + (ب) انبالہ اور امرتسر +
(ج) دہلی اور پشاور + (د) راولپنڈی اور پٹیالہ +

5 ایک سڑک پر میں 3 میل چلا۔ اور پھر 115 کے زاویے میں مڑکر دوسری سڑک پر 2 میل چلا۔ بتاؤ۔ اب میں مقام روانگی سے کتنی دور

چلا گیا ؟

6 میرے باغ کے دروازے سے شمال مغرب میں 300 گز پر ایک جھونپڑا ہے - اور جھونپڑے سے شمال مشرق میں 250 گز کے فاصلے پر ایک کُواں ہے - 100 گز کی جگہ 1 انچ مان کر شکل کھینچو - اور بتاؤ - کہ دروازے سے کُواں کتنی دور ہے ؟

7 ایک 40 فٹ اونچا درخت دریا کے کنارے کھڑا ہے - اس کے عین مقابل دوسرے کنارے پر درخت کی چوٹی کا زاویۂ بلندی 22° کا ہے - دریا کا پاٹ معلوم کرو +

8 ا، ب، ج تین شہر ہیں - ا ج سے 5 میل شمال مشرق کو اور ب ج سے 12 میل شمال. مغرب کو ہے - ا اور ب کے درمیان فاصلہ بتاؤ +

9 مقام ا سے شمال کی طرف تیس میل کے فاصلے پر شہر ب واقع ہے - اور ا سے مشرق میں اتنے ہی فاصلے پر شہر ج واقع ہے - ب اور ج کا درمیانی فاصلہ معلوم کرو +

10 دو جہاز ایک ہی مقام سے ایک ہی وقت میں روانہ ہوئے - ایک شمال مشرق کو 4 میل فی گھنٹہ کی رفتار سے اور دوسرا جنوب کو 3 میل فی گھنٹہ کی رفتار سے چلا - بتاؤ 5 گھنٹے کے بعد اُن کے درمیان کتنا فاصلہ ہو جائیگا ؟

11 جب 30 فٹ لمبے زینے کو زمین کے ساتھ ...
کے زاویئے پر رکھتے ہیں۔ تو وہ ایک کھڑ...
تک پہنچتا ہے۔ زمین سے کھڑکی کی بلند...
معلوم کرو +

12 30 انچ لمبے اور 18 انچ چوڑے کاغذ کے مستطیل
تختے پر لمبے سے لمبا جو خط کھینچ سکتا ہے
اس کا طول کیا ہوگا؟

13 400 فٹ اونچی پہاڑی کی چوٹی سے ایک کشتی
کا زاویۂ پستی 24° کا ہے۔ بتاؤ کشتی پہاڑ
کے قدم سے کتنی دور ہے؟

14 جب ایک برج کو اُس کے قدم سے 200 فٹ
کے فاصلے سے دیکھتے ہیں۔ تو اس کی چوٹی
کا زاویۂ بلندی 35° ہے۔ برج کی بلندی بتاؤ

15 ایک درخت کی مقابل کی طرفوں کے دو نقطوں
پر اُس کی چوٹی کے زوایائے بلندی ترتیب وار
60° اور 30° کے ہیں۔ اگر دونو نقطوں کے
درمیان 100 فٹ کا فاصلہ ہو۔ تو درخت کی
بلندی بتاؤ +

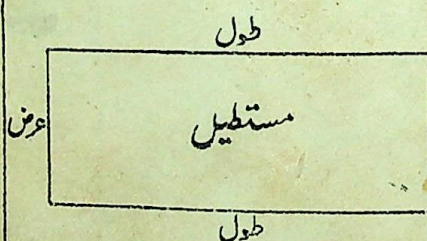
16 ط، ع، م تین پہاڑ ہیں۔ ط م سے جنوب
مشرق کو ہے۔ ع م سے جنوب مغرب کو ہے
ط ع سے 5 میل اور م سے 3 میل ہے۔ بتاؤ
ع م سے کتنی دور ہے؟

(AREA OF A RECTANGLE)

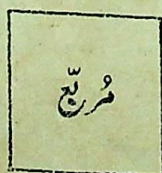
مستطیل کی تعریف تم پہلے پڑھ چکے ہو۔ کاغذ کا تختہ۔ کمرے کا فرش۔ کتاب کا صفحہ۔ تمہاری سلیٹ سب مستطیل ہیں۔ کیونکہ ان کے آمنے سامنے کے ضلعے برابر اور چاروں زاویے قائمے ہوتے ہیں۔

طول

عرض　مستطیل　عرض

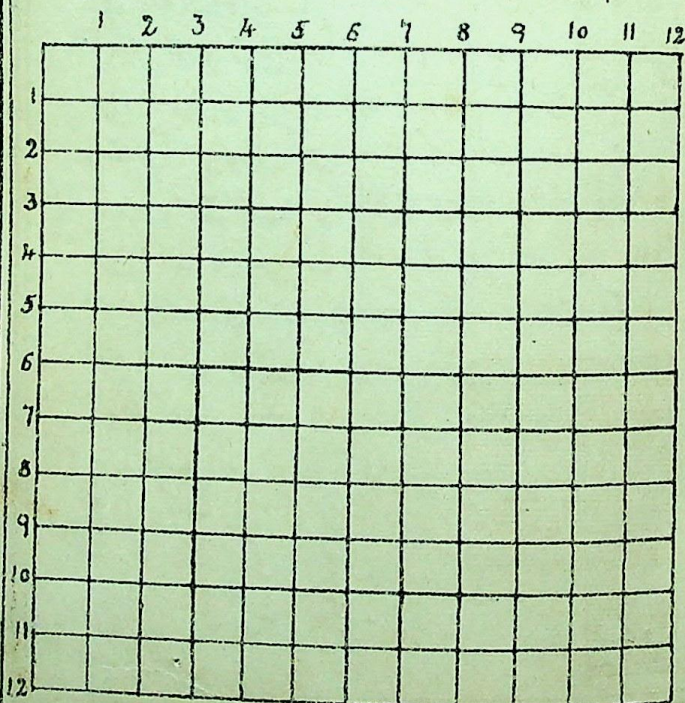
طول

مستطیل کے بڑے ضلعے کو طول (Length) اور چھوٹے ضلعے کو عرض (Breadth) بولتے ہیں۔

مربّع

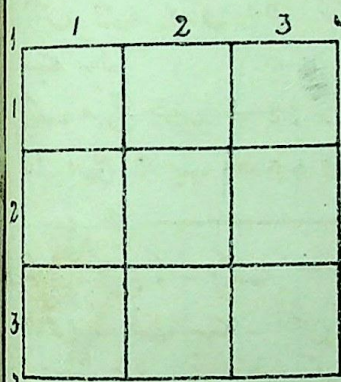
اگر مستطیل کا طول اور عرض برابر ہو۔ تو مستطیل کو مربّع کہتے ہیں۔

۴۷ رقبے کی اکائی - تم جانتے ہو - کہ خطوں
کے طول ناپنے کے لئے ہمیشہ ایک خاص اکائی
مقرر ہوتی ہے - مثلاً جب ہم کہتے ہیں
کہ فلاں خط ا ب کا طول ۵ انچ ہے -
اس سے ہماری یہ مراد ہوتی ہے - کہ طول
کی اکائی ایک انچ ہے - اور وہ اکائی خط
ا ب میں پانچ دفعہ شامل ہے - اسی طرح اگر
خط ا ب کا طول ۱۲ گز ہو - تو اس سے
ہماری یہ مراد ہوگی - کہ طول کی اکائی گز ہے
جو خط ا ب میں ۱۲ دفعہ شامل ہے +
جب طول کی اکائی معلوم ہو جاتی ہے - تو رقبے
کی اکائی کا معلوم کرنا بہت آسان ہے - کیونکہ
رقبے کی اکائی اُس مربع کا رقبہ ہوتا ہے - جس
کا ہر ضلع طول کی اکائی ہو - مثلاً اگر طول
کی اکائی ایک انچ ہو - تو رقبے کی اکائی وہ
مربع ہوگا - جس کا ہر ایک ضلع ایک انچ
ہے - اور اُس کو ایک
مربع انچ کہینگے +
اسی طرح اگر طول کی
اکائی ایک سنٹی میٹر
ہو - تو رقبے کی اکائی
۱ مربع سنٹی میٹر ہوگی -
اور رقبوں کا اندازہ

اس طرح کیا جاتا ہے - کہ ان میں رقبے کی
اکائی کے بار شامل ہے؟

---

43 کاغذ کے تختے میں سے ایک ٹکڑا مربع شکل
کا ایک فٹ لمبا اور ایک فٹ چوڑا کاٹ لو۔
یہ ٹکڑا ایک مربع فٹ کو ظاہر کریگا۔
فرض کرو - کہ مربع فٹ کا ہر ایک کنارہ بارہ
برابر حصوں میں تقسیم کیا گیا ہے - اور نقاط
تقسیم میں سے طول اور عرض کے متوازی

خط کھینچے گئے ہیں۔ ظاہر ہے۔ کہ اس طرح کل شکل برابر مربعوں میں تقسیم ہو جائیگی اور ہر مربع ایک مربع انچ ہوگا۔ دیکھو مربعوں کی کل قطاریں 12 ہیں۔ اور ہر قطار میں 12 مربعے ہیں۔ اس لئے کل 12×12 یعنی 144 مربع انچ ہیں۔ پس

۱ مربع فٹ = 144 مربع انچ ۔

اب فرض کرو۔ کہ ا ب ج د ایک مربع ہے۔ جس کا ہر ضلع ۱ گز ہے۔ اب اور اد کو تین تین برابر حصوں میں تقسیم کرو۔ ہر ایک حصہ ایک فٹ کو ظاہر کریگا۔ نقاطِ تقسیم سے سیدھے خط ضلعوں کے متوازی کھینچو۔ ان خطوں سے کل شکل 9 برابر حصوں میں تقسیم ہو جائیگی۔ جن میں سے ہر حصہ ایک مربع فٹ ہوگا۔ یعنی

۱ مربع گز = 9 مربع فٹ ۔

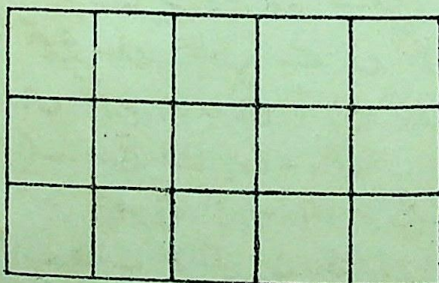
اب طالب علم کو مندرجۂ ذیل رقبے کے پیمانے یاد کر لینے چاہئیں:-

144 مربّع انچ = 1 مربّع فٹ
9 مربّع فٹ = 1 مربّع گز
$30\frac{1}{4}$ مربّع گز = 1 مربّع پول
40 مربّع پول = 1 روڈ
4 روڈ = 1 ایکڑ یا 4840 مربّع گز
640 ایکڑ = 1 مربّع میل

عموماً زمین کی پیمائش میں گنٹر صاحب کی جریب کام آتی ہے۔ یہ 22 گز لمبی ہوتی ہے۔ اس میں پوری 100 کڑیاں ہوتی ہیں۔ ظاہر ہے کہ

ایک مربّع جریب = 22 × 22 یعنی 484 مربّع گز
10 مربّع جریب = 4840 مربّع گز یا ایک ایکڑ

---

44 مشق 1۔ ایک مستطیل کا طول 5 فٹ اور عرض 3 فٹ ہے۔ اُس کا رقبہ نکالو۔
1 سنٹی میٹر فی فٹ کے پیمانے سے شکل بناؤ۔

لمبائی کو پانچ اور چوڑائی کو تین برابر حصّوں میں تقسیم کرو۔ نقاطِ تقسیم

سے خطوطِ مستقیم ضلعوں کے متوازی کھینچو۔
اس طرح شکل ایسے مربّعوں میں تقسیم ہو جائیگی
کہ جن کا ہر ایک ضلع ایک ایک فٹ ہوگا
چونکہ شکل میں 3 قطاریں ہیں ۔ اور ہر قطا
میں 5 مربّعے ہیں ۔ اس لئے کل مربّعوں کی
تعداد = $5 \times 3 = 15$

پس مستطیل کا رقبہ = 15 مربّع فٹ ✦

مشق 2 ۔ ایک مستطیل کا طول 20 فٹ اور
عرض 16 فٹ ہے ۔ رقبہ معلوم کرو ۔
اہلی میٹر فی فٹ کے پیمانے سے شکل بنا کر مشق
اکے عمل کو دُہراؤ ۔ دیکھو کل شکل 20 × 16
مربّعوں میں منقسم ہو جاتی ہے ✦

پس رقبہ = $20 \times 16 = 320$ مربّع فٹ ✦

مندرجۂ بالا مشقوں سے صاف نتیجہ نکلتا ہے کہ
مستطیل کا رقبہ = طول × عرض

چونکہ مربّع کا طول اور عرض برابر ہوتا ہے ۔ اس
مربّع کا رقبہ = ضلع × ضلع

نوٹ ا ۔ ضرب دینے سے پہلے طول اور عرض کو
ایک درجے کی اکائیوں میں تحویل کرنا ضروری ہے
اور یہ صاف ظاہر ہے ۔ کہ جس درجے کی اکائیوں
میں طول اور عرض کو ظاہر کروگے ۔ رقبہ بھی اُس
درجے کی اکائیوں میں نکلیگا ۔ مطلب یہ ہے ۔
انچوں کو انچوں میں ضرب دینے سے مربّع انچ ۔

فٹوں کو فٹوں میں ضرب دینے سے مربع فٹ اور
گزوں کو گزوں میں ضرب دینے سے مربع گز حاصل
ہوتے ہیں۔ وغیرہ وغیرہ +

نوٹ 2۔ طالب علم کو الفاظ 'مربع فٹ' اور 'فٹ مربع'
میں تمیز کرنی چاہیئے +

مثلاً '3 مربع فٹ' سے وہ رقبہ مراد ہے۔ جس میں ایک
مربع فٹ تین دفعہ شامل ہے۔ اور '3 فٹ مربع' سے
اُس مربع کا رقبہ مراد ہے جس کا ہر ضلع 3 فٹ ہے۔
پس '3 فٹ مربع' سے 9 مربع فٹ رقبہ مراد ہے +

45: مستطیل کا رقبہ = طول × عرض

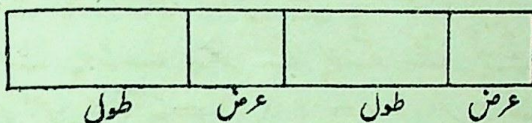
∴ طول = $\frac{\text{رقبہ}}{\text{عرض}}$ ، عرض = $\frac{\text{رقبہ}}{\text{طول}}$

نیز مربع کا ضلع = $\sqrt{\text{مربع کا رقبہ}}$

تعریف۔ کسی شکل کے کُل احاطے کو انگریزی
میں **پیری میٹر** (Perimeter) کہتے ہیں۔ ظاہر
ہے۔ پیری میٹر مجموعہ اضلاع ہوتا ہے۔
چونکہ مستطیل کے آمنے سامنے کے ضلع برابر
ہوتے ہیں۔ اس لئے
مستطیل کا پیری میٹر = 2 × (طول + عرض)
نیز مربع کا پیری میٹر = 4 طول

---

46 کمرے کی دیواروں کا رقبہ معلوم کرنا۔ فرض

کرو۔ کہ کمرے کی دیواریں مقوے کی بنی ہوئی
ہیں۔ اگر ان کو کسی کونے کی طرف سے تراش کر
ایک قطار میں کھڑا کیا جائے۔ تو یہ شکل
بن جائیگی۔

عرض طول عرض طول

اب یہ شکل ایک مستطیل ہے۔ جس کا عرض
تو بلندی ہے۔ اور طول برابر (عرض + طول
+ عرض + طول) یعنی پیری میٹر کے ہے۔ پس
چاروں دیواروں کا رقبہ = پیری میٹر × بلندی
= (طول + عرض) کا دُگنا × بلندی

اب ہم چند مختلف مثالیں حل کرینگے۔

مثال ۱۔ ایک مربّع میدان کا رقبہ 1225 مربّع
گز ہے۔ اس کا پیری میٹر بتاؤ۔

حل۔ طول = $\sqrt{1225} = \sqrt{35 \times 35} = 35$ گز۔
پیری میٹر = $35 \times 4 = 140$ گز۔

مثال 2۔ ایک کمرہ 20 گز لمبا اور 12 گز چوڑا
ہے۔ بتاؤ۔ اُس کے فرش پر $1\frac{1}{2}$ گز عرض کا
کپڑا کتنا بچھیگا؟

حل فرش کا رقبہ = $20 \times 12 = 240$ مربّع گز۔
ظاہر ہے کہ کپڑے کا رقبہ فرش کے رقبے کے
برابر ہوگا۔

∴ کپڑے کا رقبہ = 240 مربّع گز

اور کپڑے کا عرض = $\frac{5}{4}$ گز

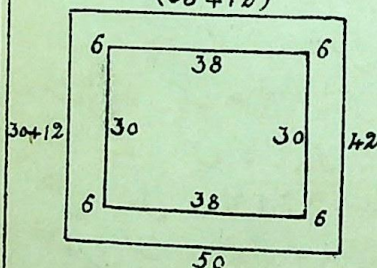
∴ کپڑے کا طول = $240 \div \frac{5}{4} = 192$ گز ✣

مثال 3 - ایک مستطیل صحن 15 فٹ لمبا اور 8 فٹ چوڑا ہے - اس میں $2\frac{1}{2}$ فٹ لمبے اور 2 فٹ چوڑے پتھر کے چوکے کتنے لگینگے ؟

حل صحن کا رقبہ = $15 \times 8 = 120$ مربّع فٹ

اور ایک چوکے کا رقبہ = $2\frac{1}{2} \times 2 = 5$ " "

∴ چوکوں کی تعداد = $120 \div 5 = 24$

مثال 4 - ایک کمرہ 38 فٹ لمبا اور 30 فٹ چوڑا ہے - اُس کے گردا گرد ایک برآمدہ 6 فٹ چوڑا بنا ہؤا ہے - برآمدے کا رقبہ دریافت کرو :-

	(38+12)	
6	38	6
30+12	30 30	42
6	38	6
	50	

حل شکل سے ظاہر ہے - کہ کمرے اور برآمدے سے مل کر جو شکل بنیگی - وہ مستطیل ہوگی - جس کا طول 38 + 12 یعنی 50 فٹ ہوگا - اور عرض 30 + 12 یعنی 42 فٹ ہوگا - اور یہ بھی ظاہر ہے - کہ باہر کی مستطیل کے رقبے میں سے اندر کی مستطیل کا رقبہ نکال دینے سے برآمدے کا رقبہ معلوم ہو جائیگا ✣

باہر کی مستطیل کا رقبہ ـ $50 \times 42 = 2100$ مربع فٹ

اندر کی " " " $= 38 \times 30 = 1140$ " "

∴ برآمدے کا رقبہ $= 2100 - 1140 = 960$ " "

مثال 5 ـ ایک مستطیل تختے کے ضلعے ۱۰ فٹ اور ۹ فٹ ہیں ـ بتاؤ اس کی چاروں طرف سے کتنی چوڑی لکڑی کاٹ دی جائے ـ کہ اُس کا رقبہ 56 مربع فٹ رہ جائے +

حل ـ فرض کرو کہ ا ب ج د تختہ ہے ـ اور کاٹنے کے بعد ط ک ع م باقی رہ گیا ذرا سوچنے سے معلوم ہو جائیگا ـ کہ بیرونی مستطیل ا ب ج د کے ضلعوں کا فرق اندرونی مستطیل کے ضلعوں کے فرق کے برابر ہے +

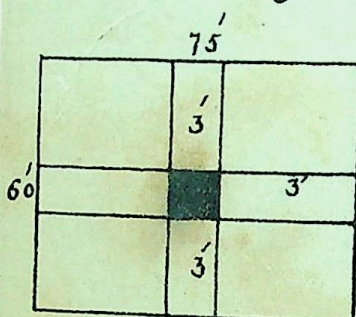
یعنی ط ک ـ ک ع = ا ب ـ ب ج = ۱۰ ـ ۹ = ۱

اور ط ک × ک ع = 56

اب دو عدد ایسے سوچو کہ ان کا حاصل ضرب 56 اور فرق ۱ ہو ـ ظاہر ہے ـ ایسے اعداد 8 اور 7 ہیں ـ پس ط ک = 8 لیکن ا ب = ۱۰ +

اس لئے مطلوبہ چوڑائی $= \frac{10 - 8}{2} =$ ۱ فٹ

مثال 6 ـ ایک مستطیل قطعۂ زمین کا طول

75 فٹ اور عرض 60 فٹ ہے - اُس کے بیچوں بیچ چوپڑ کی سڑکیں تین تین فٹ چوڑی بنی ہوئی ہیں - دونو سڑکوں کا رقبہ معلوم کرو - اور بتاؤ - کہ 2 آنے فی مربّع فٹ کے حساب سے اُن پر کیا لاگت آئیگی ؟

حل - چونکہ دونو سڑکیں ایک دوسری پر سے گذرتی ہیں - اس لئے چھوٹی سی سطح جو 3 فٹ لمبی اور 3 فٹ چوڑی ہے - دونو سڑکوں میں شامل ہوگی - پس صاف ظاہر ہے - کہ دونو سڑکوں کا کل رقبہ دریافت کرنے میں ایک چھوٹی سی سطح کو یعنی 9 مربّع فٹ کو صرف ایک ہی دفعہ حساب میں لینا چاہئے ✢

طول کی سڑک کا رقبہ = 75 × 3 = 225 مربّع فٹ

عرض " " " = 60 × 3 − 9 = 171 "

دونو سڑکوں کا رقبہ = 225 + 171 = 396 "

لاگت = 396 × 2 آنے = 49 روپے 8 آنے ✢

مثال 7 - ایک مستطیل میدان کا رقبہ 5 ایکڑ ہے - اور اس کے ضلعوں میں 2 : 1 کی نسبت ہے - ضلعے معلوم کرو ✢

فرض کرو۔ کہ ضلعے ل گز اور ۲ل گز ہیں۔

پس ل × ۲ل = 4840 × 5

∴ $ل^2$ = 2420 × 5 = 110 × 110

∴ ل = 110

پس میدان کا عرض 110 گز اور طول 220 گز ہے +

سوالات نمبر ۹

1 شکل کھینچ کر دکھاؤ۔ کہ اگر ایک مربّع کا ضلع دوسرے مربّع کے ضلع سے تگنا ہو۔ تو پہلے مربّع کا رقبہ دوسرے مربّع کے رقبے سے نو گنا ہوگا؟

2 ایک مستطیل کا عرض دوسری مستطیل کے عرض کے برابر ہے۔ مگر پہلی کا طول دوسری کے طول سے دُگنا ہے۔ شکل کھینچ کر ثابت کرو۔ کہ پہلی مستطیل کا رقبہ دوسری مستطیل کے رقبے سے دوچند ہے +

3 ایک مستطیل کا عرض دوسری مستطیل کے عرض سے دُگنا۔ اور طول تگنا ہے۔ شکل کھینچ کر دکھاؤ۔ کہ پہلی مستطیل کا رقبہ دوسری مستطیل کے رقبے سے چھ گنا ہے +

جن مستطیلوں کی لمبائی اور چوڑائی نیچے لکھی ہے۔ اُن کے رقبے بتاؤ :-

4 لمبائی 1.4 فٹ - چوڑائی ۱۵ فٹ +

5 لمبائی 27 سم - چوڑائی 22 سم ٭

6 لمبائی 6 فٹ 4 انچ - چوڑائی 2 فٹ 4 انچ ٭

7 لمبائی 12 گز 1 فٹ - چوڑائی 11 گز 1 فٹ ٭

8 لمبائی 360 انچ - چوڑائی $2\frac{1}{2}$ فٹ ٭

جن مربعوں کے ضلعے نیچے لکھے ہیں - اُن کے رقبے نکالو :-

9 ضلع 525 گز ٭ 10 ضلع 4 گز 2 فٹ ٭

11 ضلع 1 میل 40 گز ٭ 12 ضلع 1 گز 1 فٹ 1 انچ ٭

13 ایک مربع کا رقبہ 4.84 مربع انچ ہے - اس کا ایک ضلع کیا ہے؟ اس کا پیری میٹر کیا ہے؟

14 ایک مستطیل کا رقبہ 2.42 مربع فٹ ہے - طول 2.2 فٹ ہے - عرض کیا ہے؟ احاطہ کیا ہے؟

15 ایک مستطیل صحن 25 گز لمبا اور 15 گز چوڑا ہے - 10 گز فی انچ کے پیمانے سے اس کا خاکہ کھینچو - رقبہ بھی معلوم کرو ٭

16 ایک مستطیل کا پیری میٹر 180 گز ہے - اور طول 50 گز - عرض بتاؤ ٭

17 ایک مستطیل کا احاطہ 200 گز - عرض 120 فٹ - طول کیا ہے؟ رقبہ کیا ہے؟

18 ایک مستطیل کھیت کی لمبائی 1210 گز - اور چوڑائی 600 گز ہے - اُس کا رقبہ کتنے ایکڑ

ہے ؟

19 ایک مربّع میدان کا ایک ضلع چوتھائی میل ہے۔ اس کا رقبہ کتنے ایکڑ ہے ؟

20 ایک مربّع کھیت کا ضلع 69 گز ہے۔ اس کا رقبہ ایک ایکڑ سے کس قدر کم ہے ؟

21 ایک مربّع کھیت کا احاطہ 280 گز ہے۔ اُس کا رقبہ ایک ایکڑ سے کس قدر زیادہ ہے ؟

22 ایک کمرہ 30 فٹ لمبا اور 12 فٹ چوڑا ہے۔ اس کے فرش میں 4 انچ لمبی اور 3 انچ چوڑی اینٹیں کتنی لگینگی ؟

23 24 فٹ لمبے اور 18 فٹ چوڑے کمرے کے فرش کے لئے 2 فٹ 3 انچ چوڑی دری کتنی لمبی درکار ہوگی ؟

24 ایک کمرہ 21 فٹ لمبا اور 16 فٹ 8 انچ چوڑا ہے۔ اس کی چھت پر ایک آنہ فی مربّع فٹ کے حساب سے رنگ کرانے میں کیا خرچ ہوگا ؟

25 ایک دیوار 100 فٹ لمبی اور $5\frac{1}{2}$ گز اونچی ہے۔ اُس کو $2\frac{1}{2}$ فٹ چوڑے کاغذ سے منڈھنا چاہتے ہیں۔ بتاؤ۔ کتنے فٹ کاغذ درکار ہوگا *

26 ایک کمرہ 15 فٹ چوڑا اور 36 فٹ لمبا ہے۔ بتاؤ۔ اس کے فرش پر 27 انچ چوڑی دری کے گز لمبی درکار ہوگی۔ اور 2 روپے 4 آنے

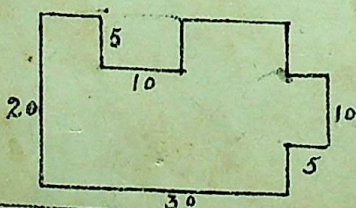
گز کے حساب سے اس پر کیا لاگت آئیگی ؟

27 ایک قائم الزوایا میدان کا طول 500 فٹ اور عرض 400 فٹ ہے - اس کے گرداگرد اندر کی طرف 5 فٹ چوڑا رستہ بنا ہوا ہے - رستے کا رقبہ بتاؤ ٭

28 ایک کمرہ 22 فٹ لمبا اور 20 فٹ چوڑا ہے - اس کے گردا گرد باہر کی طرف 6 فٹ چوڑا برآمدہ بنا ہوا ہے - برآمدے کا رقبہ بتاؤ ٭

29 ایک باغ 600 گز لمبا اور 450 گز چوڑا ہے - اس کے بیچوں بیچ چوپڑ کی سڑک 10 فٹ چوڑی بنی ہوئی ہے - بتاؤ - اس پر 1 روپیہ 9 آنے فی سو مربع فٹ کے حساب سے کیا لاگت آئیگی ؟

30 ایک قائم الزوایا کھیت کا طول عرض سے دوچند ہے - اور اس پر 1 آنہ فی مربع گز کے حساب گھاس لگوانے کا خرچ 72 روپے ہے - کھیت کا طول اور عرض بتاؤ ٭

نوٹ - مستطیل کو دو مربعوں میں تقسیم کرو ٭

31 اس شکل کا رقبہ نکالو - اعداد فٹوں کو ظاہر کرتے ہیں ٭

5
10
20
10
5
30

32 ایک کمرے کا طول ۱۵ گز ۱ فٹ اور عرض ۶ گز 2 فٹ اور ارتفاع 5 گز ۱ فٹ ہے۔ بتاؤ۔ اس کی دیواروں پر ایک روپیہ 2 آنے فی مربع گز کے حساب سے رنگ کرانے میں کیا خرچ ہوگا؟

33 ایک کمرے کی چار دیواروں کا رقبہ 858 مربع فٹ ہے۔ اس کا ارتفاع ۱۱ فٹ ہے۔ اور طول عرض سے دوچند ہے۔ طول اور عرض معلوم کرو ٭

34 ایک مربع میدان کا رقبہ $2\frac{1}{2}$ ایکڑ ہے۔ اس کا احاطہ معلوم کرو ٭

35 ایک میدان کا رقبہ 15 ایکڑ ہے۔ اور اس کے طول اور عرض میں 3 : 2 کی نسبت ہے۔ میدان کا طول اور عرض معلوم کرو ٭

36 ایک کمرے کا طول عرض سے سہ چند ہے۔ اور اس کا رقبہ 252 مربع گز 108 مربع انچ ہے۔ طول اور عرض معلوم کرو ٭

37 ایک مربع کھیت کا رقبہ 40 ایکڑ ہے۔ بتاؤ۔ ایک لڑکے کو اس کے گرد 3 میل فی گھنٹہ کے حساب سے چکر لگانے میں کتنا وقت لگیگا؟

38 دو مربعوں کے ضلعے 33 فٹ اور 44 فٹ ہیں۔ اُس مربع کا ضلع کیا ہوگا۔ جس کا رقبہ اُن دونو کے برابر ہے؟

39 تین مربعوں کے ضلعے 39، 52، 156 گز ہیں۔ اس مربع کا ضلع بتاؤ۔ جس کا رقبہ ان تینوں کے برابر ہے ٭

40 دو مربعوں کے ضلعے 25 گز اور 7 گز ہیں۔ اُس مربع کا ضلع بتاؤ۔ جس کا رقبہ ان دونو کے فرق کے برابر ہے ٭

41 دو مربعوں کے ضلعوں میں نسبت 5 : 6 ہے ان کے رقبوں کا مقابلہ کرو ٭

42 اگر 20 گز احاطہ بندی پر 2 پونڈ 11 شلنگ 5 پنس خرچ ہوں اور ایک مربع میدان کی احاطہ بندی پر کل خرچ 339 پونڈ 7 شلنگ ہو۔ تو بتاؤ اس میدان کا رقبہ کتنے ایکڑ ہے ٭

43 ایک قائم الزوایا حوض کا طول 13 فٹ 6 انچ اور عرض 9 فٹ 6 انچ ہے اور عمق 6 فٹ 6 انچ ہے۔ بتاؤ اس میں 5 آنے 4 پائی فی مربع فٹ کے حساب سے پلستر کرانے میں کیا خرچ ہوگا ؟

44 ایک مستطیل کھیت کے ضلعوں میں تین اور پانچ کی نسبت ہے۔ اور رقبہ 735 مربع جریب ہے۔ طول اور عرض بتاؤ ٭

45 ایک مربع قطعہ زمین کا محصول 4 روپے 2 آنے فی ایکڑ کے حساب سے 371 روپے 4 آنے

ہے ۔ بتاؤ اس کے گرداگرد باڑ لگانے میں 8 آنے 9 پائی فی جریب کے حساب سے کیا صرف ہوگا؟

46 ایک کمرے کا طول عرض سے تگنا ہے ۔ اور اس کی چھت پر کپڑا لگوانے کا خرچ 1 روپیہ 2 آنے فی مربع گز کے حساب سے 96 روپے ہے ۔ اور چاروں دیواروں پر کاغذ مڑھوانے میں 12 آنے فی مربع گز کے حساب سے 128 روپے صرف ہوتے ہیں ۔ کمرے کا طول عرض اور بلندی معلوم کرو ۔

47 ایک کمرے کا طول عرض سے دُگنا ہے ۔ اور ارتفاع 20 فٹ ہے ۔ اس کی دیواروں پر کاغذ لگوانے میں 6 روپے فی سو مربع فٹ کے حساب سے 120 روپے خرچ ہوئے ۔ کمرے کا طول بتاؤ ۔

48 دو مربع کمرے ہیں ۔ ایک کمرہ ہر طرف سے دوسرے کمرے کی نسبت دو دو فٹ زیادہ ہے ۔ دونو کی بلندی ایک ہی ہے ۔ 3 آنے فی مربع فٹ کے حساب سے بڑے کمرے کی دیواروں پر کاغذ لگوانے میں 178 روپے 8 آنے اور چھوٹے کمرے کی دیواروں پہ وہی کاغذ لگوانے میں 157 روپے 8 آنے صرف ہوئے ۔ بلندی بتاؤ ۔

49 دو مستطیل کھیت مساوی رقبے کے ہیں۔
ایک کے اضلاع 945 گز و 1344 گز ہیں۔
دوسرے کھیت کا بڑا ضلع 1134 گز ہے۔
تو اس کا عرض دریافت کرو۔ (و۔ ف سنہ 1920ء)

50 ایک قائم الزوایا شکل کے قطعہ زمین کے
اضلاع میں $\frac{3}{4} : \frac{4}{5}$ کی نسبت ہے۔ اور رقبہ
2160 مربع فٹ ہے۔ طول اور عرض
بتاؤ۔

51 ایک مستطیل کمرہ 80 فٹ لمبا اور 48 فٹ
چوڑا ہے۔ اس کے فرش میں اسی شکل کی
9216 اینٹیں لگتی ہیں۔ ہر ایک اینٹ کا
طول اور عرض بتاؤ۔
اشارہ اینٹ کے طول اور عرض میں 80 اور
48 کی نسبت ہے۔

52 ایک مستطیل قطعہ زمین کا طول 24 گز اور
عرض 14 گز ہے۔ بتاؤ اس میں گز گز
کے فاصلہ پر کتنے پودے لگ سکتے ہیں۔

53 ایک تختے کے ضلعے 7 فٹ اور 4 فٹ ہیں۔
بتاؤ اس کی چاروں طرف سے کتنی چوڑی
لکڑی کاٹ دی جائے۔ کہ تختے کا رقبہ 18
مربع فٹ رہ جائے۔

54 ایک باغ 45 گز لمبا اور 36 گز چوڑا ہے۔
اس کے اندر یکساں عرض کی چوڑی سڑک بنی

ہوئی ہے۔ اگر سڑک کا رقبہ 584 مربع گز ہو۔
تو بتاؤ۔ سڑک کا عرض کیا ہے ؟
اشارہ۔ باغ کے رقبے میں سے سڑک کا
رقبہ گھٹاؤ۔ یہ اندر کی مستطیل کا رقبہ ہوگا۔
اب حل شدہ مثال 6 کی طرح عمل کرو ÷
55 ایک کمرے کی لمبائی چوڑائی سے تگنی ہے۔
اور بلندی 25 فٹ ہے۔ اور 3 آنے 6 پائی فی
مربع فٹ کے حساب سے فرش کرانے میں 262
روپے 8 آنے لگتے ہیں۔ بتاؤ اس کی دیواروں
پر 2 آنے 6 پائی فی مربع فٹ کے حساب سے
سیمنٹ کرانے میں کیا صرف ہوگا ؟
56 ایک مستطیل میدان کا طول اس کے عرض
سے دوچند ہے۔ اُس کے گردا گرد اندر کی
طرف 5 فٹ چوڑی سڑک ہے۔ سڑک کا
رقبہ 1100 مربع فٹ ہے۔ میدان کا طول اور
عرض معلوم کرو ÷
57 ایک مستطیل میدان کا طول اس کے عرض
سے ڈھائی گونا ہے۔ اُس کے گردا گرد باہر
کی طرف 10 فٹ چوڑی سڑک ہے۔ سڑک کا رقبہ
7400 مربع فٹ ہے۔ طول اور عرض بتاؤ ÷
58 ایک حوض کا طول 30 فٹ عرض 20 فٹ اور
گہرائی 12 فٹ ہے۔ بتاؤ اس کے اندر سب
طرف 7 روپے 7 آنے فی سو مربع فٹ کے

حساب سے سیمنٹ کرانے میں کیا لاگت آئیگی ؟

59 ایک صندوق 5 فٹ 6 انچ لمبا اور 4 فٹ چوڑا اور 2 فٹ 6 انچ گہرا ہے - بتاؤ اُس کے اندر ٹین لگوانے میں کیا لاگت آئیگی - جبکہ ایک مربع گز ٹین کا وزن 2 پونڈ ہو - اور ٹین کا بھاؤ 9 پنس فی پونڈ ہو +

60 گائے کا چارہ ڈالنے کا صندوق بشکل مکعب لکڑی کا بنا ہوُا ہے - جس کے اوپر ڈھکنا نہیں ہے - اگر صندوق اندر سے $4\frac{1}{2}$ فٹ چوڑا ہو - تو اُس کے اندر سب طرف 9 انچ چوڑا ٹین کتنا لگے گا ؟

(و - ف 1920ء) +

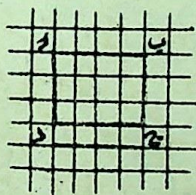
چھٹا باب

مربعی کاغذ اور ترازو کے ذریعے شکلوں کا رقبہ دریافت کرنا

(AREA CALCULATED BY SQUARED PAPER AND BALANCE)

47 تم نے سکئرڈ یعنی مربعی کاغذ دیکھا ہوگا -

اس ہیں عموماً افقی خط ایک دوسرے سے
انچ کے دسویں حصّے کے برابر فاصلے پر
کھچے ہوئے ہوتے ہیں - اور عمودی خط بھی
ایک دوسرے سے اتنے ہی فاصلے پر واقع
ہوتے ہیں - اس طرح کاغذ کی تمام سطح
چھوٹے چھوٹے مساوی مربّعوں ہیں منقسم
ہو جاتی ہے - ہر ایک مربّع کا ضلع $\frac{1}{10}$ انچ
ہوتا ہے - مربعی کاغذ پر بنی ہوئی شکل کا
رقبہ مربّعوں کا شمار کرنے سے فوراً دریافت
ہو سکتا ہے +

48 مستطیل کا رقبہ - فرض کرو - کہ مستطیل
اب ج د مربعی کاغذ
پر بنی ہوئی ہے -
اور ہم اس کا رقبہ
معلوم کرنا چاہتے ہیں -
کل مربّعوں کا شمار
کرو - 12 ہیں - مگر چونکہ ہر مربّعے کا ضلع
.1 ہے - اس لئے ہر ایک مربّعے کا رقبہ
.01 مربّع انچ ہے - پس مستطیل کا رقبہ
$= .01 \times 12 = .12$ مربّع انچ +

نوٹ - مربّعوں کے شمار کرنے کی آسان ترکیب یہ ہے
کہ ایک قطار میں جتنے مربعے ہوں - ان کی تعداد کو
قطاروں کی تعداد میں ضرب دے دو +

سوالات نمبر ۱۵

۱ مربعی کاغذ پر ایک مربّع انچ رقبہ دکھاؤ۔ بتاؤ۔ اس میں $\frac{1}{10}$ انچ ضلع والے کتنے مربّعے شامل ہیں؟

2 مربّعی کاغذ پر ایک مستطیل کھینچو۔ جس کا طول ″1.5 اور عرض ″1.2 ہو۔

3 مربّعی کاغذ پر ایک مستطیل بناؤ۔ جس کا طول ″1.2 اور رقبہ 1.32 مربع انچ ہو۔

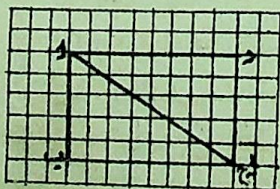
4 مربّعی کاغذ پر ایک مربّع کھینچو۔ جس کا رقبہ 1.96 مربع انچ ہو۔

5 مربّعی کاغذ پر ایک مستطیل کھینچو۔ جس کا رقبہ 6 مربع انچ ہو۔

6 مربّعی کاغذ پر دو مستطیل مختلف شکلوں کے ایسے کھینچو۔ کہ ہر ایک کا رقبہ 12 مربّع انچ ہو۔

7 مربّعی کاغذ پر ایک مربّع اور دو مستطیل ایسے بناؤ کہ ہر ایک کا رقبہ 1.44 مربّع انچ ہو۔

---

49 چونکہ وتر اج مستطیل ا ب ج د کو دو برابر

قائم الزّاویہ مثلّثوں میں تقسیم کرتا ہے۔ اس لئے مثلّث ابج میں مربّعوں کی تعداد

مستطیل مذکور کے مربّعوں کی تعداد سے نصف
ہوگی ؛

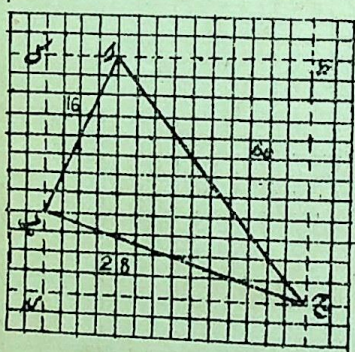
50 اگر کوئی چوکور خطوط مستقیم سے گھری ہو
ہو - تو ہم اُس کا رقبہ مستطیلوں اور قائم الزّاو
مثلّثوں کی مدد سے معلوم کر سکتے ہیں - اس
طریقے سے اُس وقت بڑی آسانی ہوتی ہے
جبکہ شکل کا ایک ضلع مربّعی کاغذ کے کسی
خط پر آیا ہؤا ہو ؛

اوپر کی شکل سے یہ بات ظاہر ہوئی ہے
کہ ہم کسی چوکور ا ب ج د کو کس طرح
مستطیلوں اور قائم الزّاویہ مثلّثوں میں تقسیم
کر سکتے ہیں ؛
مستطیلوں اور مثلّثوں کے اندر جو عدد درج
ہیں - اُن سے اُن کے مربّعوں کی تعداد ظاہر
ہوتی ہے - پس شکل ا ب ج د کے کل رقبے

ہیں 24 + 120 + 42 + 10 یعنی 196 مربّعے ہیں ٭

لیکن چونکہ ایک مربّع کا رقبہ $\frac{1}{100}$ مربّع انچ ہے - اس لئے شکل مذکور کا رقبہ 1.96 مربّع انچ ہوا ٭

---

51 اگر شکل کا کوئی ضلع مربّعی کاغذ کے خط پر آیا ہوا نہ ہو - تو عموماً شکل کے باہر اس طرح خطوطِ مستقیم کھینچتے ہیں - کہ ایک مستطیل بن جاتا ہے - پھر مستطیل کے رقبے میں سے چند قائم الزّاویہ مثلّثوں کا رقبہ منہا کر دینے سے شکل کا رقبہ معلوم ہو جاتا ہے ٭

مثلاً شکل اب ج دی ہوئی ہے - اور مستطیل طک رج ہم نے بنایا ہے - پس

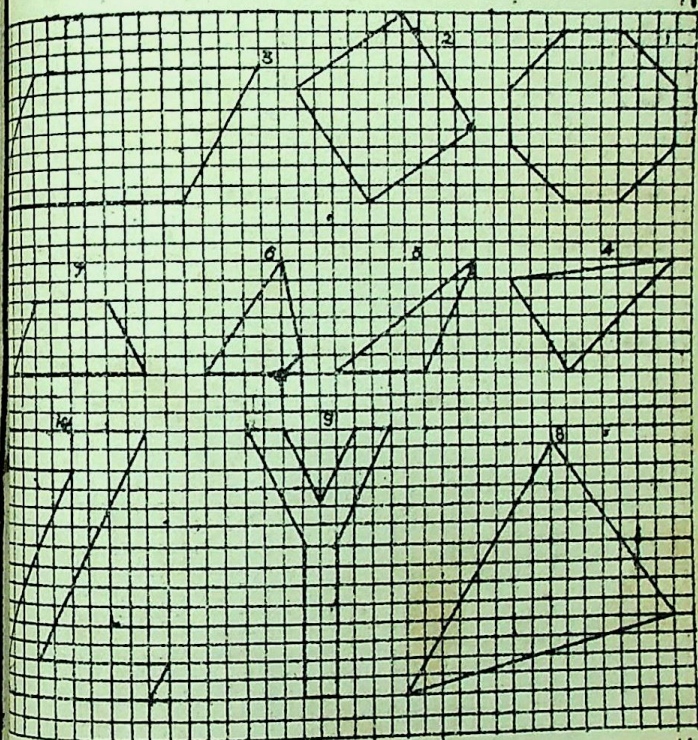
اب ج = طک رج - اک ب - ب رج - ج ط و

= 168 - 16 - 28 - 60

= 64 مربّعے

= .64 مربّع انچ ٭

سوالات نمبر ۱۱

مندرجہ ذیل شکلوں کے رقبے دریافت کرو:-

52- منحنی شکل کا رقبہ مربعی کاغذ کے ذریعے صرف تقریبی طور پر معلوم ہو سکتا ہے۔ کیونکہ منحنی خط کاغذ پر اس طرح گزرتا ہے۔ کہ اُس سے کچھ مربعے تو پورے گھر جاتے ہیں۔

اور کچھ مربعے کٹ جاتے ہیں - اب سوال یہ پیدا ہوتا ہے - کہ ان کٹے ہوئے مربعوں کو کس طرح شمار کیا جائے - چنانچہ ان کے لئے مندرجۂ ذیل قاعدہ تجویز کیا گیا ہے +

قاعدہ - جن مربعوں کے حصے نصف مربعے سے بڑے ہوں - ان کو پورے مربعے خیال کرو - اور جو حصے نصف مربعے سے کم ہوں - ان کو چھوڑ دو - اور جو حصے بظاہر نصف مربعے کے برابر ہوں - اُن کو نصف مربعے سمجھو +

مثال - ایک انچ نصف قطر کا دائرہ مربعی کاغذ پر کھینچ کر اُس کا رقبہ معلوم کرو +

م مرکز سے اُ نصف قطر کا دائرہ کھینچو۔ اور دو قطر ایک دوسرے کے ساتھ قائمہ زاویے بناتے ہوئے کھینچو۔ صاف ظاہر ہے۔ کہ ان قطروں سے دائرہ چار برابر حصّوں میں تقسیم ہو جائیگا۔ پس ہم صرف ایک ہی حصّے میں مربّعوں کی تعداد معلوم کرینگے۔ اور پھر اُس تعداد کو ۴ میں ضرب دینے سے کل دائرے میں مربّعوں کی تعداد نکل آئیگی +

دیکھو جو کٹے ہوئے مربّعے محیط کے قریب واقع ہیں۔ قاعدے کے مطابق ان میں سے جو نصف مربّعے سے بڑا ہو۔ اُس کو پورا مربّع سمجھو۔ اور جو نصف مربّعے سے کم ہو۔ اُسے چھوڑ دو۔ اور جو نصف مربّع ہو۔ اُسے نصف مربّع سمجھو +

مربّعوں کا شمار اس طرح کرو:-

م ا ب ج میں مربّعوں کی تعداد 7×7 یعنی	49
ب ج سے اوپر کی طرف تین قطاروں میں مربّعوں کی تعداد ترتیب وار	$6\frac{1}{2}$, 5, 3
ا ب کی دائیں طرف تین کھڑی قطاروں میں مربّعوں کی تعداد	$6\frac{1}{2}$, 5, 3
∴ حصہ ل م ی میں مربّعوں کی تعداد =	78

∴ دائرے کا رقبہ = 78×4 مربّعے

$= \frac{1}{100} \times 78 \times 4$ مربّع انچ

$= 3.12$ مربّع انچ +

سوالات نمبر ۱۲

۱ مربعی کاغذ پر ″2 نصف قطر کا دائرہ کھینچ کر اس کا رقبہ معلوم کرو ۔

2 مربعی کاغذ پر کوئی مثلث بناؤ ۔ اور اُس کا رقبہ معلوم کرو ۔

3 ایک مربع بناؤ ۔ جس کا ضلع ″1.8 ہو ۔ اور مربعوں کو گن کر اُس کا رقبہ بتاؤ ۔

4 ایک معین بناؤ جس کا ایک ضلع ″4 اور ایک زاویہ °30 کا ہو ۔ اس کا رقبہ بتاؤ ۔

5 ایک گول جھیل کا قطر ۳۰ گز ہے ۔ کسی پیمانے کے مطابق مربعی کاغذ پر شکل کھینچ کر اس کا رقبہ معلوم کرو ۔

6 دائرہ کا نصف قطر ۱۰ فٹ ہے ۔ اس کے °60 کے سکٹر کا رقبہ معلوم کرو ۔

---

53 اب ہم تم کو یہ بتائینگے ۔ کہ کس طرح ترازو کے ذریعے شکلوں کا رقبہ دریافت کیا جاتا ہے ۔

کاغذ کا ایک مستطیل تختہ لو ۔ اُس کا رقبہ پیمائش سے دریافت کرو ۔ اور پھر اُسے تول لو ۔ اب جس شکل کا رقبہ دریافت کرنا ہو ۔ اُسے اُسی کاغذ کے برابر کاٹ کر تول لو ۔ صاف

ظاہر ہے ۔ رقبوں میں وہی نسبت ہوگی ۔ جو کاغذ کی شکلوں کے وزنوں میں ہے ۔ یعنی اگر کسی شکل کا وزن مستطیل تختے سے دوچند ہو تو اُس کا رقبہ بھی مستطیل سے دوچند ہوگا ۔ اور اگر اُس کا وزن مستطیل سے نصف ہو ۔ تو اُس کا رقبہ بھی نصف ہوگا ۔ وغیرہ وغیرہ ۔ پس کسی شکل کا رقبہ دریافت کرنے کا عام قاعدہ یہ ہوا ۔ کہ

$$\text{رقبہ شکل} = \frac{\text{وزن شکل} \times \text{رقبہ مستطیل}}{\text{وزن مستطیل}}$$

نوٹ ۔ ترازو کا صحیح اور درست ہونا بہت ضروری ہے اور طالب علم کو کاغذ کی شکلوں کا وزن احتیاط سے دریافت کرنا چاہئے ۔

سوالات نمبر ۱3

مندرجہ ذیل اشکال کے رقبے ترازو کے ذریعے معلوم کرو :-

1 دائرہ جس کا نصف قطر "3 ہے ۔
2 معین جس کا ایک ضلع "2 اور ایک زاویہ °150 کا ہے ۔
3 مربعی کاغذ پر ہاتھ سے بالکل بے قاعدہ تین خاصی بڑی بڑی شکلیں کھینچو ۔ پہلے اُن کے رقبے مربعوں کا شمار کر کے اور پھر ترازو کے ذریعے دریافت کرو ۔

متفرق سوالات نمبر ۱۴

1. نقطے کی تعریف کرو +
2. نقطے کے کتنے امتداد ہوتے ہیں ؟
3. خط اور نقطے میں تمیز کرو۔ نقطے کو کاغذ پر دکھانے کا سب سے بہتر طریقہ کونسا ہے ؟
4. ایک خط پر کتنے نقطے لئے جا سکتے ہیں ؟
5. ایک نقطے میں سے کتنے خط کھینچ سکتے ہیں ؟
6. دو نقطوں کے درمیان کتنے خط مستقیم کھینچ سکتے ہیں +
7. دو نقطوں کے درمیان کتنے منحنی خط کھینچ سکتے ہیں ؟
8. اگر تین نقطے کاغذ پر لئے جائیں - تو کیا ہم ہمیشہ ان میں سے گزرتا ہوُا سیدھا خط کھینچ سکتے ہیں ؟
9. ۱۰۰ میٹر میں کتنے ملی میٹر ہوتے ہیں ؟ ایک میل میں کتنے انچ ؟
10. خطِ مستقیم کے کتنے امتداد ہوتے ہیں ؟
11. لفظ ’تنصیف‘ کے کیا معنی ہیں ؟
12. لفظ ’بڑھاؤ‘ سے کیا مراد ہے ؟
13. سطح کی تعریف کرو +
14. سطح کے کتنے امتداد ہوتے ہیں ؟

15 کیا ہر ایک سطح پر خطوط مستقیم کھینچ سکتے ہیں +

16 کوئی ایک ایسی منحنی سطح بتاؤ - جس پر خطِ مستقیم کھینچنا ناممکن ہو +

17 کوئی ایسی دو منحنی سطحیں بتاؤ - جن پر خطِ مستقیم کھینچنا ممکن ہو +

18 ایسا مجسم بتاؤ - جو بالکل ایک سطح سے گھرا ہوا ہو +

19 ایسا مجسم بتاؤ - جو دو سطحوں سے گھرا ہوا ہو +

20 مجسم کی تعریف کرو - مجسم اور سطح میں کیا فرق ہے ؟

21 مکعب کی کتنی سطحیں ہوتی ہیں ؟ کتنے کنارے ہوتے ہیں ؟ کتنے کونے ہوتے ہیں ؟

22 مکعب میں کتنے کنارے ایک کونے پر ملتے ہیں +

23 مکعب میں کتنی سطحیں ایک کونے پر ملتی ہیں ؟

24 ایک خط مستقیم کاغذ پر کھچا ہوا ہے - اس کو کس طرح ماپوگے +

25 کسی دئے ہوئے خطِ مستقیم میں سے کچھ طول کاٹنے کا کیا طریقہ ہے ؟

26 3.7 انچ لمبا خطِ مستقیم کھینچو - اور اپنے مسطر کی مدد سے اُس کا نقطہ تنصیف معلوم کرو +

27 4.7 انچ لمبا خط مستقیم کاغذ پر کھینچو - اور کاغذ کو موڑ کر اُس کا نقطۂ تنصیف معلوم کرو +

28 زاوئے کے کتنے بازو ہوتے ہیں ؟
29 جہاں زاوئے کے بازو ملتے ہیں - اس مقام کو کیا کہتے ہیں ؟
30 جو زاویہ قائمہ سے کم ہوتا ہے - اُسے کیا کہتے ہیں ؟
31 جو زاویہ قائمہ سے بڑا ہوتا ہے - اُسے کیا کہتے ہیں ؟
32 زاویۂ حادّہ کی تعریف کرو ۔
33 زاویۂ منفرجہ کی تعریف کرو ۔
34 زاویۂ مستقیم کی تعریف کرو ۔
35 زاویۂ معکوس کسے کہتے ہیں ؟
36 زاویۂ قائمہ میں کتنے درجے ہوتے ہیں ؟
37 360° کے کتنے قائمے ہوتے ہیں ؟
38 89° کا زاویہ منفرجہ ہے یا حادّہ ؟ کیوں ؟
39 اگر دو زاویوں کا مجموعہ ایک قائمہ ہو - تو اُن کو کیا کہتے ہیں ؟
40 اگر دو زاویوں کا مجموعہ دو قائمے ہو - تو اُن کو کیا کہتے ہیں ؟
41 20° کا کامپلیمنٹ کیا ہے ؟
42 20° کا سپلیمنٹ کیا ہے ؟
43 کیا 30° اور 60° کے زاوئے کامپلیمنٹری ہیں ؟
44 کیا 45° اور 135° کے زاوئے سپلیمنٹری ہیں ؟
45 کاغذ پر کوئی زاویہ بناؤ اور کاغذ موڑ کر اس

کی تنصیف کرو ؎

46 پروٹریکٹر سے زاویہ کس طرح ماپتے ہیں ؟

47 پروٹریکٹر سے خاص درجوں کا زاویہ کس طرح بناتے ہیں ؟

48 پروٹریکٹر سے کاغذ پر 160° کا زاویہ کھینچو۔ اور کاغذ موڑ کر اس کی تنصیف کرو ؎

49 کاغذ پر ایک خط مستقیم اب کھینچو۔ اور اس میں کوئی نقطہ ع لو۔ اور کاغذ کو موڑ کر ع سے اب پر عمود ڈالو ؎

50 کاغذ پر ایک خط مستقیم اب کھینچو۔ اور اُس کے باہر کوئی نقطہ ع لو۔ اور کاغذ موڑ کر ع سے اب پر عمود ڈالو ؎

51 بتاؤ۔ مندرجۂ ذیل سمتوں کے عین مقابل ہیں کونسی سمتیں ہیں ؟

(1) شمال مغرب ؎ (2) شمال مشرق ؎

(3) جنوب مشرق ؎

52 بتاؤ۔ 945° میں کتنے قائمے ہوتے ہیں ؟

53 بتاؤ۔ $3\frac{1}{2}$ قائموں میں کتنے درجے ہوتے ہیں ؟

54 بتاؤ۔ ٹھیک پانچ بجے گھڑی کی سوئیوں کے درمیان کتنے درجے کا زاویہ ہوگا ؟ جواب 150°

55 $2''$ نصف قطر کا ایک دائرہ کھینچو۔ اور اُس میں دو نصف قطر ایک دوسرے پر عمود وار کھینچو ؎

56 ۷ سم نصف قطر کا دائرہ کھینچو - اور اُس میں ۴ سم لمبا وتر کھینچو +

57 دائرے کے کتنے نصف قطر باہم برابر ہوتے ہیں ؟

58 تم کس طرح جانتے ہو - کہ دائرے کے تمام نصف قطر باہم برابر ہوتے ہیں ؟

59 دائرے اور محیط میں تمیز کرو +

60 وتر اور قوس کی تعریف کرو +

61 سکٹر اور قطعہ دائرہ کی تعریف کرو +

62 اس نقطے کا کیا نام ہے - جس سے محیط دائرہ تک کھینچے ہوئے تمام خطوط مستقیم باہم برابر ہوتے ہیں ؟

63 نصف دائرے کی حدود بیان کرو +

64 خطوط متوازی کی تعریف کرو +

65 افقی اور راسی خط کیا ہوتے ہیں ؟

66 ایک خط ا ب $3\frac{1}{2}$ انچ لمبا کھینچو - اور ایک نقطہ ج ایسا معلوم کرو - کہ ا سے اُس کا فاصلہ "2 ہو - اور ب سے "2 ہو ، ج میں سے ایک خط متوازی ا ب کا کھینچو +

67 کسی خط مستقیم سے کسی نقطہ کے فاصلے سے کیا مراد ہے ؟

68 چوکور کسے کہتے ہیں ؟ کوئی چوکور ا ب ج د کھینچو - بناؤ - اس کو اور کون سے سات طریقوں سے

بیان کر سکتے ہیں ؟

69 کوئی چوکور ا ب ج د کھینچو۔ بناؤ وتر ا ج کے مقابل کونسے زاوئے ہیں ؟ اور وتر ب د کے مقابل کونسے زاوئے ہیں ؟

70 متوازی الاضلاع کی تعریف کرو - اپنے سٹ سکوئر اور پروٹریکٹر سے ایک متوازی الاضلاع بناؤ۔ جس کے متصلہ ضلعے ″3 اور ″4 ہوں اور درمیانی زاویہ 52° کا ہو +

71 معیّن اور مربّع میں کیا فرق ہے ؟ مستطیل اور مربّع میں کیا فرق ہے ؟

72 اپنے سٹ سکوئر اور پروٹریکٹر سے ایک معیّن بناؤ - جس کا ضلع $2\frac{3}{4}$ انچ ہو - اور زاویہ 42° کا ہو +

73 پیمانے کے مطابق شکلیں بنانے سے کیا مراد ہے ؟ کسرِ اعتباری کسے کہتے ہیں ؟

74 $3\frac{1}{2}$ انچ 35 میل کو ظاہر کرتے ہیں - پیمانہ کی کسر اعتباری معلوم کرو - جواب $\frac{1}{633600}$

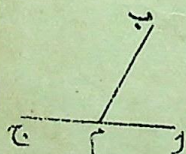
75 زاویۂ بلندی اور زاویۂ پستی میں تمیز کرو +

76 شکل کھینچ کر ثابت کرو - کہ مستطیل کا رقبہ = طول × عرض +

77 ترازو کے ذریعے کسی شکل کا رقبہ دریافت کرنے کے قاعدہ کو مفصّل بیان کرو +

(ANGLES AT A POINT)

54 اب ہم ایسی مشقیں درج کرینگے ۔ کہ جن پر عمل کرنے سے طالب علم خود بخود مسائل ہندسیہ کو دریافت کر لیگا ۔ طالب علم کو چاہئے ۔ کہ ہر مشق کے متعلق شکل صحت اور صفائی کے ساتھ بنائے ۔ اور جو نتیجہ مشقوں سے نکلے ۔ اُس کو خوب ذہن نشین کر لے ؞

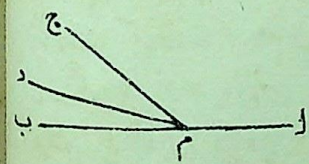
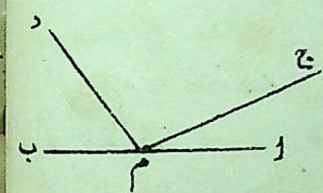
مسئلہ ۱

مشق ۱ ۔ ایک زاویہ حادہ ا م ب کھینچو ۔ ا م کو ج تک بڑھاؤ ۔ بتاؤ ۔ ب م ج کس قسم کا زاویہ ہے ؟

ب
ج م ا

مشق 2 - ایک منفرجہ زاویہ ب م ج بناؤ۔
ج م کو ا تک بڑھاؤ - بتاؤ - ا م ب کس
قسم کا زاویہ ہے؟

مشق 3 - (1) ا م ب 55° کا بناؤ - ا م کو ج
تک بڑھاؤ - ب م ج کو ماپو - بتاؤ زاویے ا م ب
اور ب م ج کا مجموعہ کیا ہے؟
(2) ا م ب = 73° بنا کر اسی مشق کو دہراؤ۔
(3) ا م ب = 125° بنا کر اسی مشق کو دہراؤ۔
بتاؤ - مشق 3 کی تینوں صورتوں میں مجموعہ کتنے
قائمے زاویوں کے برابر ہے؟

مشق 4 خطِ مستقیم ا ب
کے نقطہ م سے دو خط
م ج اور م د کھینچو - تینوں
زاویوں کو ماپو - اُن کا
مجموعہ کیا ہے؟

مشق 5 - اوپر کی مشق
کو اس شکل کی صورت
میں دہراؤ۔

مشق 6 - مشق 1 کی شکل میں فرض کرو - کہ
ایک خط م ا سے روانہ ہو کر م کے گرد
گھومتا ہوا پہلے م ب کی حالت میں آتا ہے -
پھر ٹھیک م ج کے اوپر آ جاتا ہے - بتاؤ وہ
خط کتنے قائمے گھوما؟ کتنے درجے گھوما؟

اوپر کی مشقوں سے نتیجہ نکلتا ہے۔ کہ

زاوئے جو ایک خط مستقیم دوسرے خط مستقیم کے ساتھ ایک ہی طرف پیدا کرتا ہے۔ مل کر دو قائموں کے برابر ہوتے ہیں +

سوالات نمبر 15

1 اگر مشق ا کی شکل میں

ا م ب = °57 ، تو ب م ج کیا ہوگا؟

ب م ج = °89 ، تو ا م ب کیا ہوگا؟

ب م ج = °163 ، تو ا م ب کیا ہوگا؟

2 اگر دو خط ا م ب اور ج م د ایک دوسرے کو م پر قطع کریں۔ اور زاویہ ا م ج قائمہ ہو۔ تو ثابت کرو۔ کہ م پر کے باقی زاوئے بھی قائمے ہونگے؟

3 مندرجہ ذیل زاویوں کے سپلیمنٹ کیا ہونگے؟

°30 ، °75 ، °105 ، °91 ، °180 ، °0 +

مسئلہ ۲

55 مشق ا۔ ایک خط مستقیم م ب کھینچو۔ م ب کے ایک طرف زاویہ ا م ب °45 کا اور

دوسری طرف زاویہ ب م ج
135° کا بناؤ۔
ان دونو زاویوں کا
مجموعہ کیا ہے؟
کیا ا م ج خط مستقیم ہے؟

ا م ج ب

مشق 2 - اوپر کی مشق کو دہراؤ - جبکہ

(1) ا م ب = 46° ، ب م ج = 134°
(2) ا م ب = 90° ، ب م ج = 90°
(3) ا م ب = 77° ، ب م ج = 109°
(4) ا م ب = 115° ، ب م ج = 74°

بتاؤ - دونو زاویوں میں کیا تعلق ہو - کہ ا م ج خط مستقیم ہو جائے؟

تعریف - اگر تین خطوط مستقیم ایک نقطے سے کھینچے جائیں - اور اُن میں سے ایک خط کو باقی دو خطوں کے لحاظ سے درمیانی خط سمجھا جائے۔ تو جو زاوئے یہ درمیانی خط باقی دو خطوں کے ساتھ بناتا ہے - اُن کو متصلہ زاوئے (Adjacent Angles) کہتے ہیں - مثلاً اس شکل میں ا اور ب متصلہ زاوئے ہیں۔

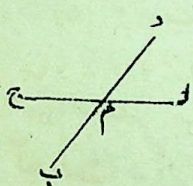
ب ا

مندرجۂ بالا مشقوں سے نتیجہ نکلتا ہے - کہ اگر دو متصلہ زاوئے مل کر دو قائموں

کے برابر ہوں۔ تو اُن زاویوں کے خارجی بازو ایک سیدھ میں ہونگے ÷

سوالات نمبر 16

1 خطِ مستقیم ا ب کے نقطہ و سے خطوطِ مستقیم و ج اور و د خط ا ب کے ساتھ قائمے زاوئے بناتے ہوئے مخالف طرفوں میں کھینچے گئے ہیں۔ ثابت کرو۔ کہ ج و د ایک خط مستقیم ہے ÷

2 کسی خط مستقیم و م ج کے کسی نقطہ م سے م ب اور م د، و ج کی مخالف طرفوں میں اس طرح کھینچے گئے ہیں۔ کہ وم ب = ج م د ثابت کرو۔ کہ ب م د ایک خط مستقیم ہے ÷

3 دو خطوط مستقیم ل م لَ اور ی م یَ ایک دوسرے کو عمود وار قطع کرتے ہیں۔ م ط زاویہ ل م ی کی اور م ک زاویہ لَ م یَ کی تنصیف کرتا ہے۔ کیا ط م ک خط مستقیم ہے ؟

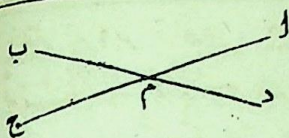
نوٹ۔ زاویہ ط م ی، ی م لَ، لَ م ک کا مجموعہ معلوم کرو ÷

مسئلہ 3

56 مشق 1۔ دو خطوطِ مستقیم اس طرح کھینچو۔

جیسے اس شکل

ا
ب
م
د
ج

ہیں -

تمام زاویوں کو ماپو +

مشق 2 = ا م ب 48° کا بناؤ- ا م کو ج تک اور ب م کو د تک بڑھاؤ- پھر تمام زاویوں کو ماپو +

مشق 3 - ا م ب 164° کا بنا کر مشق 2 کو دہراؤ +

مشق 4 - اوپر کی شکل ہیں -

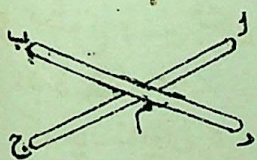
(1) اگر ا م د = 133° ، تو باقی تین زاوئے بتاؤ +

(2) اگر ج م د = 56° ، تو باقی تین زاوئے معلوم کرو +

(3) اگر ب م ج = 94° ، تو باقی تین زاوئے معلوم کرو +

مشق 5 - مقوے کے دو ٹکڑے اج اور ب د تراش لو- ان کو م پر گھنڈی دار سوئی لگا کر جوڑ دو - پہلے دونو ٹکڑوں کو ایک دوسرے کے اوپر رکھو- پھر کوئی سے ایک ٹکڑے کو م کے گرد

ب
ا
م
د
ج

سہج سہج حرکت دو- کیا اس ٹکڑے کے دونو

حصّے برابر زاویوں میں حرکت کرتے ہیں ٭

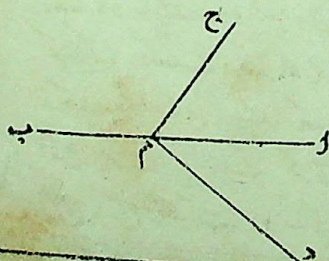
نوٹ - یہ تجربہ تمام طلبا کو کرنا چاہئے - دیکھو جو حرکت زاویہ ا م د کو کھولتی ہے - وہی حرکت ب م ج کو کھولتی ہے - یعنی یہ دونو زاوئے یکساں گردش سے پیدا ہوتے ہیں - اور اس لئے باہم برابر ہیں ٭

تعریف - جو مقابل کے زاوئے دونو خطوطِ مستقیم ایک دوسرے کو قطع کر کے پیدا کرتے ہیں - اُن کو راسی مقابل کے زاوئے (Vertically Opposite Angles) کہتے ہیں ٭

نوٹ - ان زاویوں کو راسی کہتے ہیں - کیونکہ ان کا راس ایک ہی ہوتا ہے ٭

مندرجہ بالا مشقوں سے نتیجہ نکلتا ہے - کہ
اگر دو خطوطِ مستقیم ایک دوسرے کو قطع کریں - تو راسی مقابل کے زاوئے برابر ہوتے ہیں ٭

مسئلہ 4

57 مشق ۱ - یہ شکل کھینچو - ا م ج 57° کا اور ا م د 35° کا بناؤ - م پر کے چار زاویوں کا مجموعہ کیا ہے؟ وجہ بیان کرو ٭

ج

ب ——— م ——— ا

د

مشق 2 - خط مستقیم

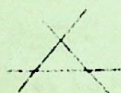
ا ب کے نقطۂ م سے خطوط مستقیم م ج، م د، م ی، م ط اور م ک کھینچو - زاویے
ا م ج، ج م د،
د م ی، ی م ب،
ب م ط، ط م ک،
اور ک م ا کو ماپو۔
بتاؤ - ان سب کا
مجموعہ کیا ہے؟

مشق 3 - کسی نقطے م سے چند خطوط اس طرح کھینچو - جس طرح اس شکل میں کھینچے گئے
ہیں - تمام زاویوں
کو ماپو - اُن کا
مجموعہ کیا ہے؟
یہ مجموعہ کتنے قائموں
کے برابر ہے؟

مشق 4 - مشق 3 کی شکل میں ایک خط م ا سے م کے گرد چلنا شروع کرتا ہے - اور م ب، م ج، م د، م ی، پر ہوتا ہوا م ا پر واپس آ جاتا ہے - بتاؤ - وہ خط کتنے قائموں میں گھوم آیا ہے؟ کتنے درجوں میں گھوم آیا ہے؟

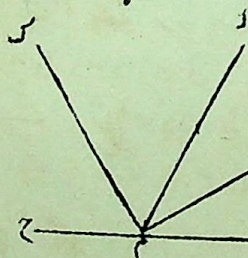
اوپر کی مشقوں سے نتیجہ نکلتا ہے - کہ اگر چند خطوط مستقیم ایک نقطے پر ملیں - تو اُن خطوط کے تمام درمیانی

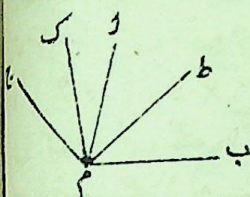
زاوئے مل کر چار قائموں کے برابر ہوتے ہیں *

سوالات نمبر 16

1 اس شکل میں کون کون سے زاوئے برابر ہیں ؟

2 اگر دو زاوئے باہم برابر ہوں - تو اُن کے سپلیمنٹ بھی برابر ہونگے *

3 دو خط مستقیم ا م ج اور ب م د ایک دوسرے کو م پر قطع کرتے ہیں - اور م ل ا م ب کی تنصیف کرتا ہے - ثابت کرو - کہ ل م خارج ہو کر ج م د کی تنصیف کریگا *

4 اگر دو خط ایک دوسرے کو قطع کریں - تو راسی مقابل کے زاویوں کی تنصیف کرنے والے خطوط ایک ہی سیدھ میں ہونگے *

5 اس شکل میں ب م د = 60° ہے - اور م ط ب م د کی اور م ک ا م ج کی تنصیف کرتا ہے - ط م د اور ا م ک کی مقدار کیا ہے ؟
ان کا مجموعہ کیا ہے ؟

6 تین خط مستقیم م ا ، م ب ، م ج نقطہ م سے کھینچے گئے ہیں۔ جیسا کہ اس شکل سے ظاہر ہے۔ م ط ب م ا کی اور م ک ا م ج کی تنصیف کرتا ہے۔ ثابت کرو۔ کہ

ط م ک = ½ ب م ج

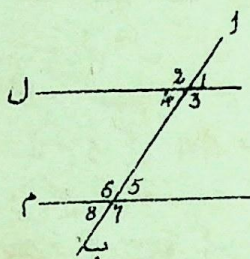
7 اگر ایک خطِ مستقیم دوسرے خطِ مستقیم پر واقع ہو۔ تو اس طرح جو دو متصلہ زاویے بنتے ہیں۔ ان کی تنصیف کرنے والے خط ایک دوسرے پر عمود ہوتے ہیں ٭

آٹھواں باب

متوازی خطوطِ مستقیم

(PARALLEL STRAIGHT LINES)

58 جب ایک خطِ مستقیم اب دو خطوطِ مستقیم

ل اور م کو کاٹے - تو آٹھ زاوئے پیدا ہوتے ہیں - جن کے نام یہ ہیں - زاوئے ۱، 2، 7، 8 جو خطوط ل اور م سے باہر ہیں خارجے زاوئے (Exterior Angles) کہلاتے ہیں +

زاوئے 3، 4، 5، 6 جو ل اور م کے اندر ہیں - داخلے زاوئے (Interior Angles) کہلاتے ہیں +

جو دو زاوئے ا ب کی مقابل کی طرفوں پر ہیں - ان کو متبادلہ زاوئے (Alternate Angles) کہتے ہیں - مثلاً 4، 5 اور 3، 6 متبادلہ زاوئے ہیں +

جو زاوئے یعنی ایک داخلہ اور ایک خارجہ خط ا ب کی ایک طرف ہوتے ہیں - اُن کو متناظرہ زاوئے (Corresponding Angles) کہتے ہیں - اوپر کی شکل میں متناظرہ زاویوں کے چار جوڑے (۱، 5) (2، 6) (8، 4) (7، 3) ہیں +

مسئلہ 5

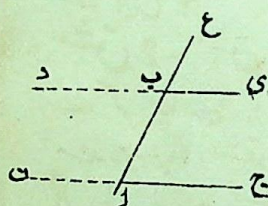
59 مشق ۱۔ زاویہ ج ا ب 70° کا بناؤ - اور ب
پر بھی زاویہ ا ب د 70° کا بناؤ۔
اب دونو خطوط اج اور دب کو دونو طرف بڑھا
کیا وہ ملتے ہیں ؟
اگر نہیں ملتے۔ تو
وہ کس قسم کے
خط ہیں ؟

د ب ی
ن ا ج

مشق 2۔ مشق ۱ کو مختلف مقدار کے زاوے
لے کر چار یا پانچ دفعہ دہراؤ +
مندرجہ بالا مشقوں سے صاف نتیجہ نکلتا ہے ۔
اگر ایک خط مستقیم دو اور خطوط مستقیم
پر واقع ہو - اور دو تبادلہ زاوئے باہم
برابر ہوں - تو وہ دونو خطوطِ مستقیم
باہم متوازی ہونگے +
اس مسئلہ کی توضیح مندرجۂ ذیل طریقے سے
بھی ہو سکتی ہے +
اپنی پنسل اوپر کی شکل میں خط ف اج
پر رکھو - اور اُسے نقطہ ا کے گرد 70° میں
بائیں طرف کو پھراؤ - اس طرح پنسل ا ب
پر آ جائیگی - اب اگر پنسل کو نقطہ ب کے گرد
70° میں دائیں طرف کو پھراؤ - تو وہ خط

دب ی پر آ جائیگی - چونکہ پنسل پہلے °70 بائیں طرف کو مڑتی ہے - اور پھر اتنے ہی زاوئے ہیں دائیں طرف کو مڑتی ہے - اس لئے اس کی سمت ایک ہی رہتی ہے - یعنی خطوط ف ا ج اور دب ی باہم متوازی ہیں *

مسئلہ 6

60- **مشق ۱** - زاویہ ب ا ج °60 کا بناؤ - ا ب کو بڑھاؤ - زاویہ ع ب ی بھی °60 کا بناؤ *

ج ا اور ی ب کو دونو طرف بڑھاؤ - کیا وہ ملتے ہیں؟ اگر نہیں ملتے - تو وہ کس قسم کے خط ہیں؟

مشق 2 - مشق ۱ کو مختلف مقدار کے زاوئے لے کر چار یا پانچ دفعہ دہراؤ *

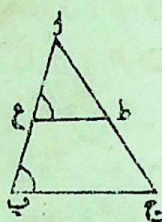
مندرجہ بالا مشقوں سے صاف نتیجہ نکلتا ہے - کہ اگر ایک خطِ مستقیم دو اور خطوطِ مستقیم پر واقع ہو - اور دو متناظرہ زاوئے باہم برابر ہوں - تو وہ دونو خطوطِ مستقیم باہم متوازی ہونگے *

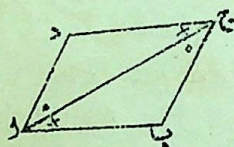
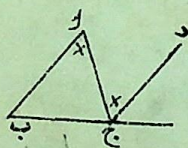
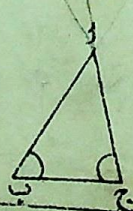
اس مسئلہ کی توضیح مندرجۂ ذیل طریق سے بھی ہو سکتی ہے :-

فرض کرو۔ کہ دو لڑکے صابر اور شاکر اوپر کی
شکل میں خط ا ب ع پر چلتے ہیں۔ نقطہ ا پر
صابر °60 دائیں طرف کو اور نقطہ ب پر شاکر °60
دائیں طرف کو مڑتا ہے۔ چونکہ وہ دونو یکساں
زاوئے میں دائیں طرف کو مڑتے ہیں۔ اس لئے
مڑنے کے بعد ایک ہی سمت میں یعنی متوازی
خطوں میں جائینگے پس ا ج اور ب ی متوازی ہیں

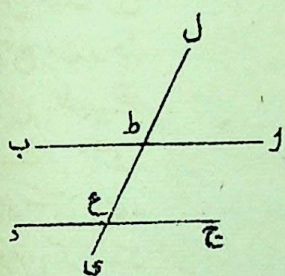
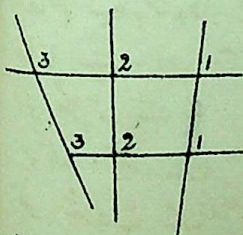
مسئلہ 7

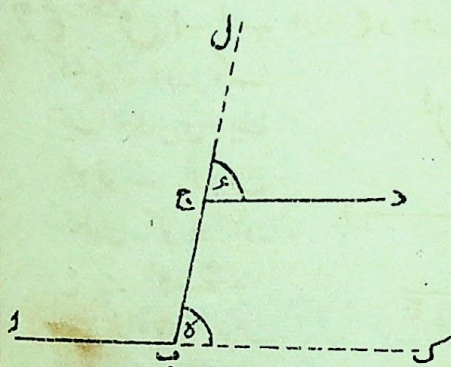
61 مشق 1۔ ب ا ج °45 کا بناؤ۔ ا ب ی °135
کے سپلیمنٹ کے برابر یعنی
°135 کا بناؤ۔ ا ج اور
ب ی کو دونو طرف بڑھاؤ
کیا وہ ملتے ہیں؟ اگر نہیں
ملتے۔ تو وہ کس قسم کے خط ہیں؟
مشق 2۔ مختلف سپلیمنٹری زاوئے لے کر اس
کی مشق کو چار پانچ دفعہ دہراؤ +
مندرجۂ بالا مثالوں سے صاف نتیجہ نکلتا ہے۔ کہ
اگر ایک خط مستقیم دو اور خطوط مستقیم پر
واقع ہو۔ اور اس کی ایک طرف کے دو داخلی
زاوئے دو قائموں کے برابر ہوں۔ تو وہ دونو
خطوط مستقیم باہم متوازی ہونگے +

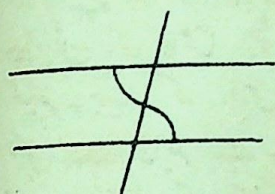
سوالات نمبر 18

1 نقطۂ ع میں سے ایک خط مستقیم ع ط ایسا کھینچا گیا ہے۔ کہ ا ع ط = ا ب ج بتاؤ۔ دونو خط ع ط اور ب ج کس قسم کے ہیں؟

2 اس شکل میں جن زاویوں پر یکساں نشان ہیں۔ وہ باہم برابر ہیں۔ بتاؤ۔ خطوط مستقیم ا ب اور ج د اور خطوط مستقیم ب ج اور ا د کس قسم کے خطوط ہیں +

3 نقطۂ ج میں سے ایک خط مستقیم ج د ایسا کھینچا گیا ہے۔ کہ د ج ا = ا بتاؤ خطوط مستقیم ج د اور ا ب کس قسم کے خط ہیں؟

4 اُستاد نے بلیک بورڈ پر یہ شکل کھینچی۔ اور ایک طالب علم کو زاویہ ب اور زاویہ ج ماپنے کے لئے کہا۔ طالب علم نے ماپ کر جواب دیا۔ کہ ب = 60° اور ج = 120°

تم بلا پیمائش بتاؤ - کہ طالب علم کی پیمائش
کیوں غلط ہے ؟

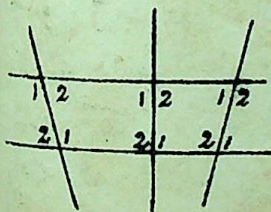
مسئلہ 8

62 مشق 1 - ا ب اور ج د دو متوازی خطوط مستقیم
کھینچو - اور ایک
تیسرا خط ل ی ایسا
کھینچو - جو ان
خطوں کو ط اور
ع پر کاٹے +
جن زاویوں پر
تیر کے نشان
ہیں - وہ متناظرہ زاوئے ہیں - ان کو ماپو -
کیا یہ برابر ہیں ؟

مشق 2 - دو متوازی خط کھینچو - اور تین
خط اُن کو کاٹتے
ہوئے کھینچو - متناظرہ
زاویوں کے تین
جوڑوں کو ماپو - کیا
وہ برابر ہیں ؟

مشق 3 - مشق ۱ کی شکل پر پتلا کاغذ رکھ کر
اُس کا چربہ اُتارو - پھر زاویہ اطل کو کاٹ کر
زاویہ طعج پر رکھو - کیا دونو زاوئے باہم برابر

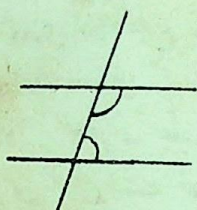
ہیں *
مندرجۂ بالا مشقوں سے نتیجہ نکلتا ہے۔ کہ
اگر ایک خط مستقیم دو متوازی خطوط مستقیم
کو کاٹے تو متناظرہ زاویئے باہم برابر
ہوتے ہیں *
اس مسئلہ کی
توضیح مندرجۂ
ذیل طریقے
سے بھی
ہوسکتی ہے۔
فرض کرو۔ کہ
ایک شخص
سڑک ا ب ج د پر چلتا ہے۔ ا ب متوازی ج د
کا ہے۔ یعنی اُس شخص کی سمت حرکت اخیر
میں وہی ہو جاتی ہے۔ جو شروع میں تھی *
مقام ب پر وہ بقدر $\hat{ه}$ کے بائیں طرف کو
مڑتا ہے۔ اور ج پر وہ بقدر $\hat{ء}$ کے دائیں طرف
کو مُڑتا ہے *
چونکہ اخیر میں اس کی سمت وہی ہو جاتی ہے۔
جو شروع میں تھی۔ اس لئے صاف نتیجہ نکلتا
ہے۔ کہ اُس کا بایاں موڑ دائیں موڑ کے
برابر ہے۔ اس لئے

$\hat{ه} = \hat{ء}$ *

مسئلہ 9

63 مشق ۱۔ سٹ سکوئر اور مسطر سے دو متوازی خط کھینچو۔ اور تیسرا خط ان کو کاٹتا ہؤا کھینچو۔ جیسا کہ اس شکل سے ظاہر ہے۔ جن متبادلے زاویوں پر نشان ہے۔ اُن کو ماپو۔ کیا یہ برابر ہیں ؟

مشق 2۔ اوپر کی شکل میں متبادلے زاویوں کے دوسرے جوڑے کو ماپو +

مشق 3۔ دو متوازی خط کھینچو۔ اور تیسرا خط اُن کو مختلف حالتوں میں کاٹتا ہؤا کھینچو۔ جیسا کہ اس شکل سے ظاہر ہے۔ متبادلے زاویوں کو ماپو۔ کیا وہ برابر ہیں ؟

1 2 1 2 1 2
2 1 2 1 2 1

مندرجۂ بالا مشقوں سے نتیجہ نکلتا ہے۔کہ اگر ایک خط مستقیم دو متوازی خطوط مستقیم کو کاٹے۔ تو متبادلہ زاویے باہم برابر ہوتے ہیں +

مسئلہ 10

64 مشق ۱۔ سٹ سکوئر اور مسطر سے دو متوازی خط کھینچو۔ اور تیسرا خط اُن کو کاٹتا ہوُا کھینچو۔ جیسا کہ اس شکل سے ظاہر ہے۔ تیسرے خط کے ایک طرف کے دو داخلے زاویوں کو ماپو۔ اُن کا مجموعہ کیا ہے؟

مشق 2۔ اوپر کی شکل میں کاٹنے والے خط کے دوسری طرف کے دونو داخلے زاویوں کو ماپو۔ ان کا مجموعہ کیا ہے؟

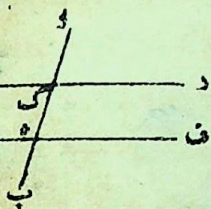
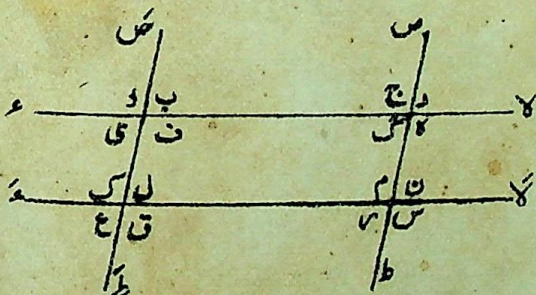
مشق 3۔ دو متوازی خط کھینچو۔ اور اُن کے کاٹنے والے خط کو تین چار مختلف حالتوں میں کھینچ کر مشق ۱ کو دُہراؤ +

اوپر کی مشقوں سے نتیجہ نکلتا ہے۔ کہ

اگر ایک خط مستقیم دو متوازی خطوں کو کاٹے۔ تو اُس خط کے ایک ہی طرف کے دو داخلے زاوئے مل کر دو قائموں کے برابر ہونگے +

سوالات نمبر ۱۹

1 ہاتھ سے ج د متوازی ی ف کا کھینچو - اور ایک خط ا ک ہ ب کھینچو - اگر ا ک د 64° کا ہو - تو باقی سات زاوئے کیا ہونگے - جواب مع دلیل لکھو +

2 اوپر کی شکل میں زاویہ ی ہ ب 105° کا بنا کر سوال کو دُہراؤ +

3 اس شکل میں متوازی خطوں کے دو جوڑے ہیں - ثابت کرو - کہ زاویوں کے مندرجہ

ذیل جوڑے باہم برابر ہیں :-

(1) ب ، ل + (2) ف ، ک +

(3) م ، س + (4) ف ، ہ +

(5) م، ل + (6) س، ک +

(7) س، ق + (8) س، ک +

(9) س، ا + (10) گ، ل +

نوٹ - اپنی دلائل احتیاط سے بیان کرو۔ مثلاً و لا ء اور لا ء متوازی ہیں - اور ص ط اُن کو کاٹتا ہے۔ ∴ متناظرہ س = ۶ +

4 ایک خط مستقیم دو متوازی خطوں میں سے ایک پر عمود ہو۔ تو وہ دوسرے پر بھی عمود ہوگا +

5 ایک لڑکا ٹھیک شمال کو ایک میل چلتا ہے - پھر بائیں طرف کو °50 کے زاویے میں مُڑکر نصف میل چلتا ہے - پھر بائیں طرف کو °130 کے زاویے میں مڑکر ایک میل چلتا ہے - اُس کے سفر کا خاکہ کھینچو +

نوٹ - ایک میل کو 2 انچ سے ظاہر کرو + بتاؤ - اخیر میں اس کا رخ کس طرف کو ہے ؟

6 ایک شخص جنوب مشرق کو کچھ دور جاتا ہے پھر کچھ دور مغرب کو جاتا ہے - پھر کچھ دور شمال مغرب کو جاتا ہے اُس کے سفر کا خاکہ کھینچو - اور بتاؤ - ہر گوشے پر وہ کتنے زاویے میں مُڑتا ہے ؟ (جواب °135، °45)

7 ایک متوازی الاضلاع ا ب ج د کھینچو - ا ج کو

ملاؤ۔ ثابت کرو۔ کہ

ب ا ج = ا ج د اور

د ا ج = ا ج ب

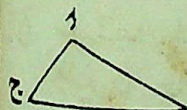
8 ثابت کرو۔ کہ متوازی الاضلاع کے مقابل کے زاوئے باہم برابر ہوتے ہیں ٭

9 ثابت کرو۔ کہ جس متوازی الاضلاع کا ایک زاویہ قائمہ ہوتا ہے۔ اس کے باقی زاوئے بھی قائمے ہوتے ہیں ٭

نواں باب

مثلّث کے زاوئے

(ANGLES OF A TRIANGLE)

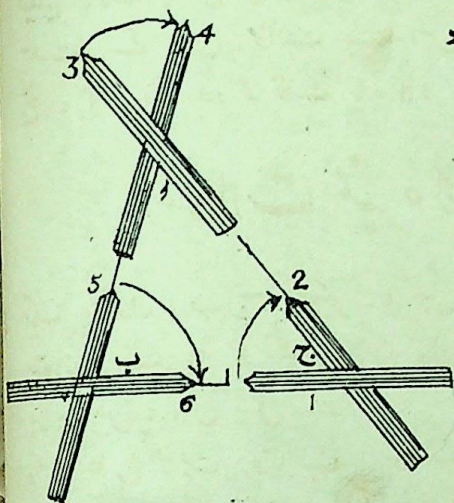
65 **تعریف**۔ جو شکل تین مستقیم خطوں سے گھری ہوئی ہوتی ہے۔ اُس کو **مثلث یا تکون** (Triangle) کہتے ہیں۔ اور اُس کے ہر ایک خط کو **ضلع** (Side) مثلاً ا ب ج مثلّث ہے اور ب ج ، ج ا ، ا ب اُس کے ضلعے ہیں ٭

مسئلہ ۱۱

66 مشق ۱ - کوئی مثلّث کھینچو - اور اُس کے زاویوں کو ناپو - اُن کا مجموعہ کیا ہے ؟
مشق ۲ - تین چار مثلّث مختلف شکل و قد کے کھینچ کر مشق کو دہراؤ ۔
مشق ۳ - کاغذ کا ایک مثلّث تراشو - اُس کے گوشوں کو پھاڑ لو - پھر اُن کو اِس طرح رکھو کہ اُن کے راس ایک نقطہ م پر آجائیں - جیسا کہ اس شکل سے ظاہر ہے - دو سیدھے کناروں کو دیکھو - کیا

یہ ایک سیدھ میں ہیں ؟ اگر ایک سیدھ میں ہیں تو تم اس تجربے سے کیا نتیجہ نکالتے ہو ؟ اب تم ضرور سمجھ گئے ہو گے - کہ

ہر ایک مثلّث کے تینوں زاویئے مل کر دو قائموں کے برابر ہوتے ہیں ۔

67 مندرجہ بالا مسئلہ ذیل کے دلچسپ طریقے سے بھی ثابت ہو سکتا ہے :-
فرض کرو - کہ ایک پنسل مثلّث ا ب ج کے ضلعوں پر چلتی ہے - اور اس سفر میں اُس

کی مختلف
حالتوں کو اعداد
1، 2، 3، 4
5، 6 ظاہر
کرتے ہیں۔
اور ریتیر کے
نشان یہ بتاتے
ہیں۔ کہ پنسل
کس طرف کو
مڑتی ہے؟
غور کرو۔ کہ

پنسل تین دفعہ مڑتی ہے

(1) ج پر پنسل حالت 1 سے حالت 2 میں آتی ہے = اور اسی حالت میں ا پر پہنچ کر حالت 3 میں آتی ہے +

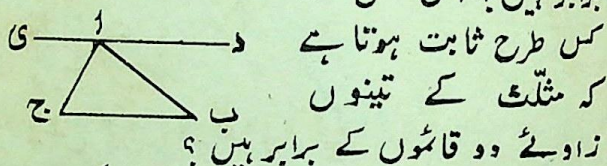
(2) ا پر پنسل حالت 3 سے حالت 4 میں مڑتی ہے۔ اور اسی حالت میں ب پر پہنچ کر حالت 5 میں آتی ہے +

(3) ب پر پنسل حالت 5 سے حالت 6 میں مڑتی ہے +
نیز دیکھو۔ کہ پنسل تینوں دفعہ ایک ہی سمت یعنی وائیں طرف کو مڑتی ہے۔ اس لیے پنسل کی سمت کی کل تبدیلی مثلث کے تینوں زاویوں کے مجموعے کے برابر ہے +

لیکن چونکہ پنسل کی آخری سمت پنسل کی اوّل سمت کے عین مخالف ہے - اس لئے
ج + ا + ب = ۲ قائمے یا 180°

سوالات نمبر ۲۰

۱ ایک مثلّث ا ب ج کھینچو - ا میں سے خط د ا ی متوازی ب ج کا کھینچو - کون کون سے زاویے باہم برابر ہیں ؟ اس شکل سے کس طرح ثابت ہوتا ہے کہ مثلّث کے تینوں زاویے دو قائموں کے برابر ہیں ؟

ی ا د ج ب

۲ کیا مندرجۂ ذیل زاویے مثلّث کے ہو سکتے ہیں :-

(1) 61° ، 60° ، 59° + (2) 30° ، 60° ، 90° +
(3) 77° ، 85° ، 15° + (4) 54° ، 54° ، 72° +
(5) 105° ، 15° ، 60° + (6) 135° ، 24° ، 24° +

3 ایسے تین زاویے بتاؤ - جو مثلّث کے زاویے ہوسکتے ہیں - ایسے تین زاویے بتاؤ - جو مثلّث کے زاویے نہیں ہو سکتے +

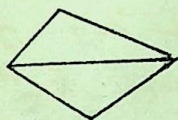
4 ایک مثلّث کے دو زاویے 64° اور 36° ہیں - تیسرا زاویہ بتاؤ +

5 ایک مثلّث کے دو زاویے 22° اور 32° ہیں - تیسرا زاویہ بتاؤ +

6 مثلّث کے کوئی سے دو زاویے مل کر دو قائموں سے کم ہوتے ہیں یا زیادہ ؟

7 ایک مثلّث کے تینوں زاویے باہم برابر ہیں ہر ایک زاویے میں کتنے درجے ہیں +

8 ایک مثلّث کا ایک زاویہ 120° کا ہے - باقی دو زاویے باہم مساوی ہیں - مساوی زاویے معلوم کرو +

9 مثلّث کے زاویوں میں 1 ، 2 اور 3 کی نسبت ہے - تینوں زاویے معلوم کرو +

10 ثابت کرو - کہ چوکور کے چاروں زاویے مل کر چار قائمے ہوتے ہیں +

11 ایک چوکور ا ب ج د کا $\hat{ا} = 90°$ ، $\hat{ب} = 77°$ ، $\hat{ج} = 60°$ ، $\hat{د}$ معلوم کرو +

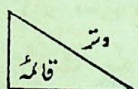
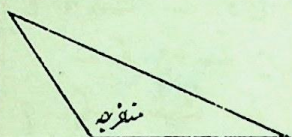
12 ایک مثلّث کا ایک زاویہ 90° کا ہے - باقی دو زاویوں کا مجموعہ بتاؤ +

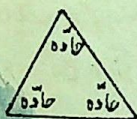
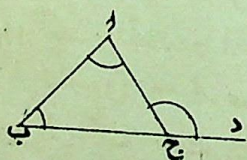
13 ایک مثلّث کا ایک زاویہ قائمہ ہے - دوسرا زاویہ 30° کا ہے - تیسرا زاویہ بتاؤ +

14 ایک مثلّث کا ایک زاویہ 150° کا ہے - باقی دو زاویوں کا مجموعہ بتاؤ +

15 اگر ایک مثلّث کا ایک زاویہ قائمہ ہو - تو باقی دو زاویے ضرور حادّے ہونگے - کیوں ؟

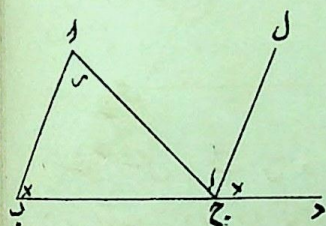
16 اگر مثلّث کا ایک زاویہ منفرجہ ہو - تو باقی دو زاویے ضرور حادّے ہونگے - کیوں ؟

68 تعریفیں ۔ جس مثلّث کا ایک زاویہ منفرجہ ہو ۔ اُسے **مثلّث منفرجۃ الزّاویہ** (Obtuse-angled Triangle) کہتے ہیں ۔

جس مثلّث کا ایک زاویہ قائمہ ہو ۔ اُسے **مثلّث قائم الزّاویہ** (Right-angled Triangle) کہتے ہیں ۔ قائمے کے مقابل کے ضلع کو وتر (Hypotenuse) بولتے ہیں ۔

جس مثلّث کے تینوں زاوئے حادّے ہوں ۔ اُسے **مثلّث حادّۃ الزّوایا** (Acute-angled Triangle) کہتے ہیں ۔

69 تعریف ۔ اگر مثلّث ا ب ج کا ضلع ب ج نقطۂ د تک بڑھایا جائے تو ا ج د کو **خارجہ زاویہ** (Exterior Angle) کہتے ہیں ۔ اور تمیز کے لئے اَ اور بَ اور ا ج ب کو داخلہ زاوئے بولتے ہیں ۔ خارجہ زاویہ ا ج د کے لحاظ سے ا ج ب کو داخلی متّصلہ زاویہ بولتے ہیں ۔ اور اَ اور بَ کو

داخلی مقابل کے زاوئے کہتے ہیں +

مسئلہ 12

مشق ۱ - ایک مثلث ا ب ج کھینچو - ب ج کو د تک بڑھاؤ - ا اور ب زاویوں کو درجوں میں ماپلو - دونو کا مجموعہ کتنے درجے ہؤا؟ اب زاویہ ا ج د کو ماپلو - کیا نتیجہ نکالتے ہو؟

مشق 2 - تین مختلف مثلث کھینچ کر مشق ۱ کو دہراؤ +

مشق 3 - کوئی مثلث ا ب ج کھینچو - ب ج کو د تک بڑھاؤ - اور ج ل متوازی ب ا کا کھینچو - ثابت کرو - کہ

ا ج د = ا + ب +

ان مشقوں سے نتیجہ نکلتا ہے - کہ

اگر مثلث کا ایک ضلع بڑھایا جائے - تو خارجہ زاویہ مقابل کے دو داخلی زاویوں کے مجموعے کے برابر ہوتا ہے +

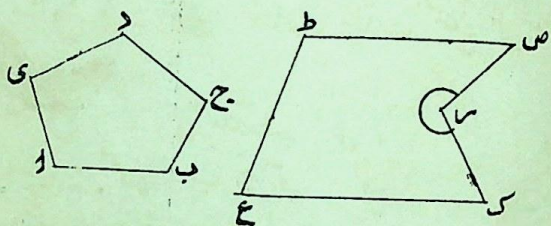
کثیرالاضلاع کے زاوئے

(ANGLES OF A POLYGON)

65 تعریفیں - جو شکل خطوط مستقیم سے گھری

ہوئی ہوتی ہے۔ اُسے شکل مستقیمۃ الاضلاع (Rectilinear Figure) کہتے ہیں +

جو شکل چار سے زیادہ خطوط مستقیم سے گھری ہوئی ہوتی ہے۔ اُسے کثیر الاضلاع (Polygon) کہتے ہیں +

یاد رکھو۔ محدّب کثیر الاضلاع وہ ہے۔ جس کا ہر ایک زاویہ دو قائموں سے کم ہو +

مثلاً شکل ا ب ج د ی محدّب ہے۔ کیونکہ اس کا ہر ایک زاویہ دو قائموں سے کم ہے + لیکن شکل ع ک ر ص ط محدّب نہیں ہے۔ کیونکہ اس کا زاویہ ر دو قائموں سے بڑا ہے +

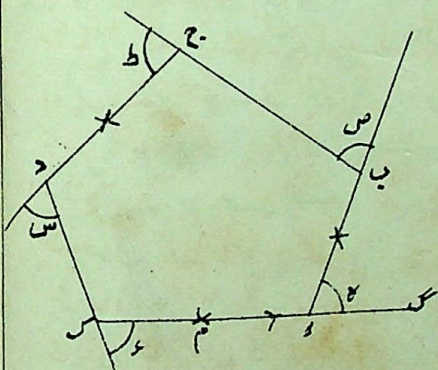
5 ضلعے کی کثیر الاضلاع کہلاتی ہے			مخمّس	(Pentagon)
6	"	"	" مسدّس	(Hexagon)
7	"	"	" مسبّع	(Heptagon)
8	"	"	" مثمّن	(Octagon)
9	"	"	" متسّع	(Nonagon)
۱۰	"	"	" معشّر	(Decagon)

کثیر الاضلاع کے گوشوں کو راس (Vertex) کہتے

ہیں - اور مجموعہ اضلاع کو احاطہ (Perimeter) +
جس کثیر الاضلاع کے تمام ضلعے اور زاویئے باہم برابر ہوتے ہیں - اُسے کثیر الاضلاع منتظم (Regular Polygon) بولتے ہیں ۰

چند اشکال منتظم نیچے دکھائی گئی ہیں :-

مسئلہ 13

61 تجربہ - فرض کرو - کہ ا ب ج د ک ایک مخمس ہے - جس کے ضلعے ترتیب وار بڑھائے گئے ہیں - اور ایک مکھی مقام م سے مخمس ا ب ج د ک کے گرد چلنا شروع کرتی ہے - اور تمام گوشوں ا، ب، ج، د، ک پر ہوتی ہوئی واپس م پر آجاتی ہے ۰

دیکھو ا پر مکھی بائیں طرف کو ۸̂ میں مڑتی ہے
کیونکہ ا پر پہنچنے سے پہلے وہ اگ کی سمت میں
چل رہی تھی - اور ا پر پہنچ کر وہ اب کی
سمت میں چلتی ہے ؛

اسی طرح ب پر مکھی بائیں طرف کو ص̂ میں اور
ج پر ط̂ میں اور د پر س̂ میں اور ک پر
ع̂ میں مڑتی ہے ؛

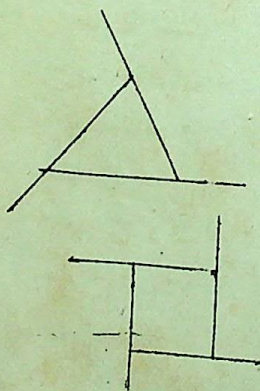
پس مکھی ۸̂ + ص̂ + ط̂ + س̂ + ع̂ میں مڑتی
ہے ؛

لیکن مکھی ٹھیک ایک پورا چکر کر چکی ہے -
کیونکہ اخیر میں اس کی سمت (ک م) ہی ہے -
جو شروع میں (م ا) تھی - اس لئے

۸̂ + ص̂ + ط̂ + س̂ + ع̂ = ۴ قائمے ؛

مشق ۱ - مثلث کھینچ کر
اوپر کے تجربے کو
دُہراؤ ؛

مشق ۲ - مربع کے
ضلعوں کو ترتیب وار
بڑھاؤ ؛
خارجی زاویوں کا مجموعہ
کیا ہے ؟

مشق ۳ - مسدس کھینچ کر
اوپر کے تجربے کو دہراؤ ؛

مندرجۂ بالا تجربوں سے نتیجہ نکلتا ہے۔ کہ اگر کسی محدّب کثیر الاضلاع کے زاویے ترتیب وار بڑھائے جائیں۔ تو خارجے زاویے مل کر چار قائموں کے برابر ہوتے ہیں ٭

سوالات نمبر ۲

1 مسدّس منتظم کا ہر ایک خارجہ زاویہ کیا ہوگا، خارجے زاویوں کی مدد سے ہر ایک داخلہ زاویہ معلوم کرو ٭

۶ چھ خارجے زاویے 360 درجے کے برابر۔ اس لئے ایک خارجہ °60 کے برابر۔ اس لئے ایک داخلہ °180 - °60 یعنی (°120) ٭

2 مثمّن منتظم کا ہر ایک خارجہ زاویہ کیا ہوگا؟ ہر ایک داخلہ زاویہ کیا ہوگا؟

3 بارہ ضلعے کی شکل منتظم کا ہر ایک خارجہ زاویہ کیا ہوگا؟ اور اس لئے داخلہ زاویہ کیا ہوگا؟

4 ایک شکل منتظم کا خارجہ زاویہ °60 کا ہے۔ بتاؤ۔ اس شکل کے کتنے ضلعے ہیں؟

5 بتاؤ۔ اس شکل منتظم کے کتنے ضلعے ہیں۔ جس کا ہر خارجہ زاویہ °10 کا ہے ٭

6 کیا ایسی شکل منتظم ہو سکتی ہے۔ جس کا ہر

خارجہ زاویہ °۱۵ کا ہو؟

۷ کیا ایسی شکل منتظم ہو سکتی ہے۔ جس کا ہر خارجہ زاویہ °۴ کا ہو؟

8 کیا ایسی شکل منتظم ہو سکتی ہے۔ جس کا ہر خارجہ زاویہ °۶ کا ہو؟

۹ کیا ایسی شکل منتظم ہو سکتی ہے۔ جس کا ہر خارجہ زاویہ °۱۱ کا ہو؟

۱۰ کیا ایسی شکل منتظم ہو سکتی ہے۔ جس کا ہر داخلہ زاویہ

(۱) 108° کا ہو۔ (2) 120° کا ہو۔

(3) 144° کا ہو۔ (4) 36° کا ہو۔

(5) 130° کا ہو۔ (6) 165° کا ہو۔

نوٹ۔ پہلے خارجے زاویئے معلوم کرو۔

جو شکلیں ممکن ہیں۔ اُن کے ضلعوں کی تعداد معلوم کرو۔

۱۱ ایک کثیرالاضلاع کا ہر ایک زاویہ ڈیڑھ قائمے کے برابر ہے۔ اُس کے ضلعوں کی تعداد بتاؤ۔

12 کثیرالاضلاع منتظم کے تمام زاویئے برابر ہوتے ہیں اگر ضلعوں کی تعداد ن ہو۔ تو بتاؤ۔ اُس کے تمام زاویئے مل کر کتنے قائموں کے برابر ہونگے؟

13 ایک کثیر الاضلاع منتظم کے ضلعوں کی تعداد ن ہے بتاؤ۔ اُس کا ایک زاویہ کتنے قائموں کے برابر ہے؟

۱۴ ایک مخمّس منتظم بناؤ۔ جس کا ہر ضلع ۱" ہو۔

نوٹ۔ چونکہ مخمّس کا ایک خارجہ زاویہ °72 کا ہوتا ہے

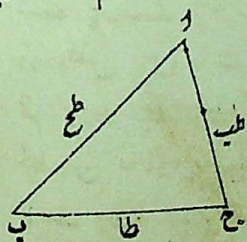
ہے۔ اس لئے داخلہ زاویہ $180^\circ - 72^\circ$ یعنی 108° کا
ہوا۔ پس ایک خط ا ب = ا لمبا لو۔ ب پر ا ب ج
108° کا بناؤ۔ ب ج برابر ا کے قطع کرو۔ پھر ج
پر ب ج د 108° کا بناؤ۔ اور ج د ا کے برابر قطع
کرو۔ وغیرہ وغیرہ +

15 ایک مثمّن منتظم بناؤ۔ جس کا ہر ضلع ا۔ا ہو +

دسواں باب

مثلّث کی بناوٹ

(CONSTRUCTION OF TRIANGLES)

72 مثلّث کے تین زاویے اور تین ضلعے ہوتے
ہیں۔ اُن کو اجزائے مثلّث (Parts of a Triangle)
بولتے ہیں۔ حروف ا، ب، ج مثلّث کے زاویوں
کی مقدار درجوں میں بتانے کے کام آتے ہیں
اور ا، ب، ج کے مقابل
کے ضلعے ترتیب وار
طا، طب، طج سے ظاہر
کیے جاتے ہیں۔ مثلاً
اس شکل میں

اَ = 58°، بَ = ۴۴°، جَ = 78°

طا = 2.6 سم، طب = 2.1 سم، طج = 3 سم ۔

اختصار کے لئے مثلّث کی جگہ یہ نشان △
برتتے ہیں۔ اور اُسے مثلّث پڑھتے ہیں ۔

مسئلہ ۱۴

فرض کرو۔ کہ ایک میدان مثلّث ا ب ج کی شکل کا ہے۔ اور تم گوشۂ ب سے گوشۂ ج پر جانا چاہتے ہو۔ دیکھو دو راستے ہیں۔ ایک یہ کہ ب سے ا پر اور پھر ا سے ج پر پہنچو۔ دوسرا راستہ یہ ہے۔ کہ ضلع ب ج پر ہوتے ہوئے سیدھے ب سے ج پر جاؤ۔ بتاؤ۔ کونسا راستہ لمبا ہے؟

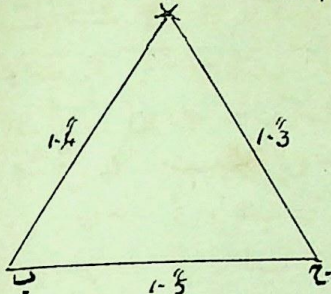
کونسا بڑا ہے ـ ا ب + ب ج، یا ج ا ؟
کونسا بڑا ہے ـ ب ج + ج ا، یا ا ب ؟
کونسا بڑا ہے ـ ج ا + ا ب، یا ب ج ؟

تم فوراً سمجھ گئے ہوگے۔ کہ
مثلّث کے کوئی سے دو ضلعے مل کر تیسرے سے بڑے ہوتے ہیں ۔

در اصل اس بات کو تم پہلے ہی جانتے ہو۔ کیونکہ تم پڑھ چکے ہو۔ کہ دو نقطوں کو ملانے والا سیدھا خط ان نقطوں کے درمیان چھوٹے سے چھوٹا فاصلہ ہوتا ہے ۔

73 تین ضلعے معلوم ہیں۔ مثلث بناؤ

فرض کرو۔ کہ تین ضلعے 1.5″ ، 1.4″ اور 1.3″ ہیں۔

عمل 1.5″ لمبا خط ب ج کھینچو۔ ب مرکز سے 1.4″ نصف قطر کا دائرہ کھینچو۔ ج مرکز سے 1.3″ نصف قطر کا دائرہ کھینچو۔ جو پہلے دائرے کو ا پر قطع کرے۔ ا ب اور ا ج کو ملاؤ۔

ا ب ج مثلث مطلوب ہے۔

نوٹ۔ دیکھو اوپر کے عمل میں ہم نے ایک نقطہ ا معلوم کیا ہے۔ جس کا فاصلہ ب سے 1.4″ اور ج سے 1.3″ ہے۔ کیا ایسا کوئی دوسرا نقطہ بھی معلوم ہو سکتا ہے؟

مشق 1 2.5″ لمبے ضلعے ب ج کے دونو طرف دو مثلث بناؤ۔ جس کے باقی ضلعے 1.5″ اور 2″ ہوں۔ اس تمام شکل کو کاٹ لو۔ پھر ب ج کے گرد دہرا کرو۔ کیا دونو مثلث شکل اور قد میں یکساں ہیں؟

مشق 2 - ایک مثلث بناؤ۔ جبکہ ب ج = 3″ ، ج ا = 2″ ، ا ب = 1″ کیا دقت پیش آتی ہے؟ عمل کیوں ناممکن ہے؟

مشق 3 - کیا تم ایسا مثلّث کھینچ سکتے ہو۔جس کے ضلعے 9 ، 6 ، 3 سنٹی میٹر ہوں - عمل کے وقت جو قباحت پیش آتی ہو - اُس پر غور کرو- اور اُس کی وجہ بیان کرو ؞

مشق 4 - مندرجۂ ذیل ضلعوں سے مثلّث بناؤ :-

(1) طا = 3″ ، طب = 5″ ، طج = 3″

(2) طا = 3″ ، طب = 2.5″ ، طج = 2.5″ ؞

(3) طا = 2.7″ ، طب = 2.4″ ، طج = 2″ ؞

(4) طا = 5.4 سم ، طب = 7.6 سم ، طج = 5.4 سم ؞

(5) طج = 3.5 سم ، طب = 7 سم ، طا = 4.5 سم ؞

(6) طا = 4.1″ ، طب = 4.1″ ، طج = 4.1″ ؞

(7) طا = 8.9 سم ، طب 8.3 سم ، طج = 6.7 سم ؞

مشق 5 - ایک مثلّث بناؤ۔جس کا قاعدہ 2.3 انچ ہو۔ اور باقی ضلعوں میں سے ایک ضلع دوسرے سے دو چند ہو۔ اور دونوں کا مجموعہ 5.1 انچ ہو ؞

مشق 6 - ایک مثلّث بناؤ۔جس کا قاعدہ 2 انچ ہو۔ اور باقی ضلعوں میں سے ایک ضلع دوسرے سے بقدر .5 انچ کے بڑا ہو۔ اور دونوں کا مجموعہ 3.9 انچ ہو ؞

تعریفیں: جس مثلّث کے تینوں ضلعے برابر ہوں اُسے مثلّث متساوی الاضلاع (Equilateral Triangle) کہتے ہیں ؞

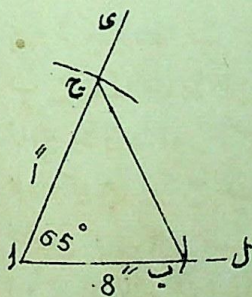
جس مثلّث کے دو ضلعے برابر ہوں اُسے مثلّث متساوی السّاقین (Isosceles Triangle) کہتے ہیں ÷

جس مثلّث کے تینوں ضلعے برابر نہ ہوں اُسے مثلّث مختلف الاضلاع (Scalene Triangle) کہتے ہیں ÷

بناؤ - اُوپر کی مشق 74 میں جو مثلّث تم نے کھینچے ہیں - اُن میں متساوی الاضلاع کونسے ہیں متساوی السّاقین کونسے؟ اور مختلف الاضلاع کونسے؟ سب مثلّثوں کی شکل کو غور سے دیکھو ÷

74 مثلّث بناؤ - جس کے دو ضلعے اور ان کا درمیانی زاویہ دیا ہوُا ہے ÷

فرض کرو - کہ ا ب = ‎.8″‎ ، ا ج = ‎1″‎ ، ا = ‎65°‎

عمل - ایک خط ا ل کھینچو - اور پروٹریکٹر سے ا پر ا ل کے ساتھ ‎65°‎ کا زاویہ بناتا ہوُا خط ا ی کھینچو - ا ل سے ا ب ‎.8″‎ کے برابر قطع کرو - ا ی سے ا ج ‎1″‎ کے برابر قطع کرو - ب ج کو ملاؤ -

ا ب ج مثلّث مطلوب ہے ÷

مشق۔ مثلّث ا ب ج بناؤ۔ جبکہ

(۱) اب = 2.2″، ب ج = 2.9″، ا ب ج = 70° +

(2) اب = 7.3 سم، ب ج = 12.1 سم، ب = 38° +

(3) اب = 3.7″، اج = 3.7″، ا = 45° +

(4) اب = 6.5 سم، ب ج = 6.5 سم، ب = 125° +

(5) ب ج = 3.9″، ا ج = 2.8″، ج = 90° +

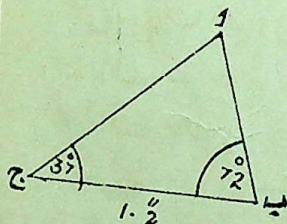
(6) ج = 78°، ج ا = 4.8 سم، ب ج = 6.1 سم +

(7) ب = 60°، اب = 2.2″، ب ج = 2.2″ +

(8) ا = 30°، اب = 2.8″، ا ج = 2.8″ +

---

75 مثلّث بناؤ۔ جس کا ایک ضلع اور دو زاوئے معلوم ہیں +

فرض کرو۔ کہ ب ج = 1.2″، ب = 72°، ج = 37°

عمل۔ خط ب ج 1.2″ لمبا کھینچو

پروٹریکٹر سے ب پر ب ج کے ساتھ 72° کا زاویہ بناؤ۔ اور اسی طرف کو ج پر ج ب کے ساتھ 37° کا زاویہ بناؤ۔ خطوں کو یہاں تک بڑھاؤ۔ کہ وہ ا پر مل جائیں

ا ب ج مثلّث مطلوب ہے +

مشق ۱۔ مثلّث ا ب ج بناؤ۔ جبکہ

(1) اب = 2.4″، ا = 60°، ب = 45° +

(2) اب = 8.4 سم، ا̂ = 72°، ب̂ = 36° +

(3) ب̂ = 90°، ب ج = 7.4 سم، ج̂ = 42° +

(4) ا̂ = 60°، ج̂ = 60°، ا ج = 2.6" +

(5) ا = 70°، ب̂ = 72°، اب = 1.1" +

مشق 2 - مثلث اب ج بناؤ- جب کہ ا̂ = 74°، ب̂ = 56°، ب ج = 2.6" +

نوٹ- ج̂ = 180° - (56° + 74°) = 50°، اب اجزاء ب ج، ب̂ اور ج̂ سے مثلث بناؤ +

مشق 3 - مثلث اب ج بناؤ- جبکہ

ب ج = 9 سم، ا̂ = 78°، ب̂ = 45° +

ب ج = 2.1"، ا̂ = 15°، ج̂ = 51° +

ج̂ = ا̂ = 60°، اب = 2.3" +

مشق 4 - مثلث بناؤ- جبکہ

(1) ب ج = 7.6 سم، ب̂ = 100°، ج̂ = 80° +

(2) ج ا = 2.2"، ج̂ = 45°، ا̂ = 135° +

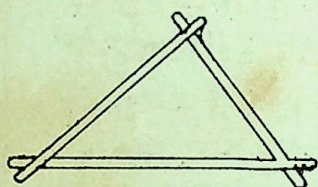
کیا دقت پیش آتی ہے؟ کیا باقی ضلعے کاغذ پر باہم نہیں ملتے؟ کیوں نہیں ملتے؟ کیا یہ کبھی ملینگے؟ جواب مع دلیل دو +

مشق 5 - ایک تکون بناؤ- جس کا قاعدہ 2 انچ ہو- اور زاویۂ راس قاعدے پر کے ہر زاویہ سے نصف ہو +

مشق 6 - ایک تکون بناؤ- جس کا قاعدہ 2½ انچ ہو- اور زاویۂ راس قاعدے پر کے ہر زاویے سے دو چند ہو +

چوکور کی بناوٹ

(CONSTRUCTION OF QUADRILATERALS)

76 مشق ۱ - مقوّے کے تین ٹکڑوں کو پنوں سے جوڑ کر مثلّث بناؤ - کیا تم ضلعوں کو موڑنے توڑنے کے بغیر اس کی شکل کو بدل سکتے ہو؟

تم کو معلوم ہو جائیگا کہ نہیں بدل سکتے۔

مشق ۲ - مقوّے کے چار ٹکڑوں کو جوڑ کر چوکور بناؤ - کیا تم بغیر موڑنے توڑنے کے اس کی شکل کو بدل سکتے ہو؟ تم کو معلوم ہو جائیگا کہ بدل سکتے ہو۔

اگر مقوّے کے ایک اور ٹکڑے کے ذریعے چوکور ا ب ج د کے مقابل کے گوشے ا اور ج کو ملا دیں تو کیا پھر بھی تم اُس کی شکل کو بدل سکتے ہو؟ ہرگز نہیں - اس کے یہ معنی ہیں - کہ اگر چوکور کے چار ضلعے اور ایک وتر معلوم ہو - تو چوکور کی شکل قائم ہو جاتی ہے - اور تم کو معلوم ہو جائیگا - کہ چوکور کے بنانے کے لئے پانچ اجزا (اجزا میں ضلعے - زاویئے - وتر وغیرہ شامل ہیں) کا معلوم ہونا ضروری ہے - چوکور بنانے کے سوالات

مختلف قسم کے ہو سکتے ہیں۔ مگر ہم یہاں صرف
چند سیدھی سادی صورتوں کو لینگے +

نوٹ ۔ طالب علم کو چاہیئے۔ کہ عمل شروع کرنے سے
پہلے ہاتھ سے ایک چوکور کھینچ لے ۔ اور تمام اجزائے
معلومہ اس پر لکھ دے ۔ اس ترکیب سے اکثر عمل
کا طریقہ خود بخود سُوجھ جائیگا +

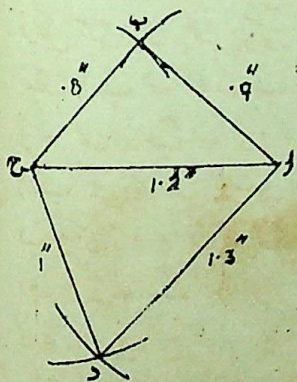
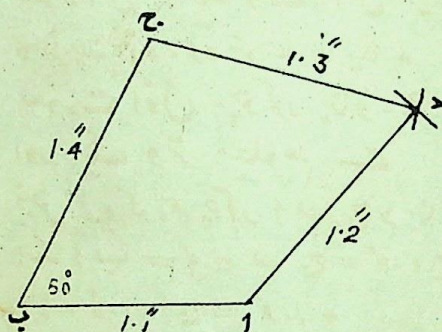
صورت اوّل ۔ چوکور بناؤ ۔ جس کے چار ضلع
اور ایک وتر معلوم ہے

فرض کرو کہ ہم چوکور ا ب ج د بنانا چاہتے ہیں
جبکہ ا ب = .9"، ب ج = .8"، ج د = 1"
د ا = 1.3"، ا ج = 1.2" +

عمل ۔ ا ج کو 1.2" کے برابر کھینچو۔ ا اور ج مرکزوں
سے .9" اور .8" کی دوری پر قوسیں لگاؤ۔ جو نقطہ ب
پر قطع کریں +

ا اور ج مرکزوں سے
1.3" اور 1" کی دوری
پر قوسیں لگاؤ۔ جو د
پر قطع کریں + ا ب ج د
چوکور بن گئی +

صورت دوم ۔ چوکور
بناؤ۔ جس کے چار
ضلعے اور ایک زاویہ معلوم ہے

فرض کرو۔ کہ ہم چوکور ا ب ج د بنانا چاہتے ہیں جبکہ

ا ب = 1.1″، ب ج = 1.4″، ج د = 1.3″، د ا = 1.2″، ب̂ = 60°، **عمل** ا ب ج 60° کا بناؤ۔ اور اُس کے بازوؤں پر ب ا = 1.1″ اور ب ج = 1.4″ لو۔ ا اور ج کو مرکز مان کر 1.2″ اور 1.3″ نصف قطر کی قوسیں لگاؤ۔ ا د اور ج د کو ملاؤ۔ ا ب ج د چوکور ہے۔

صورت سوم - چوکور بناؤ - جس کے تین ضلعے اور دو درمیانی زاوئے معلوم ہیں

فرض کرو کہ ہم چوکور ا ب ج د بنانا چاہتے ہیں جبکہ ا ب = 1.5″، ب ج = 1.3″، ا د = 0.9″، ا̂ = 60°، ب̂ = 75°

عمل ا ب 1.5″ لمبا کھینچو ب ا د 60° کا بناؤ۔ اور ا د 0.9″ کے برابر کاٹو۔ ا ب ج 75° کا بناؤ۔ اور ب ج 1.3″ کے برابر کاٹو۔ ج د

کو ملاؤ- ا ب ج د چوکور ہے ٭

مشق - چوکور ا ب ج د بناؤ-جبکہ

1 ا ب = 2.2″، ب ج = 2″، ج د = 3.2″، د ا = 1.4″، ب د = 3.3″ ٭

2 ا ب = ب ج = 1″، ج د = د ا = 2″، ا ج = 1.5″ ٭

3 ا ب = ب ج = ج د = د ا = 6 سم، ا ج = 8.4 سم ٭

4 ا ب = 2.8″، ب ج = 1.5″، ج د = 1.4″، د ا = 5″ ب̂ = 15° ٭

5 ا ب = ب ج = 1.5″، ج د = د ا = 2″، ب̂ = 90° ٭

6 ا ب = ج د = 15 سم، ب ج = د ا = 20 سم، ب̂ = 45° ٭

7 ا ب = 5.4 سم، ب ج = 6.4 سم، ج د = 6.8 سم، ب̂ = 70°، ج = 82° ٭

8 ب ج = ج د = 2.5″، ب د = 1.9″، ا ب̂ د = ا د̂ ب = 65° ٭

9 ا ب = 9 سم، ب ج = د ا = 6.4 سم، ا̂ = 105° ب̂ = 72° ٭

10 ب ج = 50 مم، ا ب̂ ج = 80°، د ب̂ ج = 35°، ا ج̂ ب = 70°، د ج̂ ب = 40° ٭

11 ا ب = 44 مم، ب ج = 40 مم، ج د = 25

ا ج = 42 مم ، ب د = 55 مم +

نوٹ - پہلے مثلث ا ب ج بناؤ - اور پھر مثلث ب ج د +

12 ایک چوکور کھیت ا ب ج د کا نقشہ بناؤ - جبکہ ا ب = 350 گز ، ا ج = 300 گز ، ب ج = 200 گز ، ا د = 230 گز ، ب د = 350 گز اور پیمائش سے ثابت کرو - کہ ضلع ج د 175 گز ہے +

نوٹ - 100 گز کو 1" کے برابر رکھ کر شکل بناؤ +

گیارھواں باب

منطبق مثلث

(CONGRUENT TRIANGLES)

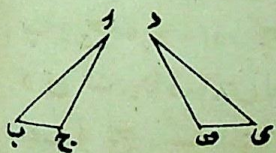
77 **تعریف** - اگر ایک شکل دوسری شکل کے اوپر اس طرح رکھی جا سکے - کہ صورت اور قد میں بلا کسی قسم کی تبدیلی کرنے کے ایک شکل کے خطوط اور نقطے دوسری کے خطوط اور نقطوں پر آجائیں - تو ہم کہیں گے - کہ وہ دونوں شکلیں

ایک دوسرے پر منطبق ہوگئیں - یعنی وہ ہر لحاظ سے برابر ہیں +

مثلاً اگر ایک ہی شکل مختلف کاغذوں پر چھاپی جائے - تو وہ تمام شکلیں ہر لحاظ سے برابر ہونگی - اگر کسی شکل کے اوپر پتلا سا کاغذ رکھ کر اس کا چربہ اُتار لو - تو اصل اور چربہ ہر لحاظ سے برابر ہونگے +

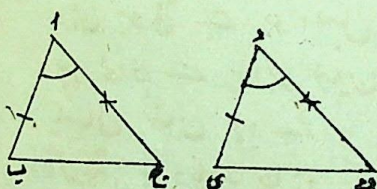
مندرجۂ بالا تعریف میں الفاظ "صورت اور قد میں بلا کسی قسم کی تبدیلی کرنے کے" نہایت ضروری ہیں - دیکھو - کھیت کے نقشے کی صورت وہی ہوتی ہے - جو اصل کھیت کی ہے - مگر دونوں ہر لحاظ سے برابر نہیں - کیونکہ اُن کے قد یکساں نہیں ہوتے +

اگر تم یہ دیکھنا چاہو - کہ آیا فلاں دو شکلیں ہر لحاظ سے برابر ہیں یا نہیں - تو کاغذ پر کوئی سی ایک شکل کا چربہ اُتار لو - اور اسے دوسری شکل پر منطبق کرنے کی کوشش کرو - ممکن ہے - چربے کو دوسری شکل پر منطبق کرنے کے لیئے تم کو اُلٹنا پڑے - مثلاً یہ دو

ا ب ج د ی ف

مثلث ا ب ج اور د ی ف ہر لحاظ سے برابر ہیں - لیکن اگر ہم مثلث ا ب ج کا چربہ اُتاریں

تو ہمیں اِس چربے کو دوسری شکل پر منطبق کرنے کے لیئے اسے اس طرح اُلٹنا پڑیگا جس سے کہ اس کا دایاں ضلع بایاں ضلع ہو جائے ۔

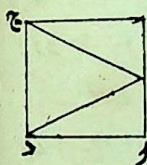
اگر دو مثلّث ایک دوسرے پر منطبق ہو جائیں تو ایک مثلّث کے ضلعے اور زاوئے بالترتیب دوسرے مثلّث کے ضلعوں اور زاویوں کے برابر ہوتے ہیں منطبق مثلّثوں میں متناظرہ ضلعے وہ ہوتے ہیں۔ جو مساوی زاویوں کے مقابل ہوں +

مسئلہ 15

78 فرض کرو۔ کہ ایک کاغذ پر مثلّث ا ب ج بنا ہوا ہے ۔ اور تم اپنے اوزاروں سے اس کی ہو بہو نقل اُتارنا چاہتے ہو۔ ایک طریقہ یہ ہے۔ کہ پہلے کوئی سے دو ضلعے مثلاً ا ب اور ا ج اور اُن کا درمیانی زاویہ ب ا ج ماپ لو۔ اور پھر دفعہ ۲۸ کے مطابق مثلّث د ی ف بناؤ۔ جس کے دو ضلعے برابر ا ب اور ا ج کے ہوں ۔ اور درمیانی زاویہ برابر ب ا ج کے ہو +

اب دونوں مثلّثوں کو کاٹ لو۔ اور ایک دوسرے

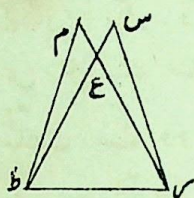
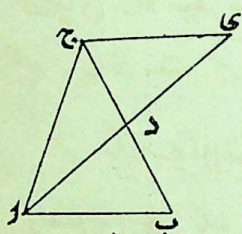
کے اوپر رکھو۔ دیکھو دونو منطبق ہو جاتے ہیں۔
اس عمل سے صاف نتیجہ نکلتا ہے۔ کہ اگر ایک
مثلّث کے دو ضلعے اور اُن کا درمیانی زاویہ
دوسرے مثلّث کے دو ضلعوں اور اُن کے
درمیانی زاویئے کے برابر ہوں۔ تو دونو مثلّث
ہر لحاظ سے برابر ہونگے +

سوالات نمبر 22

1 ا ب ج د ایک مربّع ہے۔ اور ی ضلع ا ب کا
نقطۂ وسط ہے۔ ج ی اور د ی ب
کو ملاؤ۔ ثابت کرو کہ △
ا ی د اور ب ی ج ہر لحاظ
سے برابر ہیں +

جن خطوں اور زاویوں کے جوڑوں کو برابر ثابت
کرو۔ اُن کو لکھ دو +

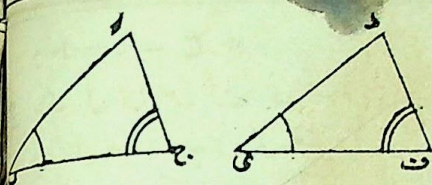
2 ا ب ج د ایک مربّع ہے۔ ی، ع، ک ترتیب
وار اضلاع ا ب، ب ج، ج د، کے نقاط
وسط ہیں۔ ی ع اور ع ک کو ملاؤ۔ اور ان
کو برابر ثابت کرو +

(کون سے دو مثلّثوں کو ہر لحاظ سے برابر
ثابت کرنا چاہیئے؟)

3 مثلّث متساوی الساقین ع ط س کے مساوی

ضلعوں ط ع اور ہا ع
کو س اور م تک اتنا
بڑھایا گیا ہے ۔کہ ع س
= ع م ثابت کرو ۔کہ
م ط = س ہا ۔

4 △ ا ب ج کے ضلع
ب ج کا نقطۂ وسط د
ہے ۔ ا د کو بڑھا کر دی
برابر ا د کے کاٹا گیا ۔
ثابت کرو ۔کہ ا ب = ی ج
اور ا ب اور ی ج متوازی ہیں ۔
(دو مثلثوں کو ہر لحاظ سے برابر ثابت کرو ۔)

5 ایک خط ا ب 4.5 سم لمبا کھینچو ۔ اور زاوئے
ب ا ج اور ا ب د چالیس چالیس درجے کے
بناؤ ۔ اور ا ج اور ب د دونو کو 2.8 سم کے
برابر قطع کرو ۔ د ا اور ج ب کو ملاؤ ۔ ثابت کرو ۔
کہ ا د = ج ب اور د = ج اور د ا ج =
ج ب د اور پیمائش سے اپنے ثبوت کا امتحان
کرو ۔

مسئلہ 16

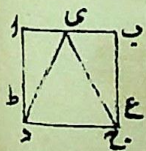
79 مثلث ا ب ج کی نقل اُتارنے کا دوسرا
طریقہ یہ ہے ۔کہ پہلے ضلع ب ج اور دو زاوئے

ب اور ج
کو ماپو اور
پھر اُن اجزا
سے دفعہ
75 کے مطابق مثلّث د ی ف بناؤ۔

اب دونو مثلّثوں کو کاٹ لو۔ اور ایک دوسرے
کے اوپر رکھّو۔ دیکھو دونو منطبق ہو جاتے ہیں
اس عمل سے صاف نتیجہ نکلتا ہے۔ کہ

**اگر ایک مثلّث کے دو زاوئے دوسرے
مثلّث کے دو زاویوں کے اپنی اپنی نظیر
کے برابر ہوں اور ایک مثلّث کا ایک ضلع
دوسرے مثلّث کے ایک ضلع کے اپنی نظیر کے
برابر ہو۔ تو دونو مثلّث ہر لحاظ سے برابر
ہونگے۔**

سوالاتِ نمبر 23

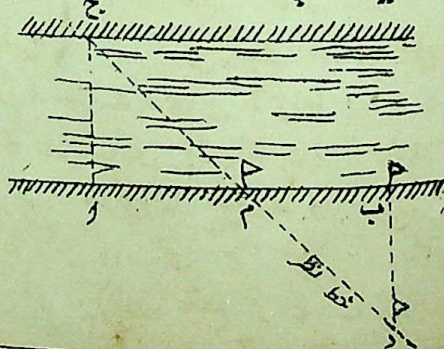
1 ا ب ج د ایک مربّع ہے۔ اور ی ضلع ا ب کا
نقطۂ وسط ہے۔ ی پر ا ی ط
60° کا اور ب ی ع 60° کا بناؤ
فرض کرو۔ کہ ی ط ضلع ا د
کو ط پر اور ی ع ضلع
ب ج کو ع پر قطع کرتا ہے۔ ثابت کرو۔ کہ

ا ط = ب ع ٭

2 △ ل ی ص میں یٰ = صٰ
اور ل م زاویہ ل کی تنصیف
کرتا ہوا کھینچا گیا ہے۔
ثابت کرو۔ کہ ل ی = ل ص ٭

3 اگر مثلث کے ایک زاویے کی تنصیف کرنے والا خط مقابل کے ضلعے کو قائمے زاویوں پر قطع کرے۔ تو وہ مثلث متساوی الساقین ہوگا٭

4 دو مثلث ا ب ج اور د ی ت ہر لحاظ سے برابر ہیں۔ ا ع عمود ضلع ب ج پر اور د ک عمود ضلع ی ت پر کھینچا گیا ہے۔ ثابت کرو۔ کہ ا ع = د ک ٭

5 چوکور ا ب ج د میں وتر ا ج زاویہ ب ا د اور ب ج د کی تنصیف کرتا ہے۔ ثابت کرو۔ کہ
ا ب = ا د ، ج ب = ج د اور بٰ = دٰ ٭

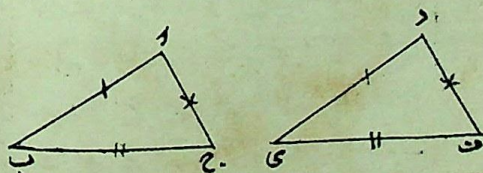
6 دریا کا پاٹ معلوم کرنا

سامنے کے کنارے پر کوئی چیز مثلاً ایک درخت ج مقرّر کر لو +

جس کنارے پر تم کھڑے ہو۔ وہاں ایک نقطہ ا ایسا لو۔ جو ج کے ٹھیک سامنے ہو۔ یعنی اج دریا کی چوڑائی ہو۔ ا پر ایک جھنڈی گاڑ دو۔ اور کچھ فاصلہ ام ماپلو۔ جو اج پر عمود ہو۔ م پر جھنڈی گاڑ دو +

ام کو بڑھاؤ۔ اور م ب مساوی ام کے ماپلو۔ ب پر جھنڈی گاڑ دو +

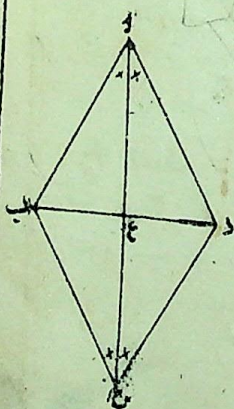
اب تم ب سے اب پر زاویہ قائمہ بناتے ہوئے د کی طرف چلو۔ یہاں تک کہ تم م اور ج کی سیدھ میں پہنچ جاؤ۔ د پر جھنڈی گاڑ دو۔ اور ب د کو ماپلو۔ ثابت کرو۔ کہ ب د دریا کے پاٹ اج کے برابر ہے +

مسئلہ 17

80 مثلّث اب ج کی نقل اُتارنے کا تیسرا طریقہ یہ ہے۔ کہ پہلے اُس کے تینوں ضلعے ماپلو۔ اور پھر اُن اجزا سے دفعہ 73 کے مطابق مثلّث د ی ن بناؤ +

اب دونو مثلثوں کو کاٹ لو۔ اور ایک دوسرے کے اوپر رکھو۔ دیکھو دونو منطبق ہو جاتے ہیں۔ اس عمل سے صاف نتیجہ نکلتا ہے۔ کہ

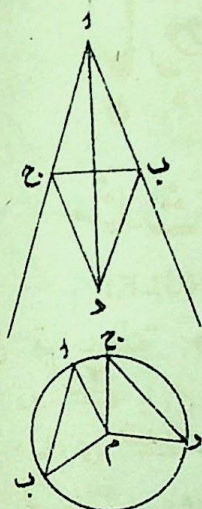
اگر ایک مثلث کے تین ضلعے دوسرے مثلث کے تین ضلعوں کے اپنی اپنی نظیر کے برابر ہوں۔ تو دونو مثلث ہر لحاظ سے برابر ہونگے ۔

سوالات نمبر ۲۹

۱ ایک چوکور اب ج د میں اب = اد، ج ب = ج د، ثابت کرو۔ کہ اج ۱ اور ج کی تنصیف کرتا ہے ۔

۲ ثابت کرو۔ کہ معین کے دونو وتر ایک دوسرے کو قائمے زاویوں پر قطع کرتے ہیں ۔

نوٹ۔ دفعہ ۸۰ سے △ ادج اور اب ج کو برابر ثابت کرو ∴ $\widehat{\text{داج}}$ = $\widehat{\text{باج}}$ دفعہ ۷۸ سے △ داع، باع برابر ثابت کرو۔ ∴ ع پر کے زاویے قائمے

ہیں) +

3 ب ا ج کے بازوؤں میں
سے مساوی طول ا ب
ا ج کاٹے گئے ہیں۔ اور
ب ج پر ایک مثلث
ب ج د ایسا بنایا گیا
ہے۔ کہ ب د = ج د
ثابت کرو۔ کہ ا د
ب ا ج کی تنصیف کرتا
ہے +

4 ا ب اور ج د ایک
دائرے کے دو مساوی
وتر ہیں۔ م مرکز دائرہ ہے ثابت کرو۔ کہ
ا م ب = ج م د +

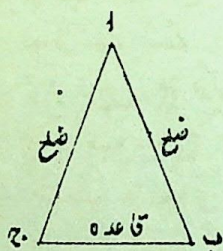
5 مثلث متساوی السّاقین ا ب ج کا ضلع ا ب
= ا ج اور ل قاعدہ ب ج کا نقطۂ وسط
ہے۔ ا ل کو ملاؤ۔ ثابت کرو۔ کہ ا ل
ب ا ج کی تنصیف کرتا ہے۔ اور ب ج پر
عمود ہے +

بارھواں باب

مثلّث متساوی السّاقین

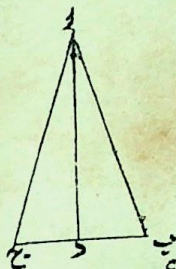
(ISOSCELES TRIANGLE)

81 تم جانتے ہو۔ کہ مثلّث متساوی السّاقین کے دو ضلعے باہم مساوی ہوتے ہیں۔ جس نقطے پر مساوی ضلعے ملتے ہیں۔ اس کو راس (Vertex) کہتے ہیں۔ راس کے مقابل کے ضلع کو قاعدہ (Base) بولتے ہیں۔

ا
ضلع ضلع
ج قاعدہ ب

مسئلہ 18

82 مشق ۱ - دفعہ 73 کے مطابق ایک مثلّث متساوی السّاقین بناؤ۔ جس کے مساوی ضلعے دو دو انچ ہوں۔ اور قاعدہ "5 . ۱ ہو۔ قاعدے پر کے زاویوں کو ماپو۔ کیا یہ برابر ہیں؟

مشق 2 - ایک مثلّث متساوی السّاقین ا ب ج کھینچو۔ جس میں ا ب = ا ج اور ب ا ج کی

تنصیف کرنے والا خط ب ج سے د پر ملتا ہے
ثابت کرو۔ کہ دونو مثلّث
ا ب د اور ا ج د ہر لحاظ
سے برابر ہیں +
اس مشق سے تم مثلّث
متساوی الساقین کے زاویوں
کی نسبت کیا نتیجہ نکالتے ہو؟

مشق ۳ - کاغذ کا ایک مثلّث متساوی الساقین بناؤ۔ پھر اس کو اس طرح تہ کرو۔ کہ دونو مساوی ضلعے ایک دوسرے پر آجائیں۔ کیا قاعدے پر کے زاوئے باہم برابر ہیں؟

اوپر کی مشقوں سے صاف نتیجہ نکلتا ہے۔ کہ اگر کسی مثلّث کے دو ضلعے برابر ہوں۔ تو ان ضلعوں کے مقابل کے زاوئے بھی برابر ہونگے +

سوالات نمبر 25

۱ مثلّث ا ب ج میں ا ب = ا ج زاوئے معلوم کرو۔ جبکہ

(۱) $\hat{ا} = 36^\circ$ + (2) $\hat{ا} = 90^\circ$ + (3) $\hat{ا} = 120^\circ$ +

(4) $\hat{ب} = 72^\circ$ + (5) $\hat{ج} = 80^\circ$ + (6) $\hat{ج} = 75^\circ$ +

(7) $\hat{ج} = 92^\circ$ + (8) $\hat{ب} = 120^\circ$ +

2 صورت (7) اور (8) میں کیوں دِقت پیش آتی ہے ؟

3 ثابت کرو۔ کہ مثلّث متساوی السّاقین کے قاعدے پر کے زاوئے حادّے ہوتے ہیں +

4 ایک مثلّث متساوی السّاقین کے قاعدے پر کا ہر زاویہ راس کے زاوئے سے نصف ہے۔ تینوں زاوئے معلوم کرو +

5 ایک مثلّث متساوی السّاقین کے زاوئے معلوم کرو۔ جبکہ قاعدے پر کا ہر زاویہ راس کے زاوئے سے دوچند ہے ؟

6 مثلّث متساوی الاضلاع متساوی الزّوایا بھی ہوتا ہے ؟

7 مثلّث ا ب ج بناؤ۔ جبکہ ا ب = 2.6″ ؛ ب ج = 7.4 ؛ ا ج = 2.6″ ؛ ا ب کو د تک اور ا ج کو ی تک بڑھاؤ۔ اس شکل کے تمام زاوئے معلوم کرو +

8 ا ب ج مثلّث متساوی السّاقین ہے مساوی اضلاع ا ب اور ا ج کو ترتیب وار ل اور ی تک بڑھایا گیا ہے۔ ثابت کرو۔ کہ ل ب̂ ج = ی ج̂ ب +

9 ایک مثلّث متساوی السّاقین کے راس پر کا زاویہ خارجہ 120° کا ہے۔ مثلّث کے تمام زاوئے معلوم کرو +

۱۰ ایک ہی قاعدہ د ا پر دونو طرف دو مثلّث متساوی الساقین ی د ا اور ف د ا واقع ہیں۔ ثابت کرو کہ ی دف = ی ا ف +

۱۱ ایک ہی قاعدے د ا پر ایک ہی طرف کو دو مثلّث متساوی الساقین ی د ا اور ف د ا واقع ہیں۔ ثابت کرو کہ ی دف = ی ا ف +

مسئلہ 19

83 مشق ۱ - ایک خط ب ج کھینچو۔ ب اور ج پر دو مساوی زاویے ج ب ا اور ب ج ا اس طرح بناؤ۔ کہ مثلّث ا ب ج بن جائے۔ ا ب اور ا ج کو ماپو +

مشق 2 - مختلف خط اور زاویے لے کر مشق ا کو تین چار دفعہ دہراؤ +

مشق 3 △ ا ب ج میں ب برابر ج کے ہے۔ اور ب ا ج کی تنصیف کرنے والا خط ا د ضلع ب ج سے د پر ملتا ہے۔ ثابت کرو △ ب ا د اور ج ا د ہر لحاظ سے برابر ہیں +

بتاؤ اس مشق سے △ ا ب ج کے ضلعوں کی نسبت کیا بات ثابت ہوتی ہے؟

مندرجۂ بالا مشقوں سے صاف نتیجہ نکلتا ہے۔ کہ اگر کسی مثلّث کے دو زاویے برابر ہوں تو اُن زاویوں کے مقابل کے ضلعے بھی برابر ہونگے

سوالات نمبر 26

1 مثلّث متساوی الزّوایا متساوی الاضلاع بھی ہوتا ہے +

2 مثلّث ا ب ج کے اضلاع ا ب اور ا ج نقاط ل اور ی تک بڑھائے گئے ہیں۔ اگر ل ب ج = ی ج ب تو ثابت کرو۔ کہ △ ا ب ج متساوی السّاقین ہوگا +

3 اگر ایک خطِ مستقیم کسی مثلّث متساوی السّاقین کے قاعدے کے متوازی مساوی ضلعوں کو کاٹتا ہوُا کھینچا جائے۔ تو ثابت کرو۔ کہ وہ خط ایک اور مثلّث متساوی السّاقین بنائیگا +

4 ع ط س مثلّث متساوی السّاقین ہے۔ مساوی زاویوں ط اور س کی تنصیف کرنے والے خط م پر ملتے ہیں۔ ثابت کرو۔ کہ م ط س مثلّث متساوی السّاقین ہے +

5 ایک خطِ مستقیم ا ب کے نقطۂ وسط م سے ایک خط م ج کھینچا گیا ہے۔ اگر م ج = م ا تو ا ج ب قائمہ ہوگا +

6 △ ا ب ج میں ا ب = ا ج اور ب ع = ج ک ثابت کرو۔ کہ ا ع ک =

اک ع

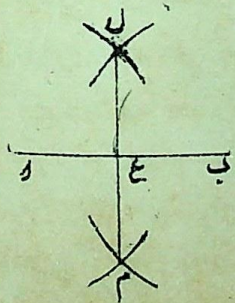
(پہلے ثابت کرو کہ ا ع = اک)۔

7 ثابت کرو کہ مربع کے وتر اور ایک ضلعے کے درمیان کا زاویہ $\frac{1}{2}$ 5 کا ہوتا ہے۔

تیرھواں باب

چند اشکال عملی

(SOME CONSTRUCTIONS)

84 مسطر اور پرکار سے خط مستقیم اب کی تنصیف کرو

ا مرکز سے کسی نصف قطر (جو نصف اب سے بڑا ہو۔) پر دو قوسیں اب کے دونو طرف کھینچو۔

پھر ب مرکز سے اسی نصف قطر پر قوسیں کھینچو۔ جو پہلی قوسوں کو ل اور م پر قطع

کریں +
ل م کو ملاؤ ۔ جو اب کو ع پر قطع کرے ۔
اب کی تنصیف ع پر ہو جائیگی +

سوالات نمبر 27

1 پرکار کو اع کے برابر کھول کر ب ع پر رکھو ۔ کیا ب ع اور اع برابر ہیں ؟

2 اوپر کی شکل پر کاغذ رکھ کر ا، ب اور ع پر نشان لگا لو ۔ پھر کاغذ کو اٹھا کر اس طرح رکھو کہ ا کا چربہ ب پر اور ب کا چربہ ا پر آجائے ع کا چربہ کہاں پڑتا ہے ؟ اس تجربے سے کس طرح ثابت ہوتا ہے ۔ کہ اب کی تنصیف ع پر ہو گئی ؟

3 ہم نے نصف قطر نصف اب سے زیادہ کیوں لیا ؟ اگر نصف قطر نصف اب کے برابر یا اس سے کم ہو ۔ تو کیا بات ظہور میں آئیگی ؟
پرکار لو ۔ اور قوسیں کھینچ کر دیکھو +

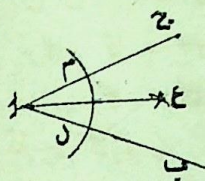
4 ″5.7 لمبے خط کی تنصیف کرو +

5 ″5 لمبا خط کھینچو ۔ اور اس کو چار برابر حصوں میں تقسیم کرو +

6 ایک مثلث کھینچو ۔ جس کے ضلعے ″2.9، ″3.4، ″4.6 ہوں ۔ مسطر اور پرکار سے ضلعوں کی تنصیف کرو ۔ نقاط تنصیف کو ملاؤ ۔ اور اس

طرح جو مثلث بنے۔ اس کے ضلعوں کو ناپو +

---

85 مسطر اور پرکار سے زاویہ ب ا ج کی تنصیف کرو +

مرکز ا سے کسی نصف قطر پر ایک قوس بناؤ جو اب ، اج کو ل ، م پر قطع کرے +

ل کو مرکز مان کر کسی نصف قطر پر (جو ل اور م کے درمیانی فاصلے کے نصف سے زیادہ ہو) ایک قوس کھینچو +

پھر م کو مرکز مان کر اُسی نصف قطر پر دوسری قوس کھینچو۔ جو پہلی قوس کو نقطہ ع پر کاٹے +

ا ع کو ملاؤ۔ ا ع ب ا ج کی تنصیف کریگا +

سوالات نمبر 28

1 کاغذ پر کوئی زاویہ کھینچو۔ مسطر اور پرکار سے اس کی تنصیف کرو۔ اور کاغذ کو ا ع کے گرد دُہرا کر کے اپنے عمل کی پڑتال کرو +

2 ل اور م مرکز سے قوسیں کھینچتے وقت ہم نے نصف قطر نصف ل م سے زیادہ کیوں لیا؟

اگر نصف ل م سے کم نصف قطر لیتے - تو کیا دقت پیش آتی ؟

3 پروٹریکٹر سے 52° کا زاویہ بناؤ - اور مسطر اور پرکار سے اس کی تنصیف کرو - اور اپنے عمل کی صحت کا امتحان پروٹریکٹر سے کرو +

4 150° کا زاویہ پروٹریکٹر سے بناؤ - اور مسطر اور پرکار سے اس کو چار برابر حصّوں پر تقسیم کرو +

5 پروٹریکٹر سے 72° کا زاویہ بناؤ - پھر اُس میں سے مسطر اور پرکار کے ذریعے 18° کا زاویہ قطع کرو +

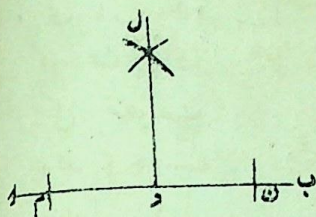
6 کوئی مثلّث بناؤ - اور مسطر اور پرکار سے اس کے تینوں زاویوں کی تنصیف کرنے والے خطوط کھینچو - اگر تمہاری شکل درست ہے - تو یہ خط ایک نقطے میں سے گزرینگے +

---

86 مسطر اور پرکار سے خط مستقیم ا ب پر اُس کے نقطہ د سے عمود کھینچو -

پہلی صورت - جب کہ نقطہ د خط ا ب کے انجاموں کے قریب نہ ہو +

پرکار میں کچھ فاصلہ لو - جو د ا سے قدرے

کم ہو - پھر د کو
مرکز مان کر خط
اب پر د کے
دونو طرف یکساں
فاصلے دم اور د
ن لگاؤ ۔

پھر م اور ن مرکز سے ایک ہی نصف قطر
(جو دم سے بڑا ہو) پر قوسیں لگاؤ۔ جو
ایک دوسرے کو ل پر قطع کریں ۔

دل کو ملاؤ۔ دل عمود مطلوب ہوگا ۔

دوسری صورت - اگر نقطۂ د خط اب
کے انجام پر یا انجام کے قریب ہو۔
تو مندرجۂ ذیل دو طریقوں میں سے
کسی ایک طریقہ کے مطابق عمل کرنا
چاہیئے ۔

پہلا طریقہ - د مرکز سے کسی نصف قطر
پر قوس ج ف ی کھینچو۔ جو اب کو ج پر
قطع کرے ۔

ج مرکز سے اسی نصف قطر پر قوس لگاؤ۔
جو پہلی قوس کو ف پر کاٹے ۔

پھر ف مرکز سے اسی نصف قطر پر
قوس لگاؤ۔ جو پہلی قوس کو ی پر
کاٹے ۔

ن د اور
ی د کو ملاؤ
اور ن د ی
کی تنصیف
دفعہ 85 کے
مطابق د ل
کے ذریعے
کرو۔ د ل
عمود ہے +

نوٹ۔ ج د ن اور ن د ی کتنے درجے کے ہیں؟
کیوں؟ ن د ل ، ی د ل کتنے درجے کے ہیں؟
کیوں؟
ب د ل کتنے درجے کا ہے؟

دوسرا طریقہ۔ کوئی نقطہ ی لو۔ جو ا ب
میں نہ ہو۔ اور ی مرکز سے نصف قطر ی د
پر ایک قوس بناؤ۔
جو ا ب کو ج پر
قطع کرے۔ ج ی
کو ملاؤ۔ اور اُسے
اتنا بڑھاؤ۔ کہ
قوس سے ل پر
ملے۔ ل د کو ملاؤ +
ل د خط ا ب پر عمود ہوگا +

سوالات نمبر 29

۱ "5.4 لمبا خط کھینچو۔ اور اس میں انجاموں سے ایک ایک انچ کے فاصلے پر نقطے لے کر پرکار اور مسطر سے عمود کھینچو۔ یہ عمود متوازی کیوں ہیں؟

2 کوئی مثلث بناؤ۔ اس کے اضلاع کے نقاط تنصیف سے عمود کھینچو۔ اگر تمہاری شکل درست ہے۔ تو یہ عمود ایک نقطے میں سے گذریںگے +

3 ایک خط 8 سم لمبا کھینچو۔ اور اُس کے دونو انجاموں سے آٹھ آٹھ سم لمبے عمود کھینچو +

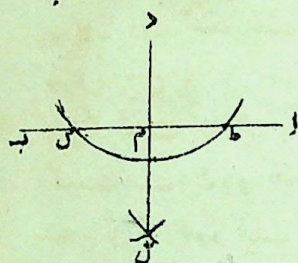
4 ایسے خط کھینچو۔ جو خط معلوم اب کے ساتھ 90°، 45° اور $22\frac{1}{2}$° کے زاوئے بنائیں +

5 مسطر اور پرکار سے ایسے خطوط کھینچو۔ جو ایک خط معلوم اب کے ساتھ 60°، 30 اور 15° کے زاوئے بنائیں۔ بتاؤ تم 270° اور 300° کے معکوس زاوئے کس طرح بناؤ گے؟

6 خط اب کے انجام ب سے ایسا خط ب ج کھینچو۔ کہ زاویہ اب ج 135° کا ہو +

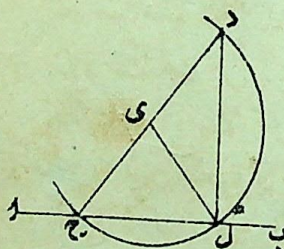
7 صرف مسطر اور پرکار سے زاویہ قائمہ کی تثلیث کرو۔ یعنی تین برابر حصوں میں تقسیم کرو +

87 خط مستقیم ا ب پر نقطہ د سے جو اِس خط کے باہر ہے۔ عمود ڈالو

پہلا طریقہ۔ د مرکز سے ایک قوس کھینچو۔ جو ا ب کو ط اور ک پر قطع کرے ۔ ط اور ک مرکزوں سے ایک ہی نصف قطر پر جو نصف ط ک سے بڑا ہو۔ قوسیں کھینچو۔ جو ل پر قطع کریں۔ د ل کو ملاؤ۔ جو ا ب کو م پر قطع کرے ۔

د م خط ا ب پر عمود ہوگا ۔

دوسرا طریقہ۔ خط ا ب میں کوئی نقطہ ج لو۔ ج د کو ملاؤ۔ ج د کی ی پر تنصیف کرو۔ ی مرکز سے ی د نصف قطر کا نصف دائرہ بناؤ۔ جو ا ب کو ل پر قطع کرے۔ د ل کو ملاؤ۔ د ل ا ب پر عمود ہے ۔

ثبوت: ∵ ی د = ی ل ∴ دˆ = ی ل د

∵ ی ج = ی ل ∴ جˆ = ی ل ج

∴ جمع کرنے سے دˆ + جˆ = ج ل د

لیکن مثلث کے تینوں زاویے مل کر دو قائموں کے برابر ہوتے ہیں۔ اس لئے ج ل د قائمہ ہے۔ اس سے نتیجہ نکلتا ہے کہ

نصف دائرہ میں زاویہ قائمہ ہوتا ہے

سوالات نمبر 30

1 ایک خط ‎3.9‎ لمبا کھینچو۔ اور اس کے باہر کہیں نقطہ لے کر اس سے اس پر دونو طریقوں سے عمود گراؤ +

2 کوئی مثلث بناؤ۔ اس کے گوشوں سے مقابل کے اضلاع پر شکل عملی بنا کر عمود ڈالو۔ اگر تمہاری شکل درست ہے۔ تو یہ تینوں عمود ایک نقطے میں سے گذر ینگے۔ اس نقطے کو آرتھو سنٹر کہتے ہیں +

3 ‎66°‎ کا زاویہ پروٹریکٹر سے بناؤ۔ مسطر اور پرکار سے اس کی تنصیف کرو۔ تنصیف کرنے والے خط میں کہیں نقطہ لو۔ اور اس نقطہ سے زاویے کے بازوؤں پر شکل عملی بنا کر عمود ڈالو۔ عمودوں کو ماپو۔ کیا یہ عمود برابر ہیں؟

4 ، ایک خط ا ب ‎1.6″‎ لمبا کھینچو۔ پرکار سے ایک نقطہ م ایسا معلوم کرو۔ کہ اس کا فاصلہ ا اور ب دونو سے ‎1.5″‎ ہو۔ م سے ا ب پر

شکل عملی بنا کر عمود ڈالو۔ اس عمود کی پیمائش کرو +

---

88 دئے ہوئے نقطۂ ج سے ایک ایسا خطِ مستقیم کھینچو۔ جو دئے ہوئے خطِ مستقیم اب کا متوازی ہو +

اب میں کوئی نقطۂ د لو +

د مرکز سے نصف قطر د ج پر قوس لگاؤ۔ جو اب کو ی پر قطع کرے +

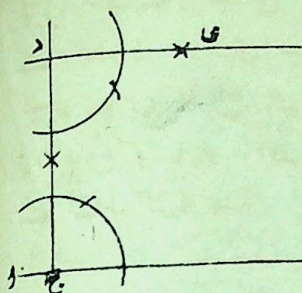
ج مرکز سے اسی نصف قطر پر قوس د ف بناؤ۔

د مرکز سے نصف قطر ی ج پر قوس بنا کر د ف کو ف پر کاٹو +

ج ف کو ملاؤ۔ جو اب کا متوازی ہوگا +

ثبوت۔ چونکہ مثلّث ج د ف کے تینوں ضلعے مثلّث ج د ی کے تینوں ضلعوں کے برابر ہیں اس لئے وہ منطبق ہیں۔ پس متبادلے زاوئے د ج ف اور ج د ی باہم برابر ہیں۔ اس لئے ج ف متوازی اب کا ہے +

---

89 ایک ایسا خط کھینچو۔ جو ایک خط مستقیم معلوم اب کا متوازی ہو۔ اور اس سے

دیے ہوئے فاصلہ کے پر واقع ہو +
ا ب میں کوئی کے نقطہ ج لو +
ج د ا ب پر عمود کھینچو

اور ج د برابر کے کے قطع کرو +
د میں سے د ی خط د ج پر عمود کھینچو ۔ د ی متوازی ا ب کا ہوگا ۔ اور اس سے کے فاصلہ پر واقع ہوگا +

سوالات نمبر 31

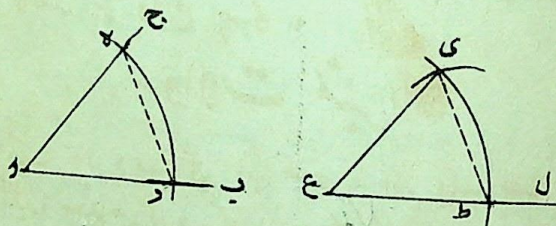
1 ایک خط ا ب 3" لمبا کھینچو ۔ اور ایک نقطہ ج ایسا معلوم کرو ۔ کہ اس کا فاصلہ ا سے ½ اور ب سے 3" ہو ۔ ج میں سے ایک خط متوازی ا ب کا کھینچو +

2 ایک خط ا ب 6 سم لمبا کھینچو ۔ اور اس سے 2.5 سم کے فاصلے پر ایک خط متوازی ا ب کا کھینچو +

3 کوئی خط کھینچو ۔ اور اس کے دونو طرف ڈھائی ڈھائی انچ کے فاصلے پر دو خط اُس کے متوازی کھینچو +

۴ کوئی مثلث ا ب ج کھینچو۔ ا، ب، ج میں سے خطوط متوازی ب ج، ج ا اور ا ب کے کھینچو۔ اس طرح جو بڑا مثلث بنے۔ اس کے زاویوں کو ماپو۔ اور پہلے مثلث کے زاویوں سے مقابلہ کرو +

---

۹۵ مسطر اور پرکار سے ایک خط مستقیم ع ل کے نقطہ ع پر ایک زاویہ زاویہ معلوم ب ا ج کے برابر بناؤ +

عمل۔ ا مرکز سے کسی نصف قطر پر ایک قوس بناؤ۔ جو ا ب اور ا ج کو د اور ه پر کاٹے ع مرکز سے اور اسی نصف قطر پر ایک قوس بناؤ۔ جو ع ل کو ط پر قطع کرے +
ط مرکز سے د ه کے برابر نصف قطر پر ایک قوس بناؤ۔ جو قوس ط ی کو ی پر کاٹے۔
ع ی کو ملاؤ +

تو ل ع ی = ب ا ج +

سوالات نمبر 32

1 تین مختلف حادہ زاویے کھینچو - اور پھر شکل عملی سے اُن کے برابر زاویے بناؤ ۔

2 تین مختلف منفرجہ زاویے کھینچو - اور پھر شکل عملی سے اُن کے برابر کے زاویے بناؤ ۔

3 پروٹریکٹر سے 48° کا زاویہ کھینچو - اور پھر شکل عملی سے اس کے برابر زاویہ بناؤ - اور اپنے عمل کی پرتال پروٹریکٹر سے کرو ۔

4 پروٹریکٹر سے 27° کا زاویہ بناؤ - پھر شکل عملی سے اس سے دو چند زاویہ بناؤ ۔

5 پرکار اور مسطر سے 45° کا زاویہ بناؤ - پھر اس سے ڈیوڑھا یعنی $67\frac{1}{2}^\circ$ کا زاویہ بناؤ ۔

6 دو خط اور ایک زاویہ کھینچو - پھر مسطر اور پرکار سے ایک مثلث بناؤ - جس کے دو ضلعے اور ان کا درمیانی زاویہ ان خطوں اور زاویے کے برابر ہوں ۔

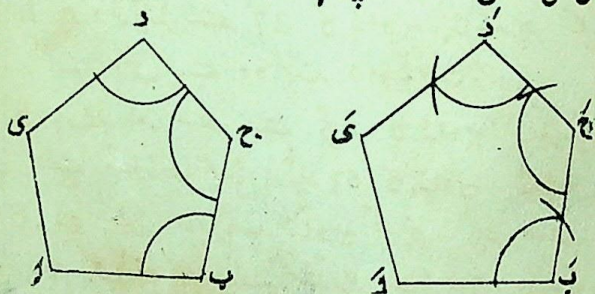
7 پروٹریکٹر سے دو زاویے 74° اور 82° کے لو - اور پھر مسطر اور پرکار سے 3" لمبے قاعدہ پر ایک مثلث بناؤ - جس کے قاعدہ پر کے زاویے 74° اور 82° کے ہوں ۔

8 ایک مثلث بناؤ - جس کے ضلعے $4.2"$، $8.1"$

3″ ہوں - اور ایک اور مثلّث بناؤ - جس کا قاعدہ 2″ ہو - اور جس کے زاوئے پہلے مثلّث کے زاویوں کے برابر ہوں +

کسی شکل مستقیمۃ الاضلاع کی نقل اُتارنا

۹۱ کسی شکل کی نقل اُتارنے کے مندرجۂ ذیل دو طریقے بہت کار آمد ہیں :-

پہلا طریقہ - فرض کرو - کہ تم مخمّس ا ب ج د ی کی نقل اُتارنا چاہتے ہو +

پہلے ضلع ا ب کی نقل اُتارو - پھر زاویہ ا ب ج کی پھر ضلع ب ج کی - پھر زاویہ ب ج د کی وغیرہ وغیرہ +

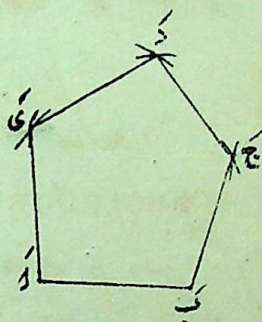
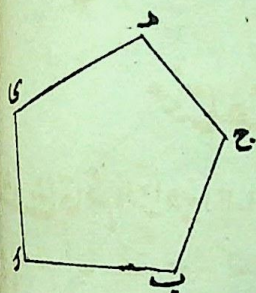
مشق ۱ - کاغذ پر کوئی چوکور بناؤ - اور مندرجۂ بالا طریقہ سے اس کی نقل اُتارو +

مشق 2 - ایک غیر منتظم مسدّس بناکر اُس کی نقل اُتارو +

طریقہ دوم - یہ متقاطع قوسوں کا طریقہ کہلاتا ہے +

فرض کرو - کہ شکل ا ب ج د ی کی نقل اُتارنی ہے +

ا ب کے برابر اَ بَ بناؤ +

اَ مرکز سے ا ج نصف قطر کے دائرے کی قوس لگاؤ - بَ مرکز سے ب ج نصف قطر کے دائرے کی قوس لگاؤ +

فرض کرو - کہ دونو قوسیں نقطہ جَ پر قطع کرتی ہیں - نقطہ جَ نقطہ ج کی نقل ہے +

اسی طرح فاصلہ ا د اور ب د کے ذریعے دَ کو قائم کرو - اور فاصلہ ا ی اور ب ی کے ذریعے یَ کو قائم کرو +

اب پانچوں راس اَ، بَ، جَ، دَ، یَ قائم ہو گئے - ان کو ملانے سے نقل تیار ہو جائیگی +

مشق ۱ - اپنے کاغذ پر کوئی آٹھ ضلعے کی شکل بناؤ - اور پھر اُس کی نقل اُتار دو +

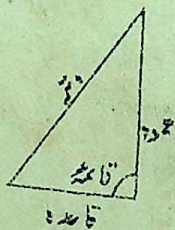
مشق ۲ - اپنے کاغذ پر کوئی دس ضلعے کی شکل بناؤ - اور پھر اس کی نقل اُتار دو +

چودھواں باب

مختلف بناوٹیں

مثلث قائم الزاویہ (RIGHT-ANGLED TRIANGLE)

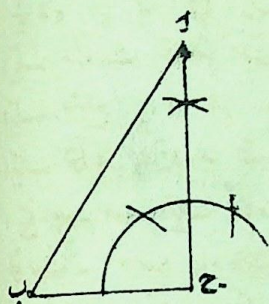
۹۵ تم جانتے ہو - کہ جس مثلث کا ایک زاویہ قائمہ ہو - اُسے مثلث قائم الزاویہ کہتے ہیں +

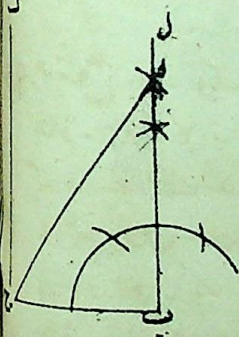
قائمہ کے مقابل کے ضلعے کو وتر بولتے ہیں +

زاویہ قائمہ کے گرد جو دو ضلعے ہوتے ہیں - اُن میں سے کسی ایک کو قاعدہ مان سکتے ہیں - اس صورت میں دوسرے ضلع کو عمود کہتے ہیں +

وتر
عمود
قائمہ
قاعدہ

۹۳ مثلث قائم الزاویہ کا قاعدہ اور عمود دیا ہوا ہے۔ مثلث بناؤ۔

دو خط ب ج اور ج ا دئے ہوئے قاعدہ اور عمود کے برابر علی القوائم کھینچو۔ ا ب کو ملاؤ۔ ا ب ج مثلث مطلوب ہے۔

---

۹۴ مثلث قائم الزاویہ کا وتر ک اور زاویہ قائمہ کے گرد کا ایک ضلع ب ج دیا ہوا ہے۔ مثلث بناؤ۔

ب سے ب ج پر عمود ب ل کھینچو۔ اور ج مرکز سے ک کی دوری پر ایک قوس کھینچو۔ جو ب ل کو ا پر قطع کرے۔ ا ج کو ملاؤ۔ ا ب ج مثلث مطلوب ہے۔

سوالات نمبر 33

1 ایک مثلث میں زاویہ قائمہ کے گرد کے ضلع $2\frac{1}{4}$، $2\frac{3}{4}$ انچ ہیں۔ مثلث بناؤ+

2 ایک مثلث قائم الزاویہ کا وتر 6 سم ہے۔اور ایک ضلع $3\frac{1}{2}$ سم ہے۔ مثلث بناؤ+

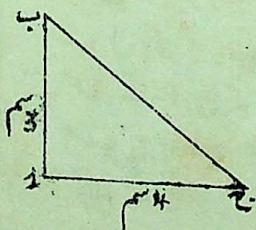
3 ایک قائم الزاویہ تکون بناؤ۔جس کا وتر 3.9 انچ ہو۔اور ایک حادہ زاویہ 60° کا ہو+

نوٹ۔ دوسرا حادہ زاویہ 30° کا ہے+

4 ایک قائم الزاویہ تکون کا عمود 6 سم ہے۔اور اس کے مقابل کا حادہ زاویہ 15° کا ہے ۔ تکون بناؤ+

مسئلہ فیثاغورس (THEOREM OE PYTHAGORAS)

مسئلہ 20

95 مشق ۱۔ ایک مثلث قائم الزاویہ اب ج بناؤ۔جس کا زاویہ ا قائمہ ہو۔ اور قائمے کے گرد کے ضلعے 3 سم اور 4 سم ہوں۔ان ضلعوں پر اور وتر پر مربعے بناؤ۔ وتر کا طول ناپو۔ اور معلوم کرو۔کہ آیا وتر پر کا مربع زاویہ قائمہ

...کے گرد کے ضلعوں پر کے مربعوں کے مجموعہ کے برابر ہے یا نہیں ؟

عمل اس طرح لکھو :-

ا ب پر کے مربّع کا رقبہ = 3^2 = 9 مربّع سم

ا ج پر کے مربّع کا رقبہ = 4^2 = 16 مربّع سم

ا ب اور ا ج پر کے مربّعوں کا مجموعہ = 25 مربّع سم

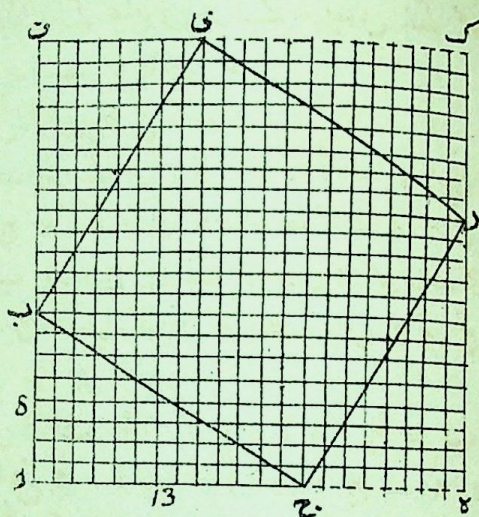
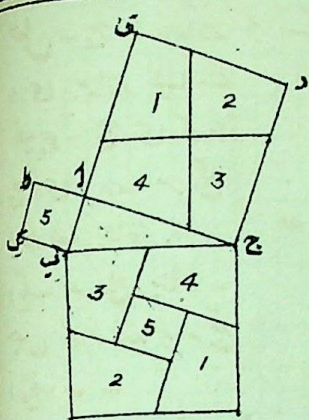
ب ج کو ماپا - تو 5 سم نکلا - اس کا مربّع 25 مربّع سم ہوا +

پس ثابت ہوا - کہ ا ب² + ا ج² = ب ج² +

مشق 2 - ا ب = 1" اور ا ج = 4" - 2 - بنا کر مشق 1 کو دہراؤ +

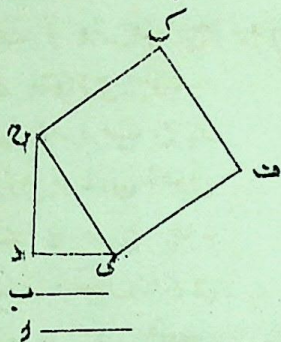
مشق 3 - مربّعی کاغذ پر ایک مثلث قائم الزاویہ ا ب ج بنا ہوا ہے - جس کے قائمے کے گرد کے ضلعے 8 اور 13 ہیں - ا ب اور ا ج پر کے مربّعوں کے رقبوں کو جمع کر کے دیکھو - کہ مجموعہ ب ج پر کے مربّع کے برابر ہے یا نہیں ؟

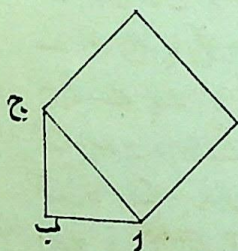
نوٹ - ب د مربّع کا رقبہ دریافت کرنے کے لئے مربع ا ک میں سے چاروں گوشوں پر کے قائم الزاویہ مثلثوں کو گھٹاؤ +

مشق 4 - 8 اور 13 کی بجائے اور اعداد لے کر مربّعی کاغذ پر مثلث قائم الزاویہ بناؤ - اور مشق 3 کو دہراؤ +

مندرجۂ بالا مشقوں سے صاف نتیجہ نکلتا ہے - کہ
مثلث قائم الزاویہ کے وتر پر کا مربع
اس کے دونو ضلعوں پر کے مربعوں کے
مجموعے کے برابر ہوتا ہے +
اس مسئلہ کو مسئلہ فیثاغورس بولتے ہیں +
یہی مسئلہ ذیل کے دلچسپ طریق سے بھی ثابت
ہوسکتا ہے :-
موٹے کاغذ پر ایک مثلث قائم الزاویہ ا ب ج
کھینچو - اور اس کے دونو ضلعوں اور وتر پر مربعے
بناؤ - پہلے بڑے ضلع ا ج پر کے مربع کا مرکز
معلوم کرو - (مرکز وہ نقطہ ہے - جہاں مربع کے
دونو وتر ملتے ہیں -) پھر مرکز میں سے دو خط

کھینچو۔ جن میں سے ایک تو وتر ب ج کے متوازی ہو۔ اور دوسرا ب ج پر عمود ہو۔ ان خطوں سے یہ مربع چار برابر حصوں 1، 2، 3، 4 میں تقسیم ہو جائیگا + وتر پر کے مربع کے ضلعوں کے نقاط وسط میں سے ا ب اور ا ج کے متوازی خطوط کھینچو۔ جیسے کہ شکل میں دکھائے گئے ہیں۔ ان خطوں سے مربع پانچ حصوں میں تقسیم ہو جائیگا۔ جن میں سے چار حصے تو مربع ا ج د ی کے حصوں کے برابر ہونگے۔ اور پانچواں حصہ مربع ا ب ک ط کے برابر ہوگا۔ طلبا کو چاہیئے کہ مربع ا ج د ی کے ٹکڑوں کو اور مربع ا ب ک ط کو کاٹ لیں۔ اور ان کے وتر کے مربع پر رکھ کر اپنا اطمینان کر لیں +

سوالات نمبر 33 (1)

1 ایک مربع بناؤ۔ جو رقبے میں دو خطوط ا الف ب پر کے مربعوں کے مجموعے کے برابر ہو +

حل - ج د برابر ا کے کھینچو - اور ج د پر عمود
د ی برابر ب کے
کھینچو - ج ی کو ملاؤ
ج ی پر مربّع
مطلوب بناؤ ۔

2 ایک مربّع بناؤ -
جس کا رقبہ 5 مربّع
انچ ہو +
چونکہ $5 = 2^2 + 1^2$ اس لئے ا ″2 اور ب
″1 لو +

3 ایک مربّع بناؤ - جس کا رقبہ 13 مربّع انچ ہو +
نوٹ - $13 = 3^2 + 2^2$ +

4 ایک مربّع بناؤ - جو خط
اب پر کے مربّعے سے
دو چند ہو +
اب پر ب ج عمود
برابر اب کے کھینچو -
اج پر کا مربّع مربّع مطلوب ہوگا +

5 ایک مُربّع بناؤ - جو رقبے میں ″1 ، ″2 اور ″3
لمبے خطوں پر بنے ہوئے مربّعوں کے مجموعے
کے برابر ہو +
نوٹ - اب ″1 لو - اس پر عمود ب ج
″2 لمبا کھینچو - اج کو ملاؤ - اج پر عمود

ا د ۳ لمبا
کھینچو - د ج
کو ملاؤ - د ج
پر کا مربع
مربع مطلوب
ہے +

6 ایک مربع بناؤ - جو رقبے میں دو خطوط ا اور ب پر کے مربعوں کے فرق کے برابر ہو +
ج د خط ا کے برابر
لو - اور د ف خط ج د
پر عمود کھینچو - ج مرکز
سے ب کے برابر نصف
قطر کا دائرہ کھینچو - جو
د ف کو ی پر قطع
کرے + د ی پر
مربع مطلوب بناؤ +

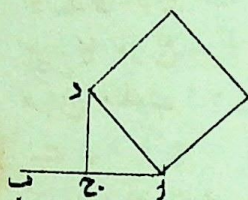
7 ایک مربع بناؤ - جس کا رقبہ 7 مربع انچ ہو +
نوٹ $7 = 16 - 9$ +

8 ایک مربع بناؤ - جس کا رقبہ 11 مربع انچ ہو +
نوٹ $11 = 6^2 - 5^2$

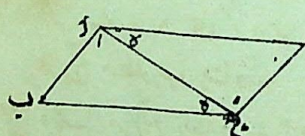
9 دو مربعے بناؤ - جن کے رقبے 17 مربع انچ اور 11 مربع انچ ہوں - اور بناوٹ سے اس مربع کا ضلع معلوم کرو - جس کا رقبہ ان مربعوں کے

رقبوں کے فرق کے برابر ہو +

۱۰ ایک مربّع بناؤ۔ جو خط ا ب پر کے مربّعے سے نصف ہو +

ا ب کی ج پر تنصیف کرو۔ ج د خط ا ب پر عمود برابر ا ج کے کھینچو +

ا د پر کا مربّع مربّع مطلوب ہوگا۔ ثبوت آسان ہے ٭

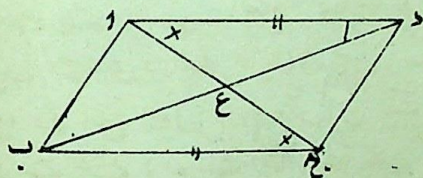
متوازی الاضلاع کا بنانا

۹۶ سٹ سکوئر سے کوئی متوازی الاضلاع ا ب ج د کھینچو۔ اور اُسے وتر ا ج کے بل تراش لو۔ پھر مثلّث ا ج د کو مثلّث ا ج ب پر منطبق کرو۔ دیکھو دونو مثلّث ہر لحاظ سے برابر ہیں۔ یعنی ا د = ب ج ، ا ب = ج د ، اور $\hat{ب}$ = $\hat{د}$ اور چونکہ نشان شدہ زاوئے بھی باہم برابر ہیں۔ اس لئے $\hat{ا}$ = $\hat{ج}$ +

مختلف متوازی الاضلاعوں کے ساتھ مندرجہ بالا عمل کرنے سے ظاہر ہے۔ کہ

متوازی الاضلاع کے مقابل کے ضلعے اور
زاوئے باہم برابر ہوتے ہیں۔ اور وتر
اس کی تنصیف کرتا ہے

مندرجۂ بالا نتیجہ کو باہم ثابت بھی کر سکتے ہیں
دیکھو مثلث ا د ج اور ا ب ج میں

چونکہ { د ا ج = ا ج ب [متبادلہ زاوئے]
د ج ا = ج ا ب [متبادلہ زاوئے]
ا ج = ا ج }

اس لئے دونو مثلث ہر لحاظ سے برابر ہیں
اب ہم ثابت کرینگے۔ کہ متوازی الاضلاع کے
وتر ایک دوسرے کی تنصیف کرتے ہیں

مثلث ع ا د ، ع ب ج میں

∵ { ع د ا = ع ب ج [متبادلہ زاوئے]
ع ا د = ع ج ب [متبادلہ زاوئے]
ا د = ب ج }

اس لئے دونو مثلث ہر لحاظ سے برابر ہیں
پس ع د = ع ب ، اور ع ا = ع ج +

سوالات

1 ایک متوازی الاضلاع بناؤ۔ جس کے متصلہ ضلعے $1\frac{1}{2}$″ اور $2\frac{1}{2}$″ ہوں۔ اور ایک وتر 3″ ہو ؞

2 ایک متوازی الاضلاع کے وتر 3″ اور 4″ ہیں۔ اور ان کا درمیانی زاویہ ۶۰° کا ہے متوازی الاضلاع بناؤ ؞

لوٹ۔ دو خط 3″ اور 4″ لمبے ایک دوسرے کی تنصیف کرتے ہوئے اس طرح کھینچو۔ کہ ان کا درمیانی زاویہ 60° کا ہو۔ پھر ان کے گوشوں کو ملا دو ؞

3 ایک متوازی الاضلاع بناؤ۔ جس کے وتر 6″ اور 7″ ہوں۔ اور ایک ضلع 5″ ہو ؞

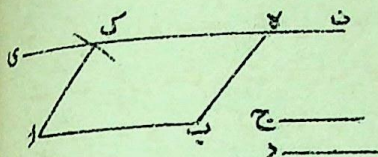
4 ایک متوازی الاضلاع بناؤ۔ جس کے متصلہ ضلعے دو دو انچ ہوں۔ اور وتر اُن کے ساتھ تیس تیس درجے کے زاوئے بنائے ؞

لوٹ۔ متصلہ ضلعوں کا درمیانی زاویہ (18°-30°-30°) یعنی 120 ہوگا ؞

---

97 دئے ہوئے قاعدہ اب پر ایک ایسی متوازی الاضلاع بناؤ۔ جس کا ارتفاع ج اور ایک ضلع د ہو۔ ضلع د ارتفاع ج سے چھوٹا نہیں ہے ؞

ی ف خط ا ب کا متوازی دئے ہوئے فاصلے ج پر کھینچو - وغیرہ

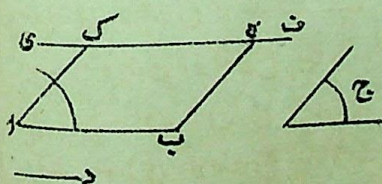
۹۷) +

ا مرکز سے نصف قطر د کی ایک قوس لگاؤ۔ جو ی ف کو ک پر کاٹے۔ ا ک کو ملاؤ +

ک ہ خط ا ب کے برابر قطع کرو - ب ہ کو ملاؤ +

ا ب ہ ک متوازی الاضلاع مطلوب ہے +

نوٹ - اگر ارتفاع ج ضلع د کے برابر ہو۔ تو متوازی الاضلاع مستطیل ہوگی +

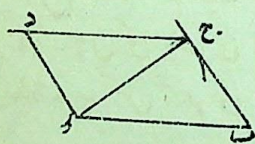
مشق - ۱۰ سم لمبے خط پر ایک متوازی الاضلاع بناؤ۔ جس کی بلندی اور ضلع ہر ایک ۵ سم ہو۔ بناؤ۔ یہ کس قسم کی متوازی الاضلاع بنیگی؟

۹۸ دئے ہوئے قاعدہ ا ب پر ایک ایسی متوازی الاضلاع بناؤ۔ کہ جس کا ایک زاویہ ج کے برابر ہو اور جس کی بلندی د ہو +

ی ف خط ا ب کا متوازی دئے

ہوئے فاصلۂ د پر کھینچو۔ ا پر ب اک برابر
جؔ کے بناؤ۔ اور فرض کرو۔ کہ اک خط ی ف
سے ک پر ملتا ہے۔ ک ہ برابر ا ب کے
قطع کرو۔ ہ ب کو ملاؤ ٭
ا ب ہ ک متوازی الاضلاع مطلوب ہے ٭

سوالات

1 ″4.2 لمبے قاعدے پر ایک ایسی متوازی الاضلاع بناؤ۔ کہ جس کی بلندی ″2 ہو۔ اور ایک زاویہ °45 کا ہو ٭

2 ایک دئے ہوئے قاعدہ ا ب پر ایک ایسی متوازی الاضلاع بناؤ۔ کہ جس کی بلندی ″1 اور ایک وتر ″1.7 ہو ٭

نوٹ۔ ا ب کے متوازی خط د ج ″1 کے فاصلے پر کھینچو۔ ا مرکز سے ″1.7 نصف قطر کی قوس لگاؤ جو د ج کو ج پر کاٹے۔ ج ب کو ملاؤ۔ ا د متوازی ب ج کا کھینچو۔ جو د ج کو د پر کاٹے۔ ا ب ج د متوازی الاضلاع مطلوب ہے ٭

3 ایک متوازی الاضلاع بناؤ۔ جس کے ضلعے ″3 اور ″4 ہیں۔ اور جس کی بلندی ″2 ہے ٭

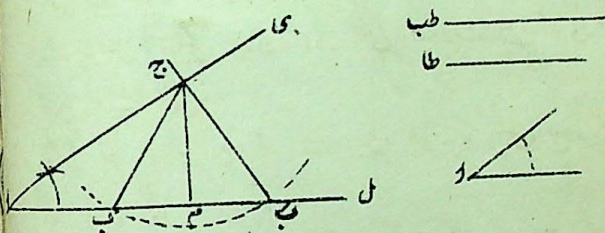
4 ایک متوازی الاضلاع بناؤ۔ جس کے وتر ″5.2 اور

3.5" ہوں۔ اور بلندی 1.6" ہو +

مثلث کا بنانا

۹۹ ایک مثلث بناؤ جس کے دو ضلعے اور اُن میں سے ایک ضلع کے مقابل کا زاویہ معلوم ہے

فرض کرو۔ کہ طا اور طب دیے ہوئے ضلعے ہیں۔ اور طا کے مقابل کا زاویہ ا دیا ہوا ہے +

ی
ج
طب
طا
ا
ل
ب
م
بَ

ا کے برابر ل ا ی بناؤ +

ا ج کو طب کے برابر قطع کرو +

ج مرکز سے طا نصف قطر کا دائرہ کھینچو۔ جو ا ل کو ب اور بَ پر قطع کرے +

ج ب اور ج بَ کو ملاؤ۔ دیکھو دو مثلث ج ا ب اور ج ا بَ دی ہوئی شرطوں کو پورا کرتے ہیں۔ پس دونوں مثلث مطلوبہ مثلث ہو سکتے ہیں +

نوٹ - نقطہ ج سے ال پر عمود ج م کھینچو - جو
ال سے م پر ملے - اب دیکھو - جو دائرہ طا نصف
قطر کا ہم نے کھینچا ہے - وہ خط ال کو دو نقاط
ب اور بَ پر قطع کرتا ہے - یہ صرف اسی صورت
میں ممکن ہے - جب کہ ضلع طا عمود ج م سے بڑا
ہو - اگر طا عمود ج م کے برابر ہو - تو دائرہ ال
کو مس کریگا - (یعنی دونوں نقطے ب اور بَ ایک نقطہ
بن جائینگے) اور اس صورت میں صرف ایک مثلث
ا ج ب قائم الزاویہ بنے گا ÷

اگر طا عمود ج م سے چھوٹا ہو - تو دائرہ خط ال
سے بالکل نہیں ملیگا - اور اس صورت میں کوئی مثلث
نہیں بنے گا ÷

اگر طا عمود ج م سے بڑا ہو - تو تین صورتیں
پیدا ہونگی ÷

(۱) جب طا ضلع طب سے چھوٹا ہو - اس صورت
میں نقاط تقاطع ب اور بَ ا کی دائیں طرف
ہونگے - اور اس لئے دو مثلث پیدا ہونگے.
جیسا کہ شکل سے ظاہر ہے ÷

(2) جب طا ضلع طب کے برابر ہو - اس صورت
میں صرف ایک مثلث بنے گا - کیونکہ نقطہ ب
نقطہ ا پر منطبق ہو جائیگا ÷

(3) جب طا ضلع طب سے بڑا ہو - اس صورت
میں دائرہ کا ایک نقطہ تقاطع بَ نقطہ ا کی

دائیں طرف ہوگا۔ اور دوسرا نقطہ بائیں طرف ۔ دائیں طرف والے نقطہ کی وجہ سے ایک مثلث پیدا ہوگا۔ جو دی ہوئی شرائط کو پورا کریگا۔ بائیں طرف کے نقطے سے جو مثلث پیدا ہوگا۔ وہ شرائط کو پورا نہیں کریگا ۔

مندرجہ بالا صورتوں میں ہم نے زاویہ ا کو حادہ فرض کیا ہے ۔

طالب علم کو مختلف صورتوں میں مختلف شکلیں کھینچ کر اپنا اطمینان کر لینا چاہئے ۔

مشق ۔ مندرجہ ذیل اجزا معلوم ہیں۔ مثلث ا ب ج بناؤ :-

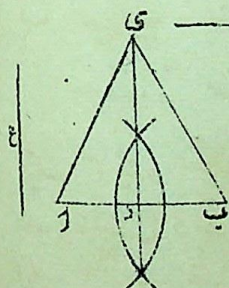
(۱) طب $= 4''$ ، طا $= 3''$ ، $\hat{ا} = 30°$ ۔

(۲) طب $= 4''$ ، طا $= 2''$ ، $\hat{ا} = 30°$ ۔

(3) ج ا $= 8$ سم، ج ب $= 6.2$ سم، $\hat{ا} = 60°$ ۔

(4) ج ا $= 3.6''$ ، ج ب $= 3''$ ، $\hat{ا} = 45°$ ۔

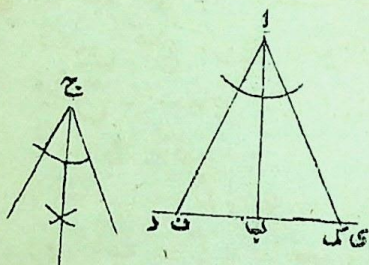
(5) ج ا $= 3.8''$ ، ج ب $= 4''$ ، $\hat{ا} = 40°$ ۔

---

۱۰۰ ایک مثلث متساوی الساقین بناؤ۔ جس کا قاعدہ ا ب اور ارتفاع ع معلوم ہے ۔

ا ب کی قائمے زاویوں پر تنصیف کرنے والا

خط د ی کھینچو - د ی برابر ع کے قطع کرو
ی ا اور ی ب کو ملاؤ - ا ب ی مثلث مطلوب
ہے +

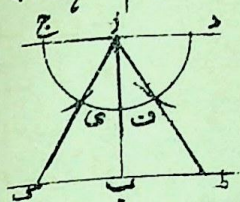
---

۱۵۱ ایک مثلث متساوی الساقین بناؤ جس
کا ارتفاع ا ب اور زاویہ راس ج
معلوم ہے +

ج کی تنصیف
کرو - ا پر
زاوئے ب ا ف
اور ب ا ک
نصف ج کے
برابر بناؤ - ب
میں سے خط د ی کھینچو - جو ا ب پر عمود
ہو - اور جو ا ف سے ف پر اور ا ک سے
ک پر ملے - ف ک ا مثلث مطلوب ہے +

سوالات

۱ ایک آئیسو سیلس تکون بناؤ جس کا قاعدہ ″3.5
اور ارتفاع ″2.5 ہو +
۲ ایک مثلث متساوی الساقین بناؤ جس کا ارتفاع
″3 ہو - اور زاویہ راس °36 کا ہو +

---

102 ایک مثلّث متساوی الاضلاع بناؤ - جس کا ارتفاع ا ب معلوم ہے

ا اور ب میں سے خط ج د اور ک ط کھینچو - جو ا ب پر عمود ہوں - ا کو مرکز مان کر ایک نصف دائرہ ج ی ف د بناؤ - ج مرکز سے ج ا نصف قطر کی قوس لگاؤ - جو نصف دائرہ کو ی پر قطع کرے - اور د مرکز سے د ا نصف قطر کی قوس لگاؤ - جو نصف دائرہ کو ف پر قطع کرے ا ی اور ا ف کو بڑھاؤ - جو ب میں سے گزرنے والے خط ک ط سے ک اور ط پر ملیں - ک ط ا مثلّث مطلوب ہے

لوٹ - ک̂ = ج ا̂ ی = 60°

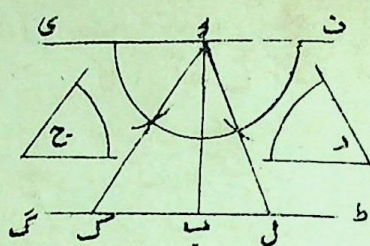
ط̂ = د ا̂ ف = 60°

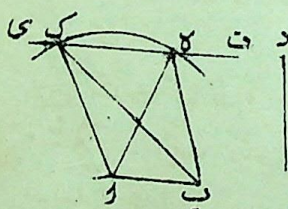
ک ا̂ ط = 60°

پس مثلّث ک ط ا متساوی الاضلاع ہے

مشق - ایک ایکوئی لیٹرل تکون بناؤ - جس کا ارتفاع 3 انچ ہو

---

103 ایک مثلّث کا ارتفاع ا ب ہے - اور قاعدے پر کے زاویے ج اور د ہیں - مثلّث بناؤ

ا میں سے
ی ت اور
ب میں سے
گ ط خط
اب پر
عمود دار کھینچو +
ی اک برابر ج کے بناؤ۔ فرض کرو۔ کہ اک
خط گ ط سے ک پر ملتا ہے +
ت ال برابر د کے بناؤ۔ فرض کرو۔ کہ ال
خط گ ط سے ل پر ملتا ہے +
ک ل ا مثلث مطلوب ہے۔ ثبوت آسان ہے +
مشق۔ ایک تکون بناؤ۔ جس کا ارتفاع ۲″ ہو اور
قاعدے پر کے زاویے 30° اور 60° کے ہوں +

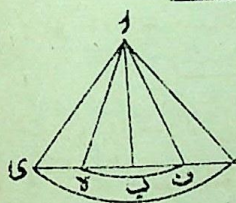
---

۱۵۴ کسی مثلث کا
قاعدہ۔ ارتفاع اور
ایک ضلع دیا ہوا
ہے۔ مثلث
بناؤ +
فرض کرو۔ کہ اب
قاعدہ ہے۔ اور ارتفاع د اور ضلع ج ہے +
خط ی ت. قاعدہ اب کے متوازی دئے ہوئے
ارتفاع د کے فاصلے پر کھینچو +

ا کو مرکز اور دیے ہوئے ضلع ج کو نصف قطر مان کر ایک قوس کھینچو - جو ی ت کو نقاط ک اور ہ پر کاٹے - ک ا اور ک ب کو ملاؤ - ک ا ب مثلث مطلوب ہے +

نوٹ ۱ - اگر ا ہ اور ب ہ کو ملائیں - تو مثلث ہ ا ب بھی دی ہوئی شرائط کو پوری کریگا +

نوٹ ۲ - اگر مثلث کا ضلع ج ارتفاع د کے برابر ہو - تو صرف ایک مثلث بنے گا - اور وہ قائم الزاویہ ہوگا - اور اگر مثلث کا ضلع ج ارتفاع د سے چھوٹا ہو - تو عمل ناممکن ہوگا +

مشق - "3.8 لمبے قاعدے پر ایک مثلث بناؤ - جس کا ارتفاع "2 ہو - اور ایک ضلع "2.8 ہو +

---

105 ایک مثلث کی بلندی اور دو ضلعے دئے ہوئے ہیں - مثلث بناؤ +

فرض کرو - کہ بلندی ا ب اور دو ضلعے ج اور د دئے ہوئے ہیں - ب میں سے ایک خط ی ک کھینچو - جو ا ب پر عمود ہو +

ا کو مرکز اور ج کو نصف قطر مان کر ایک

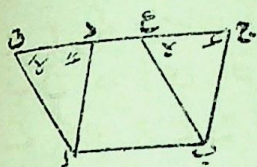
قوس لگاؤ۔ جو خط ی ک کو ی اور ک پر قطع کرے +
ا کو مرکز اور د کو نصف قطر مان کر ایک قوس لگاؤ۔ جو اسی خط ی ک کو ہ اور ف پر قطع کرے
ی اور ا ف کو ملاؤ۔ ی ف ا مثلث مطلوب ہے +
نیز مثلث ا ہ ک، ا ہ ی، ا ف ک بھی شرائط کو پورا کرسکتے ہیں +

سوالات

1 ایک مثلث بناؤ۔ جس کا ارتفاع "2.0 اور ضلع "3.4 اور "4 ہوں +

2 ایک مثلث متساوی الساقین بناؤ۔ جس کی بلندی "3.2 اور ہر مساوی ضلع "4.5 ہو +

متوازی الاضلاعوں اور مثلثوں کے متعلق کئی بناوٹوں کو سمجھنے کے لیئے طالب علم کو دفعہ 106 اور 107 کے اصولوں کو بخوبی ذہن نشین کر لینا چاہیئے +

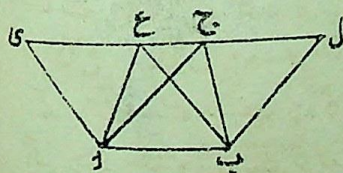
106 جو متوازی الاضلاعیں ایک ہی قاعدے پر اور ایک ہی متوازی خطوں کے درمیان واقع ہوں۔ وہ رقبے میں باہم برابر ہوتی ہیں +
فرض کرو۔ کہ ا ب ج د، ا ب ع ق دو متوازی

متوازی الاضلاع ہیں ایک ہی قاعدہ ا ب پر اور ایک ہی متوازی خطوں کے درمیان واقع ہیں ۔

چونکہ ب ج متوازی ا د کا ہے ∴ ع = ع
اور چونکہ ب ع متوازی ا ق کا ہے ∴ ۵ = ۵
نیز متوازی الاضلاع ا ب ج د میں ب ج = ا د
پس مثلث ب ج ع اور ا د ق ہر لحاظ سے برابر ہیں ۔
اب اگر کل شکل ا ب ج ق میں سے مثلث ب ج ع کو نکال دیں ۔ تو متوازی الاضلاع ا ب ع ق رہ جاتی ہے ۔ اور اگر مثلث ا د ق نکال دیں ۔ تو متوازی الاضلاع ا ب ج د رہ جاتی ہے ۔
پس متوازی الاضلاع ا ب ع ق اور ا ب ج د باہم برابر ہیں ۔

---

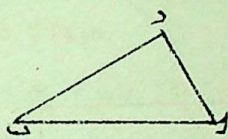
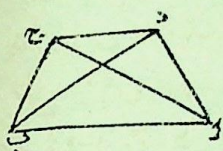
107 جو مثلث ایک ہی قاعدے پر اور ایک ہی متوازی خطوں کے درمیان واقع ہوتے ہیں وہ رقبے میں باہم برابر ہوتے ہیں ۔

فرض کرو ۔ کہ دو

ی ع ج ل

مثلث ا ب ج اور ا ب خ ایک ہی قاعدہ

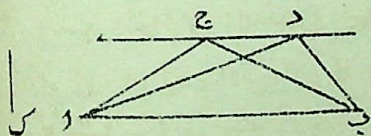
ا ب

اب پر اور ایک ہی متوازی خطوط ا ب اور
ج ع کے درمیان واقع ہیں +
ب ل اور ا ی بالترتیب متوازی ا ج اور ب ع
کے کھینچو۔ جو ع ج خارج شدہ سے ل اور ی
پر ملیں +
اب چونکہ متوازی الاضلاع ا ب ل ج اور ا
ب ع ی ایک ہی قاعدہ ا ب پر اور ایک
ہی متوازی خطوں کے درمیان واقع ہیں۔ اس
لئے باہم برابر ہیں +
لیکن متوازی الاضلاع ا ب ل ج = دوچند مثلث ا ب ج
اور متوازی الاضلاع ا ب ع ی = دوچند △ ا ب ع
∴ △ ا ب ج = △ ا ب ع
چونکہ متوازی خطوں کا درمیانی فاصلہ ہمیشہ یکساں
رہتا ہے۔ اس لئے ہم مندرجۂ بالا مسئلہ کو یوں
بھی بیان کر سکتے ہیں +
جو مثلث ایک ہی قاعدہ پر واقع ہوں۔ اور
اُن کی بلندی ایک ہی ہو۔ وہ رقبے میں
باہم برابر ہوتے ہیں +
نتیجۂ صریح۔ اگر ایک متوازی الاضلاع اور ایک
مثلث ایک ہی قاعدہ پر واقع ہوں۔ اور اُن کا
ارتفاع ایک ہی ہو۔ تو مثلث کا رقبہ متوازی الاضلاع
کے رقبے سے نصف ہوگا +
اگر چند مثلثوں کے قاعدے اور ارتفاع باہم برابر

ہوں۔ تو ہم ان کو اس طرح رکھ سکتے ہیں۔ کہ
ان سب کا قاعدہ مشترک ہو۔ اس سے ظاہر
ہے۔ کہ

جن مثلثوں کے قاعدے اور ارتفاع باہم
برابر ہوتے ہیں۔ وہ رقبے میں برابر
ہوتے ہیں ✣

---

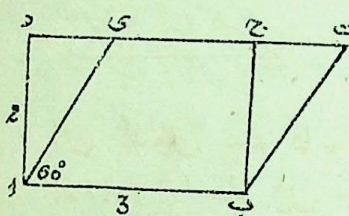
108 ایک ایسا مثلث بناؤ۔ جس کا قاعدہ اب
اور ارتفاع ک دیا ہوا ہے ✣

قاعدہ اب کا متوازی ک فاصلے پر ایک خط ج د
کھینچو ✣

ج د میں کوئی
نقطہ ج لو۔ اج
اور ب ج کو ملاؤ

اب ج مثلث مطلوب ہے ✣

نوٹ۔ چونکہ نقطہ ج خط ج د پر کہیں واقع
ہو سکتا ہے۔ اس لیے کئی ایسے مثلث بن سکتے
ہیں۔ جو دی ہوئی شرائط کو پورا کرینگے ✣

سوالات

۱ ایک قائم الزوایا (یعنی مستطیل) کے ضلعے 3 سم اور 2 سم ہیں۔ اس کے برابر ایک متوازی الاضلاع بناؤ۔ جس کا ایک زاویہ 60° کا ہو۔

حل۔ فرض کرو۔ کہ ا ب ج د دی ہوئی مستطیل ہے۔ ا ی ضلع ب ا کے ساتھ 60° کا زاویہ بناتا ہوا کھینچو۔ فرض کرو۔ کہ ا ی د ج سے ی پر ملتا ہے۔ ب ف متوازی ا ی کا کھینچو۔ فرض کرو۔ کہ ب ف خط د ج سے ف پر ملتا ہے۔ ا ب ف ی متوازی الاضلاع مطلوب ہے۔

2 ایک متوازی الاضلاع بناؤ۔ جس کا رقبہ 15 مربع سم ہو۔ اور اس کا ایک زاویہ 50° کا ہو۔

نوٹ۔ کوئی سے دو عدد لو۔ جن کا حاصل ضرب 15 ہو۔ مثلاً 3 اور 5۔ پس ایک مستطیل بناؤ۔ جس کے ضلعے 3 سم اور 5 سم ہوں۔ پھر متوازی الاضلاع بناؤ۔

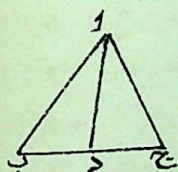
3 ایک متوازی الاضلاع بناؤ۔ جو رقبے میں 3 ضلع والے مربع کے برابر ہو۔ اور جس کا

ایک زاویہ $60°$ کا ہو ٭

4- ایک متوازی الاضلاع بناؤ- جس کا رقبہ 24 مربع سم ہو- قاعدہ 6 سم ہو- اور پیریمیٹر 22 سم ہو ٭

نوٹ- چونکہ دو ضلعوں کا مجموعہ $\frac{22}{2}$ یعنی ۱۱ سم ہے- اور قاعدہ 6 سم ہے- اس لئے قاعدہ کے متصل کا ضلع 5 سم ہوا- نیز ارتفاع $\frac{24}{6}$ یعنی 4 سم ہے- پس دفعہ ۹۶ کے مطابق متوازی الاضلاع بن سکتی ہے ٭

---

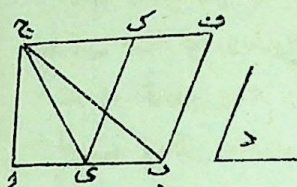
109 مثلّث ا ب ج کی ایک ایسے خط مستقیم سے تنصیف کرو- جو اس کے گوشے ا میں سے گزرے ٭

قاعدہٗ ب ج کے نقطۂ تنصیف د کو ا سے ملاؤ- خط ا د مثلث کو دو برابر حصّوں میں تقسیم کریگا ٭

ا

ب د ج

نوٹ- اگر قاعدہ ب ج کو کئی مساوی حصّوں میں تقسیم کریں- اور نقاط تقسیم کو ا سے ملائیں- تو مثلّث کئی برابر حصّوں میں تقسیم ہو جائیگا ٭

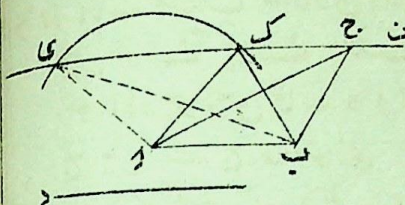
---

110 ایک متوازی الاضلاع بناؤ- جو رقبے میں مثلث ا ب ج کے برابر ہو- اور جس کا ایک زاویہ زاویۂ د کے برابر ہو ٭

اب کی نقطۂ ی پر تنصیف کرو۔ ی پر ب ی ک زاویۂ د کے برابر بناؤ۔ ج ت متوازی اب کا اور ب ت متوازی ی ک کا کھینچو۔ فرض کرو۔ کہ یہ خطوط ت پر ملتے ہیں۔ ی ب ت ک متوازی الاضلاع مطلوب ہے۔

سوالات

۱ ایک مثلث بناؤ۔ جس کے ضلع $2\frac{1}{2}$، $3\frac{1}{2}$، ۴ انچ ہوں۔ اور پھر اس کے برابر ایک متوازی الاضلاع بناؤ۔ جس کا ایک زاویہ 60° کا ہو۔ (پروٹریکٹر کی ممانعت ہے)۔

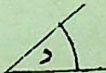
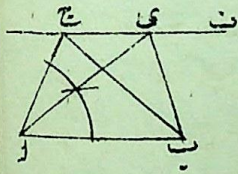
ایک مثلث متساوی الاضلاع بناؤ۔ جس کا قاعدہ 3″ ہو۔ پھر اس کے برابر ایک متوازی الاضلاع بناؤ۔ جس کا ایک زاویہ 70° کا ہو (زاویہ پروٹریکٹر سے بناؤ)۔

III ایک مثلث بناؤ۔ جو رقبے میں دئے ہوئے مثلث اب ج کے برابر ہو۔ اور جس کا ایک ضلع دئے ہوئے خط د کے برابر ہو۔

ج میں سے ایک
خط ی ف
ا ب کا متوازی
کھینچو۔ ا کو مرکز
اور د کو نصف
قطر مان کر ایک قوس لگاؤ۔ جو ی ف کو ی
اور ک پر قطع کرے۔ ا ک اور ب ک کو ملاؤ
ا ب ک مثلث مطلوب ہے +

نوٹ۔ دیکھو مثلث ا ب ی بھی شرائط سوال کو
پورا کرتا ہے +

---

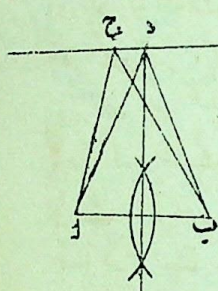
۱۱۲ ایک مثلث بناؤ۔ جو رقبے میں دئے ہوئے
مثلث ا ب ج کے برابر ہو۔ اور جس کا ایک
زاویہ دئے ہوئے زاویہ د کے برابر ہو +

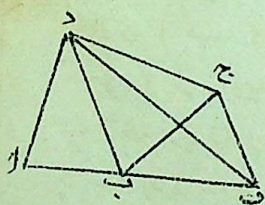
ج میں سے ج ف
متوازی ا ب کا
کھینچو۔ ا پر زاویہ
ب ا ی برابر زاویہ
د کے بناؤ۔ اور
فرض کرو۔ کہ ا ی خط ج ف سے ی پر ملتا
ہے +
ب ی کو ملاؤ۔ ا ب ی مثلث مطلوب ہے +

113 ایک مثلث متساوی الساقین بناؤ۔ جو رقبے میں دئے ہوئے مثلث ا ب ج کے برابر ہو۔ اور جو اسی قاعدہ ا ب پر واقع ہو +

ج میں سے ج ی متوازی ا ب کا کھینچو۔ اور فرض کرو۔ کہ ا ب کی قائمے زاویوں پر تنصیف کرنے والا خط ج ی سے د پر ملتا ہے +

د ا اور د ب کو ملاؤ۔

ا ب د مثلث مطلوب ہے +

---

114 ایک مثلث بناؤ۔ جو رقبے میں ایک دی ہوئی چوکور ا ب ج د کے برابر ہو +

ب د کو ملاؤ۔ ج میں سے خط ج ف متوازی ب د کا کھینچو۔ جو ا ب خارج شدہ سے ف پر ملے۔ د ف کو ملاؤ۔ ا ف د مثلث مطلوب ہے +

ثبوت۔ چونکہ مثلث ب ف د اور ب ج د ایک ہی قاعدہ ب د پر اور ایک ہی خطوط متوازی ب د اور ج ف کے درمیان واقع ہیں۔ اس لئے

△ ب ف د = △ ب ج د

∴ △ ب ف د + △ ب ا د = △ ب ج د + △ ب ا د یعنی △ ا ف د = چوکور ا ب ج د ∴

---

115 ایک شکل مستقیمۃ الاضلاع کے برابر ایک مثلث بناؤ ∴

فرض کرو - کہ ایک مثلث بنانا چاہتے ہیں - جو رقبے میں شکل ا ب ج د ی ف کے برابر ہو - ب د کو ملاؤ - اور ج ع متوازی ب د کا کھینچو - جو ا ب خارج شدہ سے ع پر ملے - ع د کو ملاؤ ∴

چونکہ دونو مثلث ب د ع اور ب د ج ایک ہی قاعدہ پر ایک ہی متوازی خطوں کے درمیان واقع ہیں - اس لئے

مثلث ب ع د = مثلث ب د ج

ان برابر مثلثوں میں شکل ا ب د ی ف جمع کرو تو شکل ا ع د ی ف = شکل ا ب ج د ی ف

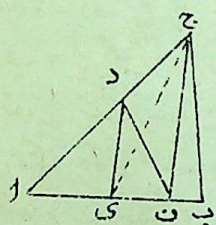
اس طرح ایک ایسی شکل بن گئی - جس کا رقبہ دی ہوئی شکل کے برابر ہے - مگر اضلاع کی تعداد ایک کم ہے ∴

اسی طرح بار بار عمل کرنے سے دی ہوئی

شکل کے برابر مثلّث بن جائیگا +

---

116 مثلّث ا ب ج کے ضلع ا ج میں نقطۂ د دیا ہوُا ہے - اس نقطے سے ایک ایسا خط کھینچو - جو اس مثلّث کی تنصیف کرے +

ا ب کی ی پر تنصیف کرو د ی کو ملاؤ - ج ف متوازی د ی کا کھینچو - جو ا ب سے ف پر ملے +

د ف کو ملاؤ - خط د ف سے مثلّث ا ب ج کی تنصیف ہو جائیگی +

ثبوت - ج ی کو ملاؤ -

چونکہ ج ف اور د ی باہم متوازی ہیں

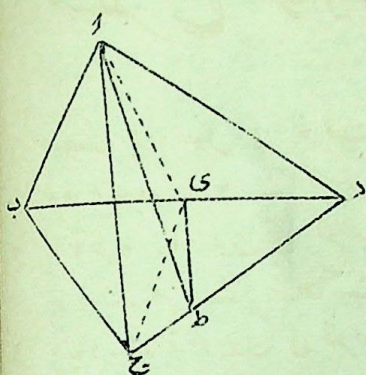
∴ △ د ی ف = △ د ی ج

طرفین میں △ ا ی د جمع کرو - تو

△ ا د ف = △ ا ی ج

لیکن △ ا ی ج کل مثلّث ا ب ج کا نصف ہے - اس لئے ا ف د مثلّث ا ب ج کا نصف ہے +

---

117 چوکور ا ب ج د کی اس کے کسی گوشہ ا سے خط کھینچ کر تنصیف کرو

وتر ا ج اور ب د کھینچو۔ ب د کی ی پر تنصیف کرو ٭

ی ط متوازی ا ج کا کھینچو۔ جو ج د سے ط پر ملے ٭

ا ط کو ملاؤ۔ ا ط چوکور ا ب ج د کی تنصیف کریگا ٭

ثبوت۔ ا ی اور ج ی کو ملاؤ ٭

△ ا ی ب = △ ا ی د

اور △ ی ج ب = △ ج ی د

∴ شکل ا ی ج ب = نصف ا ب ج د

لیکن △ ا ج ط = △ ا ج ی کیونکہ ی ط متوازی ا ج کا ہے ٭

∴ شکل ا ط ج ب = شکل ا ی ج ب

یعنی شکل ا ط ج ب = نصف ا ب ج د

پس ا ط شکل ا ب ج د کی تنصیف کرتا ہے ٭

متفرق سوالات نمبر 34

1 متصلہ زاویوں کی تعریف کرو - °3 اور °13 کے دو متصلہ زاویے کھینچو۔

2 متناظرہ زاویوں کی تعریف کرو - ان کی بابت جو مسئلہ تم نے پڑھا ہے - اُسے بیان کرو۔

3 متبادلے زاویوں کی تعریف کرو - اُن کی بابت جو مسئلہ تم نے پڑھا ہے - اُسے بیان کرو۔

4 متوازی الاضلاع کا ایک زاویہ °30 کا ہے - باقی زاویے معلوم کرو - اور اپنا جواب مدلّل دو۔

5 کوئی تجربہ کر کے سمجھاؤ - کہ مثلث کے تینوں زاویے مل کر دو قائمے ہوتے ہیں۔

6 زاویوں کے لحاظ سے مثلث کی تینوں قسموں کی تعریف کرو۔

7 اضلاع کے لحاظ سے مثلث کی تینوں قسموں کی تعریف کرو۔

8 ایک مثلث کا ایک زاویہ °۱۰۰ کا ہے - بتاؤ - یہ کس قسم کا مثلث ہے؟

9 ایک مثلث کا ایک زاویہ °۹۰ کا ہے - بتاؤ - یہ کس قسم کا مثلث ہے؟

10 ایک مثلّث کے دو زاوئے 50° اور 40° کے ہیں۔ بتاؤ۔ یہ کس قسم کا مثلّث ہے ؟

11 ایک مثلّث کے دو زاوئے 60° اور 70 کے ہیں بتاؤ۔ یہ کس قسم کا مثلّث ہے ؟

12 کیا تم 40°، 50° اور 60° کے زاویوں والا مثلّث بنا سکتے ہو؟ جواب مع دلیل دو +

13 شکل منتظم کی تعریف کرو۔ پانچ ضلعے کی شکل کو کیا کہتے ہیں ؟

14 چھ ضلعے کی شکل کو کیا کہتے ہیں۔ اور آٹھ ضلعے کی شکل کا کیا نام ہے ؟

15 ایک مسدّس منتظم کا ایک ضلع 5″ ہے۔ اس کا احاطہ بتاؤ +

16 کثیرالاضلاع کے خارجہ زاویوں کے متعلّق جو مسئلہ تم نے پڑھا ہے اُسے بیان کرو +

17 پندرہ ضلع کی شکل منتظم کا ایک داخلہ زاویہ کیا ہوگا ؟

18 144 ضلع کی شکل منتظم کا ایک خارجہ زاویہ کیا ہوگا ؟

19 کس شکل منتظم کا ایک خارجہ زاویہ 60° کا ہوتا ہے ؟

20 اگر ایک شکل منتظم کا ایک داخلہ زاویہ خارجہ زاویہ سے دو چند ہو۔ تو بتاؤ۔ وہ کتنے ضلعے کی شکل ہوگی ؟

21 اجزائے مثلّث سے کیا مراد ہے ؟

22 کیا شرط پوری ہونی چاہیئے - کہ تین دئے ہوئے ضلعوں سے مثلّث بن سکے ۔

23 ایک مثلث متساوی الاضلاع بناؤ - جس کا ہر ضلع ۱۰ سم ہو ۔

24 ایک مثلث متساوی الساقین بناؤ - جس کے دو مساوی ضلعے چھ چھ سنٹی میٹر ہوں - اور اُن کا درمیانی زاویہ 44° کا ہو ۔

25 ایک مثلّث قائمۃ الزّاویہ بناؤ جس کا وتر $2.5''$ ہو - اور ایک حادہ زاویہ 30° کا ہو ۔

26 ایک مثلّث ا ب ج بناؤ - جس میں ا ب = $2\frac{1}{2}''$، $\hat{ب} = 50^\circ$ اور $\hat{ج} = 90^\circ$ ۔

27 ایک مثلّث ا ب ج بناؤ - جس کا ضلع ب ج 6 سم ہو - اور اضلاع ا ب اور ب ج کے مقابل کے زاویئے بالترتیب 70° اور 60° کے ہوں ۔

28 ایک چوکور ا ب ج د بناؤ - جس میں ا ب = ا د = $1''$، ب ج = ج د = $2\frac{1}{2}''$ اور ا ج = $3''$

29 ایک شکل کے دوسری پر منطبق ہونے سے کیا مراد ہے ؟

30 ان تینوں حالتوں کو مفصّل بیان کرو - جن میں دو مثلّث ہر لحاظ سے باہم برابر ہوتے ہیں ۔

31 ثابت کرو - کہ مثلّث متساوی الساقین کے

زاویہ راس کی تنصیف کرنے والے خط پر کا ہر نقطہ قاعدہ کے گوشوں سے یکساں فاصلے پر ہوتا ہے ÷

32 اگر کسی چوکور کے وتر ایک دوسرے کی قائمے زاویوں پر تنصیف کریں۔ تو وہ چوکور معیّن ہوگی ÷

33 کسی زاوئے کی تنصیف کرنے والے خط پر کے کسی نقطے سے جو عمود زاوئے کے بازوؤں پر کھینچے جاتے ہیں۔ وہ باہم برابر ہوتے ہیں ÷

34 ثابت کرو کہ جو خط مستقیم ایک مثلّث متساوی الساقین کے راس سے قاعدہ کے نقطۂ وسط کو ملاتا ہے وہ قاعدہ پر عمود ہوتا ہے ÷

35 ثابت کرو۔کہ معیّن کے وتر اس کے زاویوں کی تنصیف کرتے ہیں ÷

36 ثابت کرو۔کہ اگر کسی چوکور کے مقابل کے ضلعے برابر ہوں۔ تو وہ چوکور متوازی الاضلاع ہوگی +

37 ایک مثلّث متساوی الساقین کا زاویۂ راس ۴۰ درجے ہے۔اُس کے قاعدے پر کے زاوئے معلوم کرو +

38 $3\frac{3}{4}''$ لمبا خط کھینچو۔ اور شکل عملی سے اس کی تنصیف کرو +

39 مسطر اور پرکار سے $90°$، $67\frac{1}{2}°$، $112\frac{1}{2}°$، $15°$ کے زاوئے بناؤ +

40 صرف مسطر اور پرکار سے ایک مثلث ا ب ج بناؤ۔ جس کا ضلع ب ج "3 لمبا ہو۔ اور $\hat{ب}$ °45 کا اور $\hat{ج}$ °60 کا ہو۔

41 ایک مثلث ا ب ج بناؤ۔ جس کے دو ضلعے ا ب، ا ج "3 اور "4 لمبے ہوں۔ اور درمیانی زاویہ °120 کا ہو (پروٹریکٹر استعمال مت کرو)۔

42 بغیر پروٹریکٹر کے ایک مثلث ا ب ج بناؤ جس میں ب ج = 6 سم، $\hat{ب}$ = °90 اور $\hat{ج}$ = °60۔

43 بغیر پروٹریکٹر کے ایک مثلث قائم الزاویہ متساوی الساقین بناؤ۔ جس کا وتر "2 ہو۔

(نوٹ۔ پہلے حادے زاویے معلوم کرو۔)

44 ایک معین بناؤ۔ جس کے وتر "3 اور "4 لمبے ہوں (پروٹریکٹر کی ممانعت ہے)۔

45 کاغذ پر ایک زاویہ کھینچو۔ اور پھر مسطر اور پرکار سے اس کے برابر دوسرا زاویہ بناؤ۔ سات ضلع کی شکل کھینچو۔ پھر مسطر اور پرکار سے اس کی نقل اتارو۔

46 ایک مثلث بناؤ۔ جس کے اضلاع 3.6، "2.8 اور "1.3 ہوں اس کے سب زاویوں کو ماپو دیکھو۔ سب سے بڑا زاویہ سب سے بڑے ضلعے کے سامنے ہے۔ اور سب سے چھوٹا زاویہ سب سے چھوٹے ضلعے کے سامنے ہے

سب سے چھوٹے زاویے کی تنصیف کرو۔

47 ثابت کرو۔ کہ نصف دائرہ میں زاویہ قائمہ ہوتا ہے +

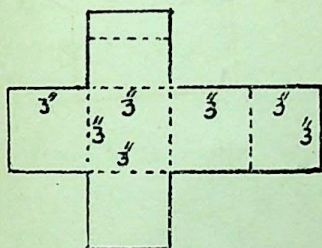
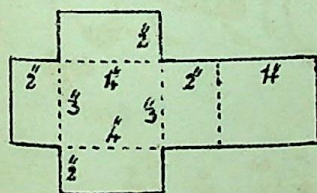
48 ایک مثلث قائم الزاویہ بناؤ۔ جس کا وتر 4″ اور ایک ضلع 2.5″ ہو۔

49 موٹے کاغذ کو تراش کر اور خاص خاص منقوطہ خطوں کے گرد موڑ کر مندرجہ ذیل مجسمات کے نمونے تیار کرو۔ کناروں کو گوند لگا کر پتلے کاغذ کے ذریعے چپکا دو۔

(1) مکعب

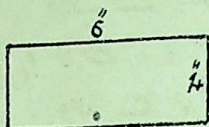
3″ 3″ 3″ 3″ 3″ 3″ 3″

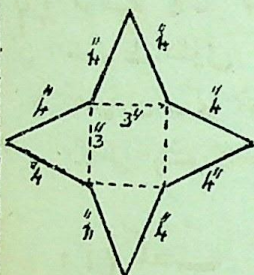
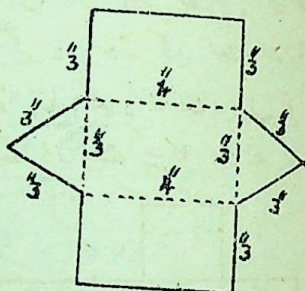
(2) مکعب نما

2″ 2″ 4″ 2″ 4″ 3″ 3″ 4″ 2″

(3) مخروط۔ ایک سکٹر 4 انچ نصف قطر کا کاغذ میں سے کاٹو اور اس کے کنارے

4″ 4″ ا ب

موڑ کر مخروط بناؤ ۔

(4) بیلن - یکساں چوڑائی کا کاغذ موڑ کر کھوکھلا بیلن بناؤ ۔

(5) منشور

(6) مینار

پندرھواں باب

مثلّث قائم الزّاویہ

(RIGHT-ANGLED TRIANGLE)

118 مثلّث قائم الزّاویہ میں قائمے کے گرد کے

ضلعے معلوم ہوں۔ تو مسئلہ فیثا غورس کی مدد سے
وتر معلوم ہوسکتا ہے۔

قاعدہ۔ ایک ضلع کے مربّع کو دوسرے ضلع کے
مربع میں جمع کرو۔ حاصل جمع کا جذر وتر ہوگا۔

$$\text{وتر} = \sqrt{(\text{قاعدہ})^2 + (\text{عمود})^2} \quad \ldots \ldots (1)$$

مثلّث قائم الزّاویہ کا وتر اور ایک ضلع معلوم ہے
دوسرا ضلع معلوم کرو۔

چونکہ $(\text{وتر})^2 = (\text{قاعدہ})^2 + (\text{عمود})^2$

$$\therefore \text{قاعدہ} = \sqrt{(\text{وتر})^2 - (\text{عمود})^2}$$
$$= \sqrt{(\text{وتر} + \text{عمود})(\text{وتر} - \text{عمود})} \quad (2)$$

$$\text{عمود} = \sqrt{(\text{وتر})^2 - (\text{قاعدہ})^2}$$
$$= \sqrt{(\text{وتر} + \text{قاعدہ})(\text{وتر} - \text{قاعدہ})} \quad (3)$$

نتائج (1)، (2)، (3) کو حفظ یاد رکھنا چاہیئے۔

اب ہم چند مثالیں لکھتے ہیں:-

مثال 1 - ایک مثلّث قائم الزّاویہ کا وتر 25
فٹ ہے۔ اور قاعدہ 15 فٹ۔ عمود بتاؤ۔

$$\text{عمود} = \sqrt{(25)^2 - (15)^2} = \sqrt{400} = 20 \text{ فٹ}$$

مثال 2 - ایک مثلّث قائم الزّاویہ کا قاعدہ
60 ہے۔ اور وتر اور عمود کا فرق 50 ہے۔
وتر اور عمود معلوم کرو۔

حل - چونکہ (وتر + عمود) (وتر - عمود) = (قاعدہ)^2

$\therefore$ (وتر + عمود) $\times$ 50 = $(60)^2$

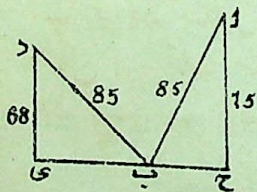
$\therefore$ وتر + عمود = $\frac{60 \times 60}{50} = 72$ (1)

لیکن وتر - عمود = 50 . . . . . (2)

(1) اور (2) کے مجموعے کو 2 پر تقسیم کیا - تو وتر = 61

(1) سے (2) کو منہا کر کے 2 پر تقسیم کیا تو عمود = 11

نوٹ - اگر دو عددوں کا مجموعہ اور فرق معلوم ہو - تو بڑا عدد مجموعہ اور فرق کے نصف حاصل جمع کے برابر ہوتا ہے اور چھوٹا عدد مجموعہ اور فرق کے نصف حاصل تفریق کے ÷

مثال 3 - ایک زینہ 85 فٹ لمبا بازار کے ایک طرف 75 فٹ بلند کھڑکی تک پہنچتا ہے - اگر زینے کو پلٹ کر بازار کی دوسری طرف لگائیں - تو 68 فٹ بلند کھڑکی تک پہنچتا ہے - بازار کا عرض بتاؤ +

حل - فرض کرو - کہ ح ی بازار کا عرض ہے - اور ب زینہ کا قدم ہے ÷

ظاہر ہے - کہ اب = 85،

اح = 75، ب د = 85،

د ی = 68

ح ب = $\sqrt{(85)^2 - (75)^2} = \sqrt{1600} = 40$ فٹ

ب ی = $\sqrt{(85)^2 - (68)^2} = \sqrt{17 \times 153} = 51$ فٹ

پس بازار کا عرض = 40 + 51 = 91 فٹ

مثال 4 - ایک درخت 98 فٹ اونچا ہوا کے زور سے ٹوٹ گیا - اور اس کی چوٹی جڑ سے 14 فٹ کے فاصلے پر جا لگی - بتاؤ - درخت کتنی اونچائی پر ٹوٹا +

حل - فرض کرو کہ د ح درخت ہے - یہ مقام ا پر ٹوٹ گیا - اور اس کا حصّہ ا د حالت ا ب میں آ گیا - از روئے سوال

ح ب = 14 فٹ

اور ا ب + ا ح = 98 فٹ

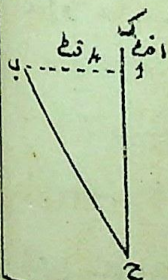
چونکہ (ا ب + ا ح) (ا ب - ا ح) = (ح ب)²

∴ 98 (ا ب - ا ح) = 14 × 14

∴ ا ب - ا ح = 2 . . . . (1)

اور ا ب + ا ح = 98 . . . . (2)

(1) اور (2) سے ا ب = 50، ا ح = 48 +

مثال 5 - کسی تالاب میں ایک کنول کا پھول پانی سے ایک فٹ باہر تھا - ہوا کے زور سے جھک کر 4 فٹ کے فاصلے پر پانی کی سطح سے جا لگا - پانی کی گہرائی معلوم کرو +

حل - فرض کرو - ح ک کنول کا پودا ہے - ح ا پانی کی گہرائی ہے - ا ک ا فٹ ہے - ح ک جھک کر ح ب کی شکل میں آگیا ہے - چونکہ ح ب = ح ک

اس لئے

ح ب - ح ا = ۱ فٹ . . . . (۱)

چونکہ (ح ب + ح ا) (ح ب - ح ا) = (ا ب)^2

∴ (ح ب + ح ا) × ۱ = 16

∴ ح ب + ح ا = 16 فٹ (2)

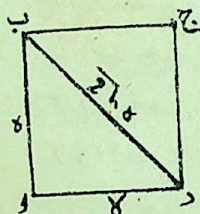
(۱) اور (2) سے ح ا = $\frac{15}{2} = 7\frac{1}{2}$ فٹ +

مثال 6 ایک مربع کا ایک ضلع لا ہے۔اس کا وتر بتاؤ +

ب ج ا د لا لا لا√2

حل ب د^2 = ا ب^2 + ا د^2

= لا^2 + لا^2 = 2لا^2

پس ب د = لا × √2

اس سے نتیجہ نکلتا ہے۔کہ

وتر مربع = ضلع × √2

مثال 7 ایک مثلث متساوی الاضلاع کا ایک ضلع لا ہے ۔اس کا عمود دریافت کرو۔

حل چونکہ عمود اد قاعدہ ب ج کی تنصیف کرتا ہے۔

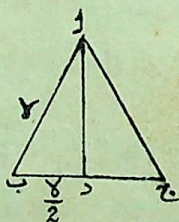
اس لئے ب د = $\frac{لا}{2}$

∴ اد^2 = اب^2 - ب د^2

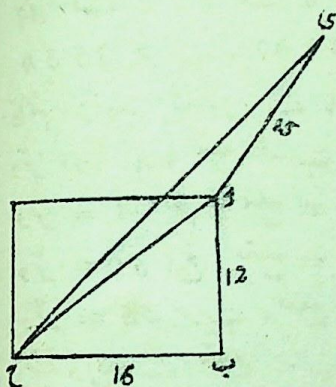
= لا^2 - $(\frac{لا}{2})^2$

= $\frac{3}{4}$ لا^2

ا لا ب $\frac{لا}{2}$ د ج

پس اد = لا × $\frac{\sqrt{3}}{2}$ = لا $\frac{1.732}{2}$ = لا × .866

اس سے نتیجہ نکلتا ہے ۔کہ

مثلث متساوی الاضلاع کا عمود = ضلع × $\frac{\sqrt{3}}{2}$ +

مثال 8 - ایک کمرے کا طول 16 فٹ ، عرض 12 فٹ اور ارتفاع 15 فٹ ہے - بتاؤ - اس میں بڑے سے بڑا کتنا لمبا بانس رکھ سکتے ہیں +

حل - بانس فرش کے ایک کونے سے چھت کے دوسرے کونے تک پہنچیگا +

عرض ا ب = 12 ، طول ب ح = 16 ، ارتفاع ا ی = 15 ، ی ح معلوم کرنا ہے +

ا ح^2 = ا ب^2 + ب ح^2

ی ح^2 = ا ح^2 + ا ی^2

= ا ب^2 + ب ح^2 + ا ی^2

= 144 + 256 + 225 = 625

∴ ی ح = 25 فٹ +

سوالات نمبر 35

قائم الزاویہ تکونوں میں ضلع حسب ذیل ہیں - وتر بتاؤ +

1 15 سم ، 36 سم + 2 8 انچ ، 15 انچ +

3 $4\frac{1}{2}$ انچ ، 6 انچ + 74 96 گز ، 28 گز +

5 1.1 انچ ، 6 انچ + 6 5 .10 میل ، 8.8 میل +

7 117 فٹ ، 44 فٹ +

8 7584 جریب ، 3937 جریب +

قائم الزّاویہ مثلّثوں کے باقی ضلعے معلوم کرو۔ جبکہ وتر اور ایک ضلع حسب ذیل ہیں :-

9 وتر = 17 سم ، ضلع = 15 سم +

10 وتر = 61 انچ ، ضلع = 60 انچ +

11 وتر = 85 جریب ، ضلع = 36 جریب +

12 مثلّثوں کے ضلعے حسب ذیل ہیں۔ بتاؤ کونسے مثلّث قائم الزّاویہ ہیں +

(1) 3 ، 4 ، 5 + (2) 5 ، 12 ، 13 +

(3) 8 ، 15 ، 17 + (4) 9 ، 40 ، 41 +

(5) 7 ، 24 ، 25 + (6) 11 ، 60 ، 61 +

(7) 12 ، 35 ، 37 + (8) 9 ، 10 ، 11 +

نوٹ - (1) سے (7) تک جو اعداد ہیں - اُن کو زبانی یاد رکھو +

13 ایک قائم الزّاویہ مثلّث کے قائمے کے گرد کے ضلعے سو سو فٹ ہیں - اس کا وتر دو مراتب اعشاریہ تک معلوم کرو +

14 ایک مستطیل کا طول 52 فٹ اور عرض 39 فٹ ہے - وتر بتاؤ +

15 ایک مربّع کا ایک ضلع 12 سم ہے - وتر

بتاؤ +

16 ایک مثلّث متساوی السّاقین کے مساوی ضلعوں میں سے ہر ضلع 13 فٹ ہے - اور قاعدہ ۱۰ فٹ۔ ارتفاع بتاؤ +

17 ایک مثلّث متساوی السّاقین کا قاعدہ 320 فٹ ہے - اور ارتفاع 300 فٹ ، ضلعے بتاؤ +

18 ایک مثلّث متساوی الاضلاع کا ضلع 7" ہے۔ اس کا عمود بتاؤ +

۱۹ ایک مثلّث متساوی الاضلاع کا عمود ۱۲ فٹ ہے۔ اس کا قاعدہ بتاؤ +

20 ایک مثلّث متساوی الاضلاع کا احاطہ 84 گز ہے۔ اس کا ارتفاع بتاؤ +

21 ایک مربع کا وتر 20 فٹ ہے - اس کا رقبہ بتاؤ +

22 ایک مستطیل کا وتر طول سے 8 فٹ بڑا ہے۔ اور عرض 36 فٹ ہے - رقبہ بتاؤ +

23 ایک مثلّث قائم الزّاویہ کا ایک ضلع ۱۵" ہے۔ اور اُس کے مقابل کا زاویہ °45 کا ہے - وتر بتاؤ +

24 ایک معیّن کے وتر 12 اور 16 سم ہیں - اس کا ضلع بتاؤ +

25 ایک کشتی 56 میل ٹھیک جنوب کو گئی - اور پھر 33 میل ٹھیک مغرب کو - بتاؤ مقام روانگی

ہے کتنی دور چلی گئی +

26 65 فٹ لمبا زینہ 63 فٹ اونچے مکان کی چھت سے لگا ہؤا کھڑا ہے۔ مکان سے زینے کے قدم کا فاصلہ بتاؤ +

27 ایک زینہ 50 فٹ لمبا 48 فٹ بلند کھڑکی پر بازار کے ایک طرف کے مکانات پر پہنچتا ہے۔ اگر زینہ پلٹ کر دوسری طرف بازار کے مکانات پر لگائیں۔ تو وہ 40 فٹ بلند کھڑکی تک پہنچتا ہے۔ بازار کا عرض بتاؤ +

28 دو بانس 15 فٹ اور 30 فٹ لمبے ایک دوسرے سے 36 فٹ کے فاصلے پر کھڑے ہیں۔ ان کی چوٹیوں کا درمیانی فاصلہ دریافت کرو +

29 مقام ا سے 25 گز مغرب کو جاؤ۔ پھر 60 گز شمال کو، پھر 80 گز مشرق کو۔ پھر 12 گز جنوب کو۔ بتاؤ۔ اخیر میں مقام روانگی سے تمہارا فاصلہ کیا ہو جائیگا؟

30 ایک مثلّث متساوی السّاقین قائم الزّاویہ ہے۔ اس کا ایک ضلع ا فٹ ہے۔ وتر بتاؤ۔ اس کا پیری میٹر کیا ہے؟

31 ایک مثلّث متساوی السّاقین قائم الزّاویہ ہے۔ اس کا پیری میٹر $\sqrt{2}+1$ ہے۔ وتر بتاؤ +

32 ایک مثلّث قائم الزّاویہ کا وتر 60 فٹ ہے اور عمود قاعدے کی $\frac{3}{4}$ کے برابر ہے۔ عمود بتاؤ +

33 ایک مثلث قائم الزاویہ کا وتر 117 فٹ ہے۔ اور قائمہ کے گرد کے ضلعوں میں 5 اور 12 کی نسبت ہے۔ ضلعے بتاؤ +

34 ایک مثلث قائم الزاویہ کا قاعدہ 12 فٹ ہے۔ اور وتر عمود سے $\frac{5}{4}$ گنا ہے۔ وتر اور عمود بتاؤ +

35 ایک مثلث قائم الزاویہ کا وتر ۱۰ جریب ہے۔ اور اس کا عمود قاعدے سے دو چند ہے۔ دو مراتب اعشاریہ تک عمود معلوم کرو +

36 ایک زینہ دیوار سے ایک فٹ بڑا ہے۔ جب اس کے پاؤں کو دیوار سے 7 فٹ ہٹا کر دیوار سے لگاتے ہیں۔ تو وہ دیوار کے سرے تک پہنچ جاتا ہے۔ زینے کا طول بتاؤ +

37 ایک درخت ۹۰ فٹ اونچا تھا۔ وہ ہوا کے زور سے کسی جگہ سے ٹوٹ کر اپنی جڑ سے ۳۰ فٹ کے فاصلے پر جا لگا۔ بتاؤ۔ وہ کتنی بلندی سے ٹوٹا ؟

38 ایک چھت سلامی کی 40 فٹ چوڑی بنی ہوئی ہے۔ ہر ایک طرف سے سلامی 25 فٹ ہے۔ بتاؤ۔ سلامی کا کنارہ اولتی سے کتنا اونچا ہے ؟

39 دریا کے کنارے پر ایک درخت ۹۱ فٹ اونچا کھڑا ہے۔ اور ایک رسّی ۱۰۹ فٹ لمبی اس کی چوٹی سے مقابل کے کنارے تک پہنچتی ہے۔

دریا کا پاٹ بتاؤ +

40 34 فٹ لمبا زینہ ایک دیوار کے برابر ہے - تو بتاؤ - اس کے پاؤں دیوار سے کتنی دور رکھیں - کہ وہ دیوار سے 4 فٹ نیچے اُتر آئے +

41 ایک مکان کی پچھلی دیوار 33 فٹ اونچی اور اگلی دیوار 13 فٹ اونچی ہے - اور دونو کے درمیان 3 گز کا فاصلہ ہے - بتاؤ ان دیواروں پر چھپر ڈالنے کے واسطے کتنی کتنی لمبی لکڑیاں خریدنی چاہئیں +

42 40 گز 8 انچ لمبی رسّی ایک بُرج کی چوٹی سے اس کے گرد بنی ہوئی 4 گز 8 انچ چوڑی خندق کے مقابل کے کنارے تک پہنچتی ہے - بُرج کی بلندی بتاؤ +

43 ایک کمرے کا طول 28 فٹ عرض 21 فٹ ارتفاع 12 فٹ ہے - بتاؤ - اس میں بڑی سے بڑی لکڑی کتنی لمبی رکھ سکتے ہیں ؟

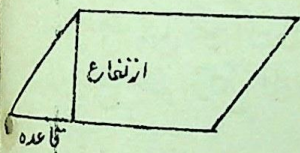
44 ایک مستطیل کے ضلعوں میں 3 : 4 کی نسبت ہے - اور اس کے بڑے ضلعے اور وتر میں 8 فٹ کا فرق ہے - ضلعے بتاؤ +

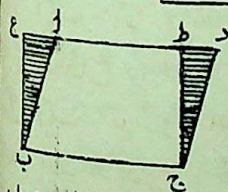
45 ایک تکون کے دو ضلعے 9 اور 12 فٹ ہیں - اور ان کا درمیانی زاویہ باقی دو زاویوں کے مجموعے کے برابر ہے - تیسرا ضلع بتاؤ +

سولھواں باب

متوازی الاضلاع کا رقبہ

(AREA OF A PARALLELOGRAM)

119 جس چوکور کے مقابل کے ضلعے متوازی ہوں۔ اُسے **متوازی الاضلاع** کہتے ہیں +

متوازی الاضلاع کے کسی ایک ضلع کو قاعدہ (Base) قرار دے سکتے ہیں۔ قاعدے اور اس کے مقابل کے متوازی ضلع کا عمودی فاصلہ **بلندی یا ارتفاع** (Height) کہلاتا ہے +

---

120 کاغذ کا ایک تختہ مستطیل کی شکل کا لو۔ اور اس کے گوشوں پر ع ، ب ، ج ، ط ، لکھو۔ جیسا کہ اس شکل سے ظاہر ہے۔ ضلع ع ط پر ایک نقطہ ا لو۔ ب ا کو ملاؤ۔ اور مثلث قائم الزاویہ

ع ب ا کو تراش لو - اب تمہارے پاس کاغذ کے دو ٹکڑے ہیں - ان دونو ٹکڑوں کو ملا کر تم آسانی سے متوازی الاضلاع ا ب ج د بنا سکتے ہو ٭

اب غور سے دیکھو -

(۱) پہلے تمہارے پاس مستطیل تھی - اب تمہارے پاس متوازی الاضلاع ہے - اور یہ دونو شکلیں برابر کاغذ کی بنی ہوئی ہیں - اس لئے اُن کے رقبے باہم برابر ہیں ٭

(2) مستطیل اور متوازی الاضلاع دونو ایک ہی قاعدہ ب ج پر اور ایک ہی متوازی خطوط ب ج اور ع ا ط د کے درمیان واقع ہیں - یعنی اُن کا ارتفاع ایک ہی ہے ٭

پس متوازی الاضلاع کا رقبہ = قاعدہ × ارتفاع

نیز قاعدہ = $\frac{\text{رقبہ}}{\text{ارتفاع}}$ ، ارتفاع = $\frac{\text{رقبہ}}{\text{قاعدہ}}$ ٭

سوالاتِ نمبر 36

۱ ایک متوازی الاضلاع کا قاعدہ ۲۰ گز ۲ فٹ اور ارتفاع ۱۵ گز ۱ فٹ ہے - رقبہ بتاؤ ٭

2 ایک متوازی الاضلاع کا رقبہ 136 مربع انچ ہے - اور ارتفاع ۱ فٹ ۵ انچ - قاعدہ بتاؤ ٭

3 ایک متوازی الاضلاع کا رقبہ 248 مربع گز ہے - اور اس کا قاعدہ ۲۰ گز ۲ فٹ ہے - ارتفاع بتاؤ ٭

4 ایک متوازی الاضلاع کا رقبہ 7.5 انچ ضلع والے مربّع کے برابر ہے۔ اور اس کا ارتفاع 5 انچ ہے۔ قاعدہ بتاؤ +

5 اب ج د ایک مربّع بناؤ۔ جس کا ضلع 3.6 انچ ہو۔ اب اور ج د کی نقاط ط اور ک پر تنصیف کرو۔ اک اور ط ج کو ملاؤ۔ متوازی الاضلاع اط ج ک کا رقبہ بتاؤ +

6 ایک متوازی الاضلاع کا قاعدہ 176 گز ہے۔ اور ارتفاع 165 گز۔ رقبہ ایکڑوں میں معلوم کرو +

7 ایک متوازی الاضلاع کا رقبہ ایک ایکڑ ہے۔ اور اُس کا قاعدہ 176 گز ہے۔ ارتفاع بتاؤ +

8 ایک متوازی الاضلاع کا رقبہ ۱۰ ایکڑ ہے۔ اور اُس کے متصلہ ضلعے 1650 گز اور 1210 گز ہیں۔ دونو ارتفاع معلوم کرو +

9 متوازی الاضلاع اب س د کا رقبہ 2 ایکڑ ہے۔ نقطہ د سے ب س اور اب پر ترتیب وار 29 گز انٹ اور 66 گز لمبے عمود ڈالے گئے ہیں۔ اضلاع معلوم کرو +

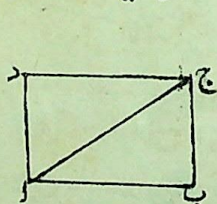
ستر ھواں باب

مثلّث کا رقبہ

(AREA OF A TRIANGLE)

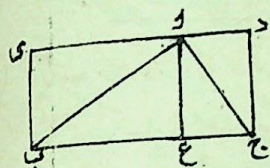
121 مثلّث کے کسی ضلع کو قاعدہ (Base) فرض کر سکتے ہیں۔ اور مقابل کے راس سے جو عمود قاعدے پر ڈالا جاتا ہے۔ اُسے ارتفاع یا عمود (Perpendicular) کہتے ہیں +
صاف ظاہر ہے ہر مثلّث کے تین عمود ہوتے ہیں+

---

122 فرض کرو۔ کہ ا ب ج د کاغذ کی ایک مستطیل ہے۔ اج کو ملاؤ پھر اس شکل کو اج پر کاٹو۔ اس طرح دو مثلّث قائم الزّاویہ اب ج اور ادج بن جائینگے اب تم ان مثلّثوں کو ایک دوسرے پر آسانی سے منطبق کر سکتے ہو۔ پس

د ج ا ب

مثلّث ا ب ج = مثلّث ا د ج

∴ مثلّث ا ب ج = نصف مستطیل ا ب ج د

123 اب فرض کرو - کہ ا ب ج ایک مثلّث ہے - جس کا قاعدہ ب ج اور ارتفاع ا ع ہے - ج اور ب میں سے خطوط ج د اور ب ی متوازی ا ع کے کھینچو - اور ا میں سے د ی متوازی ب ج کا کھینچو ۔ شکل ب ی د ج مستطیل ہے - جو دو چھوٹی مستطیلوں ا ع ج د اور ا ع ب ی کے برابر ہے - اب ظاہر ہے - کہ

مثلّث ا ع ج = نصف مستطیل ا ع ج د

اور مثلّث ا ع ب = نصف مستطیل ا ع ب ی

∴ مثلّث ا ب ج = نصف مستطیل ب ی د ج

لیکن مستطیل کا رقبہ = ب ج × ج د = ب ج × ا ع

∴ مثلّث ا ب ج کا رقبہ = $\frac{\text{ب ج} \times \text{ا ع}}{2}$

= $\frac{\text{قاعدہ} \times \text{ارتفاع}}{2}$

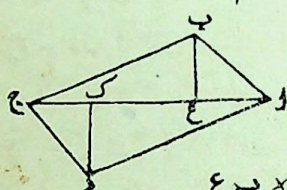
نیز قاعدہ = $\frac{2\ \text{رقبہ}}{\text{ارتفاع}}$ ، ارتفاع = $\frac{2\ \text{رقبہ}}{\text{قاعدہ}}$

مثال ۱ ، ایک مثلّث کا قاعدہ ۱۵ گز ۱ فٹ اور ارتفاع 3 گز ہے - بتاؤ اس کا رقبہ کتنے مربع فٹ ہے ۔

حل قاعدہ = 31 فٹ ، ارتفاع = 9 فٹ

رقبہ = $\frac{1}{2} \times 31 \times 9 = 139\frac{1}{2}$ مربّع فٹ

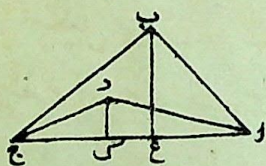
---

124 ایک چوکور کا رقبہ معلوم کرو جبکہ ایک وتر اور اس وتر پر مقابل کے زاویوں سے ڈالے ہوئے عمود معلوم ہوں ٭

چوکور ا ب ج د کا وتر ا ج اور عمود ب ع اور د ک معلوم ہیں ٭

رقبہ مثلّث ا ب ج = $\frac{1}{2}$ ا ج × ب ع

رقبہ مثلّث ا د ج = $\frac{1}{2}$ ا ج × د ک

∴ چوکور کا رقبہ = $\frac{1}{2}$ ا ج × (ب ع + د ک)

= وتر × عمودوں کا نصف مجموعہ

نوٹ - اگر چوکور کی شکل ایسی ہو - کہ اس کا وتر ا ج چوکور سے باہر واقع ہو - تو

رقبہ ا ب ج د = مثلّث ا ب ج - مثلّث ا د ج

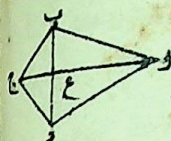
= $\frac{1}{2}$ ا ج × ب ع - $\frac{1}{2}$ ا ج × د ک

= $\frac{1}{2}$ ا ج (ب ع - د ک)

= وتر × عمودوں کا نصف فرق ٭

---

125 ایسی چوکور کا رقبہ معلوم کرو - جس کے

وتر ایک دوسرے کو قائمے زاویوں پر قطع کرتے ہیں ۔

مثلث اب ج $=\frac{1}{2}$ اج × ب ع

مثلث ا د ج $=\frac{1}{2}$ اج × د ع

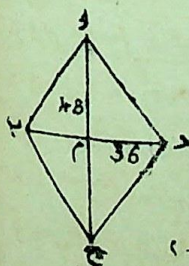
∴ چوکور کا رقبہ $=\frac{1}{2}$ اج × (ب ع + د ع)

$=\frac{1}{2}$ اج × ب د

= وتروں کا نصف حاصل ضرب

نوٹ ۱۔ چونکہ رامبس یعنی معین کے وتر ایک دوسرے کی قائمے زاویوں پر تنصیف کرتے ہیں۔ اس لئے رامبس کا رقبہ وتروں کے نصف حاصل ضرب کے برابر ہوتا ہے ۔

نوٹ 2 کائٹ یعنی پتنگ کے وتر بھی ایک دوسرے کو قائمے زاویوں پر قطع کرتے ہیں۔ اس لئے کائٹ کا رقبہ وتروں کے نصف حاصل ضرب کے برابر ہوتا ہے ۔

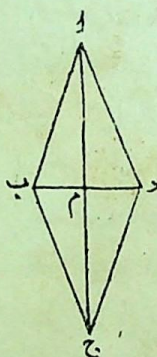
مثال 2 ایک معین کے وتر 72 گز اور 96 گز ہیں۔ اس کا رقبہ اور ضلع اور ارتفاع معلوم کرو ۔

حل فرض کرو۔ وتر ب د = 72 گز ،
ا ج = 96 گز

رقبہ $= \frac{1}{2} \times 72 \times 96 = 3456$ مربّع گز

ام $= 48$ گز ، م د $= 36$

∴ ضلع ا د $= \sqrt{48^2 + 36^2} = 60$ گز

ارتفاع $=$ رقبہ / ضلع $= \frac{3456}{60} = 57\frac{3}{5}$ گز +

مثال 3 ایک معین کا پیری میٹر 104 فٹ ہے۔ اور اس کا ایک وتر 48 فٹ ہے۔ دوسرا وتر معلوم کرو +

حل ا د $= \frac{104}{4} = 26$ فٹ

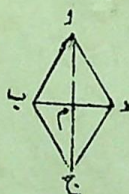
ام $= \frac{48}{2} = 24$ فٹ

م د $= \sqrt{26^2 - 24^2} = 10$ فٹ

∴ ب د $= 2$ م د $= 20$ فٹ

مثال 4 ایک معیّن کا ضلع 40 فٹ ہے۔ اور اس کا چھوٹا وتر بڑے وتر کا تین چوتھائی ہے۔ رقبہ معلوم کرو +

حل فرض کرو۔ کہ ا ج $= 8$ ، ب د $= 6$ +

∴ ام $= 4$ ، م د $= 3$

∴ ا د $= \sqrt{4^2 + 3^2} = 5$

یعنی اگر ضلع 5 ہو۔ تو وتر 8 اور 6 ہیں +

∴ اگر ضلع 40 یعنی 8×5 ہو –

تو وتر 8×8 اور 8×6 یعنی 64 اور 48 ہونگے

∴ رقبہ $= \frac{1}{2} \times 64 \times 48 = 1536$ مربع فٹ +

تعریف - جس چوکور کے مقابل کے دو ضلعے متوازی ہوں - اُسے ٹریپیزائڈ یعنی ذو زنقہ کہتے ہیں ۔

---

126 ٹریپیزائڈ یعنی ذوزنقہ کا رقبہ ۔

ا ب ج د ٹریپیزائڈ ہے ۔ جس کے ضلعے ا ب اور ج د متوازی ہیں ۔ ب د کو ملاؤ ۔ اور د ی اور ب ط عمود کھینچو ۔ یہ عمود باہم برابر ہیں ۔

رقبہ مثلث ا ب د = $\frac{1}{2}$ د ی × ا ب

رقبہ مثلث ب ج د = $\frac{1}{2}$ د ی × ج د کیونکہ ب ط = د ی ، جمع کرنے سے

ذوزنقہ ا ب ج د کا رقبہ = $\frac{1}{2}$ د ی × (ا ب + ج د)

پس ذوزنقہ کا رقبہ دریافت کرنے کا یہ طریقہ ہے - کہ اس کے متوازی ضلعوں کے نصف مجموعے کو ان کے عمودی فاصلے میں ضرب دو ۔

سوالاتِ نمبر 37

ا مثلث کا رقبہ بتاؤ - جبکہ

(1) قاعدہ 3 میٹر ، ارتفاع 2 میٹر ۱۵ سم ۔

(2) قاعدہ ا گز ا فٹ ، ارتفاع 2 گز ۔

2 ایک میدان مثلّث کی شکل کا ہے۔ اُس کا قاعدہ 75 گز اور ارتفاع 60 گز ہے۔ بتاؤ۔ اس پر 4 پائی فی مربع گز کے حساب سے گھاس لگوانے میں کیا خرچ ہوگا؟

3 ایک مثلّث کھیت کا رقبہ ۱ ایکڑ ہے۔ اور اس کا قاعدہ ۹۹ گز ہے۔ ارتفاع بتاؤ٭

4 ایک مثلّث کا رقبہ 69 مربّع فٹ 64 مربّع انچ ہے۔ اور اس کا قاعدہ 16 فٹ 8 انچ ہے۔ ارتفاع بتاؤ٭

5 ایک چوکور کا وتر 320 گز ہے۔ اور مقابل کے گوشوں سے جو عمود وتر پر ڈالے گئے ہیں۔ وہ 18 اور 15 گز ہیں۔ رقبہ بتاؤ٭

6 ایک مثلّث کھینچو۔ جس کے ضلعے 14، 15 اور 13 سنٹی میٹر ہوں۔ مقابل کے زاوئے سے 14 سنٹی میٹر لمبے ضلع پر عمود گراؤ۔ عمود کو ناپو۔ اور مثلّث کا رقبہ دریافت کرو٭

7 ایک مثلّث کھینچو۔ جس کے دو ضلعے 1.5 اور 2.4 ہوں۔ اور اُن کا درمیانی زاویہ قائمہ ہو۔ مثلّث کا رقبہ بتاؤ٭

8 ایک مثلّث متساوی الساقین بناؤ۔ جس کا قاعدہ 12 سنٹی میٹر ہو۔ اور قاعدے پر کے زاوئے 45° اور 45° کے ہوں۔ مثلّث کا رقبہ بتاؤ٭

9 ٹریپیزائڈ کے متوازی ضلعے 22 گز اور $23\frac{1}{2}$

گز ہیں - اور اُن کا عمودی فاصلہ 16 گز ہے - رقبہ بتاؤ +

۱۰ ایک ذو زنقہ کا رقبہ ۱ ایکڑ ہے - اور اُس کے متوازی ضلعوں کا عمودی فاصلہ 22 گز ہے - اور متوازی ضلعوں میں سے ایک ضلع بھی 22 گز ہے - دوسرا متوازی ضلع بتاؤ +

۱۱ ٹریپیزائڈ کے متوازی ضلعوں میں سے ایک ضلع دوسرے سے ۱ فٹ بڑا ہے - اور ان کا عمودی فاصلہ ۱ فٹ ہے - اگر رقبہ 216 مربع انچ ہو - تو متوازی ضلعوں کے طول معلوم کرو +

12 ایک رامبس کے وتر 18 گز اور 24 گز ہیں - اس کا رقبہ اور ضلع اور ارتفاع معلوم کرو +

13 ایک معیّن کے وتر 24 جریب اور 70 جریب ہیں - اس کا رقبہ پیری میٹر اور ارتفاع معلوم کرو +

14 ایک رامبس کی شکل کے کھیت کا رقبہ 3 ایکڑ ہے - اس کا ایک وتر 165 گز ہے - دوسرا وتر بتاؤ +

15 ایک کائٹ کے وتر 8 فٹ اور 15 فٹ ہیں - رقبہ بتاؤ +

16 ایک کائٹ کا رقبہ 325 مربّع گز ہے - اور ایک وتر 26 فٹ ہے - دوسرا وتر بتاؤ +

17 ایک کائٹ کا رقبہ 72 مربّع فٹ 36 مربع انچ ہے - اور ایک وتر دوسرے سے نصف

ہے۔ دونو وتر بتاؤ +

18 چوکور کا ایک وتر جو شکل سے باہر واقع ہے۔ 32 گز لمبا ہے۔ اور باقی گوشوں سے جو عمود اس پر گرائے گئے ہیں۔ ان کا فرق 8 گز ہے۔ رقبہ معلوم کرو +

19 ایک قائم الزوایا ا ب ج د کا ایک گوشہ ا اضلاع متصلہ ا ب اور ا د کے نقاط وسط میں خط ملا کر کاٹ دیا گیا۔ بتاؤ۔ باقی ماندہ رقبے کو اصل رقبے سے کیا نسبت ہے؟

اشارہ۔ فرض کرو کہ اضلاع متصلہ 3 اور 2 ہیں۔ قائم الزوایا سے مثلث قائم الزاویہ کو گھٹاؤ +

---

127 ایکوئی لیٹرل تکون کا رقبہ

رقبہ = $\frac{1}{2}$ ضلع × عمود

= $\frac{1}{2}$ ضلع × $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ضلع = $\frac{\sqrt{3}}{4}$ × (ضلع)^2

قاعدہ۔ اگر ایکوئی لیٹرل تکون کے ضلع کے مربع کو $\frac{\sqrt{3}}{4}$ یا .433 میں ضرب دیں۔ تو رقبہ معلوم ہو جاتا ہے +

مثال ۱۔ مثلث متساوی الاضلاع کا ایک ضلع ۱۰ فٹ ہے۔ رقبہ بتاؤ +

حل۔ رقبہ = $.433 \times 10 \times 10 = 43.3$ مربع فٹ +

مثال 2۔ کسی مثلث متساوی الاضلاع (ایکوئی لیٹرل تکون) اور مربع کا پیری میٹر ایک ہی ہے۔ اُن

کے رقبوں میں نسبت بناؤ + (و - ف ۱۹۰۹ء)۔

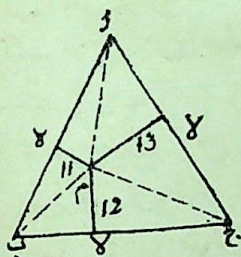
حل - فرض کرو - کہ پیری میٹر ۱ انچ ہے -

∴ مثلّث کا ضلع = $\frac{1}{3}$ انچ ، مربع کا ضلع = $\frac{1}{4}$ انچ

مثلّث کا رقبہ = $\frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{\sqrt{3}}{4} = \frac{1}{12\sqrt{3}}$ مربع انچ

مربّع کا رقبہ = $\frac{1}{4} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{16}$ مربع انچ

∴ $\frac{\text{رقبہ مثلّث}}{\text{رقبہ مربّع}} = \frac{1}{12\sqrt{3}} \times \frac{16}{1} = \frac{4}{3\sqrt{3}}$ +

مثال 3 - کسی مثلّث تساوی الاضلاع کے اندر ایک نقطہ لیا گیا - اور اُس سے تینوں ضلعوں پر عمود کھینچے گئے - ان عمودوں کے طول 11، 12، 13 فٹ ہیں - مثلّث کا ضلع اور رقبہ معلوم کرو +

حل - فرض کرو - کہ مثلّث کا ہر ضلع ل فٹ ہے -

مثلّث ا ب ج = △ م ا ب + م ب ج + م ج ا

$= 13 \times \text{ل}\frac{1}{2} + 12 \times \text{ل}\frac{1}{2} + 11 \times \text{ل}\frac{1}{2}$

$= (13 + 12 + 11)\,\text{ل}\frac{1}{2} = 18\,\text{ل}$

لیکن مثلّث ا ب ج کا رقبہ = $\frac{\sqrt{3}}{4} \times \text{ل}^2$

∴ $\frac{\sqrt{3}}{4}\,\text{ل}^2 = 18\,\text{ل}$ ∴ ل $= 24\sqrt{3}$

∴ مثلّث ا ب ج کا رقبہ = $\frac{\sqrt{3}}{4} \times (24\sqrt{3})^2$

$= 432\sqrt{3}$ مربّع فٹ +

مثال ۴ ایسے مثلث متساوی الاضلاع کا ضلع معلوم کرو۔ کہ جس کے رقبے میں جتنے مربع فٹ ہوں۔ اس کے احاطے میں اتنے ہی طولانی فٹ ہوں ۔

حل۔ فرض کرو۔ کہ ضلع لا فٹ ہے۔

احاطے میں طولانی فٹوں کی تعداد $= 3\,\text{لا}$

رقبے میں مربع فٹوں کی تعداد $= \text{لا}^{2}\,\frac{\sqrt{3}}{4}$

بس $\text{لا}^{2}\,\frac{\sqrt{3}}{4} = 3\,\text{لا} \quad \therefore \text{لا} = 4\sqrt{3}$ فٹ ۔

مثال 5 اگر ایک مثلث متساوی الاضلاع کے ہر ایک ضلع میں ۱ فٹ کی زیادتی کر دی جائے تو رقبے میں $\sqrt{3}$ مربع فٹ کی زیادتی ہو جاتی ہے۔ ہر ایک ضلع کا طول معلوم کرو ۔

حل۔ فرض کرو۔ کہ ضلع کا طول لا فٹ ہے۔

اصلی رقبہ $= \text{لا}^{2}\,\frac{\sqrt{3}}{4}$

نیا رقبہ $= (\text{لا} + 1)^{2}\,\frac{\sqrt{3}}{4}$

رقبہ کی زیادتی $= (\text{لا} + 1)^{2}\,\frac{\sqrt{3}}{4} - \text{لا}^{2}\,\frac{\sqrt{3}}{4}$

$$= \frac{\sqrt{3}}{4}\left\{(\text{لا} + 1)^{2} - \text{لا}^{2}\right\}$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{4}(2\,\text{لا} + 1)$$

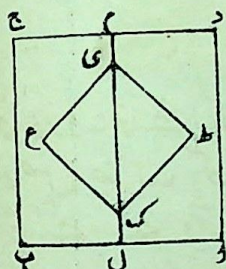
$$= \frac{\sqrt{3}}{2}\,\text{لا} + \frac{\sqrt{3}}{4}$$

لیکن از روئے سوال رقبے کی زیادتی $\sqrt{3}$ مربع فٹ ہے۔

پس $\sqrt{3} = \frac{\sqrt{3}}{4} + ل\frac{\sqrt{3}}{2}$

∴ $\frac{ل}{2} + \frac{1}{4} = 1$ ∴ $ل = 1\frac{1}{2}$ فٹ ۔

مثال 6 - ایک مربع کا ایک ضلع 20 فٹ ہے۔ اس کے چاروں ضلعوں پر اندر کی طرف ایکوئی لیٹرل تکونیں بنائی گئی ہیں - ان تکونوں کے راسوں کے ملانے سے ایک اور مربع پیدا ہوتا ہے۔ اس مربع کا رقبہ معلوم کرو ۔

حل اب ج د مربع ہے - اور اب پر بنے ہوئے ایکوئی لیٹرل تکون کا راس ی ہے - اسی طرح ط ، ک ، ع تکونوں کے راس ہیں۔ ی ک کو خارج کرو کہ مربع کے ضلعوں سے ل اور م پر ملے ۔

تکون کا ارتفاع ی ل $= \frac{\sqrt{3}}{2} \times 20 = 10\sqrt{3}$ فٹ

م ی = م ل − ی ل $= 20 - 10\sqrt{3} = 2.68$ فٹ

اسی طرح ک ل $= 2.68$ فٹ

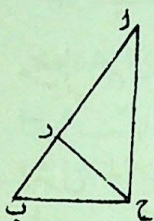
مربع کا وتری ک = م ل − (م ی + ک ل)

$= 20 - (2.68 + 2.68)$

$= 14.64$ فٹ

رقبہ ک ع ی ط $= \frac{1}{2} \times 14.64 \times 14.64$

$= 107.1648$ مربع فٹ ۔

128 مثلّث قائم الزاویہ میں قائمہ کے گرد کے دو ضلعے معلوم ہیں - قائمہ سے وتر پر جو عمود گرایا جائے - اسے معلوم کرو +

ح د عمود ہے - چونکہ ضلعے ا ح ، ح ب معلوم ہیں - اس لئے وتر ا ب معلوم ہو سکتا ہے +

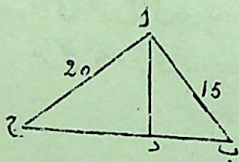
چونکہ ا ب × ح د = دو چند رقبہ مثلّث

= ا ح × ح ب

$$\therefore \quad ح د = \frac{ا ح \times ح ب}{ا ب}$$

قاعدہ - قائمے کے گرد کے ضلعوں کے حاصل ضرب کو وتر پر تفسیم کرنے سے قائمے سے وتر پر کا عمود معلوم ہو جاتا ہے +

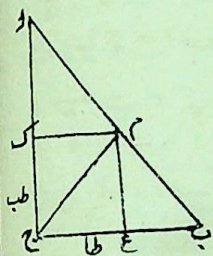
مثال 7 - ایک مثلّث میں زاویہ قائمہ کے گرد کے ضلعے 15 گز اور 20 گز ہیں - زاویہ قائمہ سے وتر پر جو عمود گرایا جائے اُس کی لمبائی معلوم کرو - نیز وتر کے ان حصّوں کے طول بتاؤ - جو عمود سے بنتے ہیں +

حل - فرض کرو - کہ مثلّث ا ب ح میں زاویہ ا

قائمہ ہے - اور اب = 15 ، اح = 20

$$\text{ب ح} = \sqrt{20^2 + 15^2} = 25$$

$$\text{عمود اد} = \frac{20 \times 15}{25} = 12$$

$$\text{ب د} = \sqrt{\text{اب}^2 - \text{اد}^2} = \sqrt{225 - 144} = 9$$

$$\therefore \text{دح} = \text{ب ح} - \text{ب د} = 25 - 9 = 16$$

مثال 8 ایک مثلث قائم الزاویہ میں قائے کے گرد کے ضلعے طا اور طب ہیں - اُس میں بڑے سے بڑا مربع اس طرح بنایا گیا - کہ اس کا ایک گوشہ وتر پر واقع ہے - مربع کا ضلع معلوم کرو +

حل - فرض کرو - کہ مربّع م ک ج ع ہے - جس کا ضلع لا ہے +

مثلث م ج ب + مثلّث م ج ا = مثلّث اب ج

$$\therefore \tfrac{1}{2}\,\text{لا طا} + \tfrac{1}{2}\,\text{لا طب} = \tfrac{1}{2}\,\text{طا} \times \text{طب}$$

$$\therefore \text{لا}\,(\text{طا} + \text{طب}) = \text{طا} \times \text{طب}$$

$$\therefore \text{لا} = \frac{\text{طا} \times \text{طب}}{\text{طا} + \text{طب}}$$

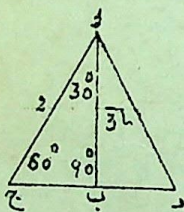
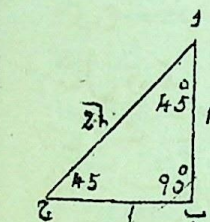
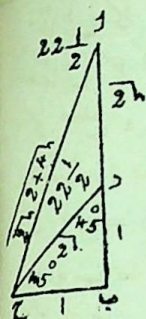
یعنی قائے کے گرد کے ضلعوں کے حاصل ضرب کو ان کے مجموعے پر تقسیم کرنے سے مربّع کا ضلع معلوم ہو جاتا ہے +

129

مثلث قائم الزّاویہ کے متعلّق چار کارآمد نتائج

اوّل ۔ فرض کرو ۔ کہ زاویہ ا = 45° زاویہ ب بھی 45° کا ہوگا ٭
اگر ب ج = ۱، تو ا ب بھی ۱ ہے ٭
$\therefore$ ا ج = $\sqrt{1^2+1^2} = \sqrt{2}$
پس یاد رکھو ۔ کہ
اگر 45° کے مقابل کا ضلع ۱ ہو ۔ تو 90° کے مقابل کا ضلع $\sqrt{2}$ ہوگا ٭

دوم ۔ مثلث ا ج د متساوی الاضلاع ہے ۔ عمود ا ب کھینچو ۔ یہ زاویہ ج ا د کی تنصیف کریگا ٭ زاویہ ب ا ج = 30°
فرض کرو ا ج = 2، $\therefore$ ب ج = ۱
ا ب = $\sqrt{2^2 - 1^2} = \sqrt{3}$
پس یاد رکھو ۔ کہ
اگر 30° کے مقابل کا ضلع ۱ ہو ۔ تو 60° کے مقابل کا ضلع $\sqrt{3}$ ہوگا ۔ اور 90° کے مقابل کا 2 ٭

سوم ۔ مثلث ا ب ج میں زاویہ ا = $22\frac{1}{2}$ درجے

اور زاویہ ح = $67\frac{1}{2}°$

فرض کرو کہ ضلع ب ج = ۱

ح میں سے $22\frac{1}{2}$ کا زاویہ

ا ح د قطع کرو۔

چونکہ ب ح د = $45°$

اس لئے ب د ح = $45°$

اس لئے ب د = ب ج = ۱

اور د ح = $\sqrt{2}$

[نتیجہ اول

مثلّث ا د ح کے دو زاوئے برابر ہیں۔

∴ ا د = $\sqrt{2}$

ا ب = $\sqrt{2}+1$

ا ح = $\sqrt{\text{ا ب}^2 + \text{ب ح}^2} = \sqrt{1^2 + (\sqrt{2}+1)^2}$

$= \sqrt{4+2\sqrt{2}}$

پس یاد رکھو ۔ کہ

اگر $22\frac{1}{2}$ کے مقابل کا ضلع ۱ ہو۔ تو $67\frac{1}{2}°$ کے مقابل کا ضلع $\sqrt{2}+1$ ہوگا۔ اور $90°$ کے مقابل کا ضلع $\sqrt{4+2\sqrt{2}}$ +

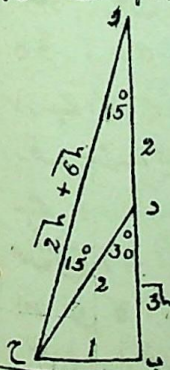
چہارم۔ مثلث ا ب ح میں

زاویہ ا = $15°$، ح = $75°$

فرض کرو ب ح = ۱

ح میں سے ا ح د $15°$ کا قطع کرو

ح د ب = $30°$، ب ح د = $60°$

چونکہ مثلّث د ب ح میں $30°$ کے

مقابل کا ضلع ب ج ا ہے - اس لئے 60° کے
مقابل کا ضلع ب د $\sqrt{3}$ ہؤا - اور 90° کے مقابل
کا ضلع د ح 2 ہؤا +
مثلث ا د ح کے دو زاوئے برابر ہیں -

$\therefore$ ا د = د ح = 2

$\therefore$ ا ب = 2 + $\sqrt{3}$

نیز ا ح = $\sqrt{\text{ب ح}^2 + \text{ا ب}^2} = \sqrt{1 + (2 + \sqrt{3})^2}$

$= \sqrt{8 + 4\sqrt{3}}$

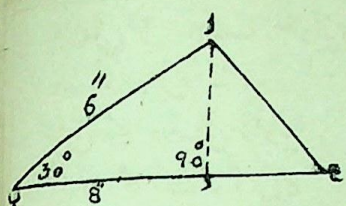
$= \sqrt{6} + \sqrt{2}$

پس نتیجہ نکلتا ہے - کہ
اگر 15° کے مقابل کا ضلع ا ہو - تو 75° کے
مقابل کا ضلع $2 + \sqrt{3}$ ہوگا - اور 90° کے مقابل
کا ضلع $\sqrt{6} + \sqrt{2}$ +

---

130 اگر کسی مثلث یا متوازی الاضلاع کے دو ضلعے
معلوم ہوں - اور ان کا درمیانی زاویہ
30 ، 60 ، 45 ، 15 ، 75 ، $22\frac{1}{2}$ یا $67\frac{1}{2}$
درجے کا ہو - یا ان زاویوں کا سپلیمنٹ ہو - تو
رقبہ مندرجہ بالا نتائج کی مدد سے معلوم ہو سکتا
ہے +

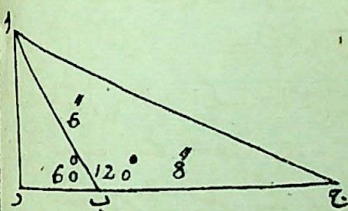
مثال ۱ - ایک مثلث کے دو ضلعے ″6 اور ″8 ہیں -
اور ان کا درمیانی زاویہ 30° کا ہے - رقبہ بتاؤ +

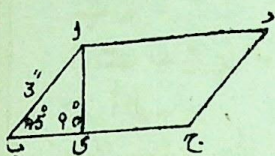
حل - فرض کرو - کہ مثلث ا ب ح میں ضلع

اب $6''$ اور ب ج
$8''$ اور $\widehat{ب}$ 30° کا
ہے +
اسے ب ج پر عمود
ا د ڈالو +

$\widehat{با د} = 60^\circ$، چونکہ مثلّث ا د ب میں 90° کے مقابل کا ضلع $6''$ ہے۔ اس لئے 30° کے مقابل کا ضلع اس سے نصف یعنی $3''$ ہوگا۔ پس ا د $= 3''$

رقبہ مثلّث اب ج $= \frac{1}{2}$ ب ج × ا د

$= \frac{1}{2} \times 8 \times 3 = 12$ مربع انچ +

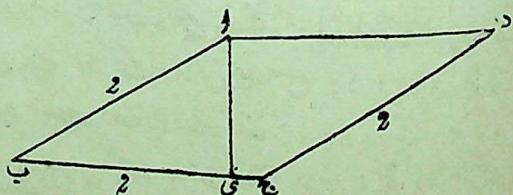
مثال 2 ایک مثلّث کے دو ضلعے $6''$ اور $8''$ ہیں۔ اور اُن کا درمیانی زاویہ 120° کا ہے۔ رقبہ بتاؤ +

حل فرض کرو۔ کہ
مثلّث اب ج میں
اب $= 6''$ ،
ب ج $= 8''$ ،
$\widehat{ب} = 120^\circ$ +

اسے ب ج خارج شدہ پر عمود ڈالو +
مثلّث اب د میں $\widehat{اب د} = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$
چونکہ مثلّث اب د میں 90° کے مقابل کا ضلع اب $6''$ ہے
اس لئے 60° کے مقابل کا ضلع ا د $3\sqrt{3}$ ہوا۔ پس
رقبہ مثلّث اب ج $= \frac{1}{2}$ ب ج × ا د $= \frac{1}{2} \times 8 \times 3\sqrt{3}$
$= 12\sqrt{3}$ مربّع انچ +

مثال 3 - ایک متوازی الاضلاع کے ضلعے 3" اور 5" ہیں - اور اُن کا درمیانی زاویہ 45° کا ہے - اس کا رقبہ معلوم کرو +

حل - فرض کرو -
کہ اب = 3" اور ب ج = 5" ، ا سے عمود ای کھینچو +
مثلث ای ب میں 90° کے مقابل کا ضلع 3" ہے - اس لئے 45° کے مقابل کا ضلع ای $\frac{3}{\sqrt{2}}$ انچ ہوگا - پس

رقبہ اب ج د = ای × ب ج = $\frac{3}{\sqrt{2}} \times 5$

$= \frac{15}{2}\sqrt{2} = 10.605$ مربع انچ +

مثال 4 - ایک رامبس کا رقبہ اس مربع کے رقبے سے نصف ہے - جس کا پیری میٹر رامبس کے پیری میٹر کے برابر ہے - رامبس کے زاویوں کی مقدار معلوم کرو - ر و - ف سنہ 1907ء ، سنہ 1921ء

حل ۔ فرض کرو ۔ کہ مربّع کا ضلع 2 ہے ۔
∴ معیّن کا پیری میٹر = مربع کا پیری میٹر = ″8
∴ معیّن کا ضلع اب = ″2
معیّن کا رقبہ = $\frac{1}{2}$ × مربّع کا رقبہ
= $\frac{1}{2}$ × 4 = 2 مربّع انچ

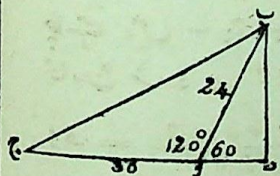
∴ معیّن کا ارتفاع ای = $\frac{\text{رقبہ}}{\text{ضلع}}$ = $\frac{2}{2}$ = ″1

اب مثلّث قائم الزّاویہ اب ی میں اب ″2 ہے اور ای ″1 ہے ۔ یعنی زاویہ ب کے مقابل کا ضلع $90°$ کے مقابل کے ضلعے سے نصف ہے ۔
پس زاویہ ب $30°$ کا ہے ۔
ب ا د = ج = $180° - 30° = 150°$
اور د = ب = $30°$ ۔

مثال 5 ۔ ایک مقام سے دو سڑکیں 120 درجے کے زاویہ پر نکلتی ہیں ۔ دو شخص اُس مقام سے ترتیب وار 4 اور 5 میل فی گھنٹہ کی رفتار سے روانہ ہوئے ۔ بتاؤ ۔ اُن کے درمیان 6 گھنٹے کے بعد کتنا فاصلہ ہو جائے گا ۔

آ
24
ج 120° 60 د
30
ا

حل ۔ فرض کرو ۔ کہ اب اور اج دو سڑکیں ہیں ۔ اور زاویہ ب اج = $120°$ ، 6 گھنٹے میں فاصلہ

اب = 24 ، اج = 30

ب سے اج پر عمود ب د ڈالو۔

زاویہ ب ا د = 60° ، ب ا = 24

∴ د ا = 12 ، د ب = $12\sqrt{3}$

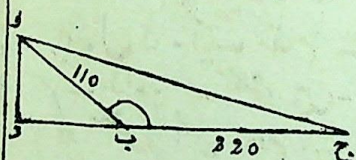
∴ دج = د ا + ا ج = 12 + 30 = 42

ب ج = $\sqrt{\text{دب}^2 + \text{دج}^2}$

= $\sqrt{(12\sqrt{3})^2 + (42)^2}$

= $\sqrt{2196}$ = 46.861 میل ۔

مثال 6۔ ایک تکون کا رقبہ ایک ایکڑ ہے۔ اور اس کے دو ضلعے 110 گز اور 220 گز ہیں۔ اور ان ضلعوں کا درمیانی زاویہ منفرجہ ہے۔ تیسرا ضلع معلوم کرو ۔

حل۔ فرض کرو۔ کہ تکون ا ب ج میں زاویہ ب منفرجہ ہے۔ اور ا ب = 110 گز ، ب ج = 220 گز، ہم ا ج معلوم کرنا چاہتے ہیں۔ ج ب خارج شدہ پر ا د عمود ڈالو ۔

ا د = $\frac{4840 \times 2}{220}$ = 44 گز

ب د = $\sqrt{\text{اب}^2 - \text{اد}^2}$

= $\sqrt{(110)^2 - (44)^2}$

= $22\sqrt{21}$

∴ دج = $220 + 22\sqrt{21}$

$= 220 + 22 \times 4.58$

$= 220 + 110.76 = 320.76$

اج^2 = اد^2 + دج^2

$= (44)^2 + (320.76)^2$

$= 1936 + 102686.9776$

$= 104622.9776$

∴ اج = $\sqrt{104622.9776}$ گز

= 323.5 گز تقریباً

مثال 7 - ایک چوکور کے دو وتر 10 گز اور 12 گز ہیں - اور اُن کا درمیانی زاویہ 60° کا ہے - چوکور کا رقبہ نکالو

حل - فرض کرو - کہ چوکور ا ب ج د کا وتر
اج = 10 گز اور ب د = 12 گز
اور زاویہ ام د = 60°، ا اور ج سے وتر دب پر عمود ڈالو

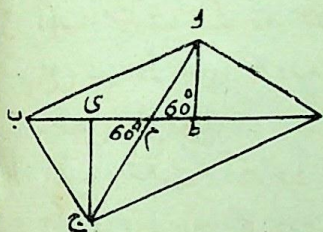
اط = ام × $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ،

ج ی = م ج × $\frac{\sqrt{3}}{2}$

∴ اط + ج ی = (ام + م ج) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

= اج × $\frac{\sqrt{3}}{2}$ = $10\frac{\sqrt{3}}{2}$

چوکور کا رقبہ $= \frac{1}{2}$ دب × (او ط + ج ی)

$= \frac{1}{2} \times 12 \times 10 \times \frac{\sqrt{3}}{2}$

$= 30\sqrt{3}$ مربع گز +

سوالات نمبر 38

1 ایک مثلث کے دو ضلعے 5 اور ۱۰ انچ ہیں - اور ان کا درمیانی زاویہ 60° کا ہے - رقبہ بتاؤ +

2 ایک مثلث کے دو ضلعے 4″ اور 6″ ہیں - اور اُن کا درمیانی زاویہ 45° کا ہے - رقبہ معلوم کرو +

3 ایک مثلث کے دو ضلعے ۱۵ گز اور 40 گز ہیں - اور اُن کا درمیانی زاویہ 135° کا ہے - رقبہ بتاؤ +

4 ایک مثلث کے دو ضلعے 15 فٹ اور 4 فٹ ہیں - اور ان کا درمیانی زاویہ 150° کا ہے - رقبہ بتاؤ +

5 ایک متوازی الاضلاع کے دو ضلعے 2 گز اور 4 گز ہیں - اور اُن کا درمیانی زاویہ 120° کا ہے - رقبہ بتاؤ +

6 ایک متوازی الاضلاع کے دو ضلعے 6 سم اور 14 سم ہیں - اور ان کا درمیانی زاویہ 150° کا ہے - رقبہ بتاؤ +

7 ایک متوازی الاضلاع کے دو ضلعے 16 فٹ اور 20 فٹ ہیں - اور ان کا درمیانی زاویہ

90° کا ہے۔ رقبہ بتاؤ ٭

8 ایک متوازی الاضلاع کے ضلعے 5 جریب اور 12 جریب ہیں - اور ان کا درمیانی زاویہ 60° کا ہے۔ رقبہ بتاؤ ٭

9 ایک متوازی الاضلاع کے ضلعے 6 جریب اور ۱۱ جریب ہیں - اور اُن کا درمیانی زاویہ 135° کا ہے۔ رقبہ بتاؤ ٭

---

131 اگر مثلث کے تین ضلعے معلوم ہوں - تو اُس کا رقبہ مندرجۂ ذیل قاعدے سے دریافت ہو سکتا ہے۔

قاعدہ - نصف مجموعہ اضلاع سے تینوں ضلعوں کو الگ الگ تفریق کرو - پھر نصف مجموعۂ اضلاع اور تینوں باقیوں کو باہم ضرب دو - حاصل ضرب کا جذر رقبہ مثلّث ہوگا ٭

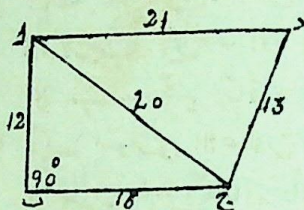
مثال ۱ - ایک مثلّث کے ضلعے 13، 20 اور 21 ہیں - رقبہ معلوم کرو - اور اس عمود کا طول بتاؤ - جو مقابل کے گوشے سے سب سے بڑے ضلع پر کھینچا جائے ٭

حل - نصف مجموعۂ اضلاع $= \frac{1}{2}(13+20+21) = 27$

$27-13 = 14$، $27-20 = 7$، $27-21 = 6$

رقبہ $= \sqrt{27 \times 14 \times 7 \times 6} = 126$

نیز عمود $= \frac{2 \times 126}{21} = 12$ ٭

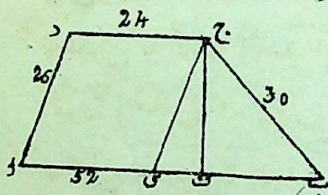
مثال 2 ۔ چوکور ا ب ج د میں ا ب = 12 ،
ب ج = 16 ، ج د = 13 ، د ا = 21 ، $\hat{ب}$ = قائمہ

چوکور کا رقبہ معلوم کرو ۔
حل ۔ ا ج کو ملاؤ ۔ چونکہ
زاویہ ب قائمہ
ہے ۔

∴ ا ج = $\sqrt{(12)^2 + (16)^2}$ = 20

△ ا ب ج کا رقبہ = $\frac{1}{2}$ × 12 × 16 = 96

△ ا ج د کا رقبہ = 126 (دیکھو مثال 1)

∴ چوکور ا ب ج د کا رقبہ = 96 + 126 = 222 ۔

مثال 3 ۔ ایک ٹریپیزائڈ کے متوازی ضلعے 24

اور 52 فٹ ہیں ۔
اور غیر متوازی ضلعے
26 اور 30 فٹ
ہیں ۔ رقبہ بتاؤ ۔

حل ۔ ا ب ج د ٹریپیزائڈ ہے ۔ ا ب = 52
ج د = 24 ، ا د = 26 ، ب ج = 30
ج میں سے ج ی متوازی ا د کا کھینچو
اور ج ف خط ی ب پر عمود ڈالو ۔
ا ی ج د متوازی الاضلاع ہے ۔
اس لئے ج ی = 26 ،
ب ی = ا ب ۔ ا ی = 52 ۔ 24 = 28
معمولی قاعدے سے مثلث ج ی ب کا

رقبہ = 336 مربع فٹ -

عمود ج ف = $\frac{2 \times 336}{28} = 24$

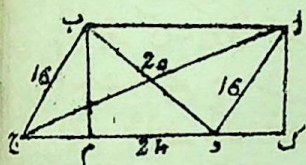
ٹریپیزائڈ کا رقبہ = $\frac{1}{2}$ (اب + ج د) × ج ف

= $\frac{1}{2}$ (24 + 52) × 24

= 912 مربع فٹ +

مثال 4 - ایک متوازی الاضلاع کے ضلعے 16 فٹ اور 24 فٹ ہیں - اور ایک وتر 20 فٹ ہے - رقبہ اور دوسرا وتر معلوم کرو +

حل ب ج = 16 فٹ ،

ج د = 24 فٹ ،

د ب = 20 فٹ

معمولی قاعدے سے مثلث ب ج د کا رقبہ = $60\sqrt{7}$

∴ متوازی الاضلاع اب ج د کا رقبہ = $120\sqrt{7}$

عمود اک = $\frac{120\sqrt{7}}{24} = 5\sqrt{7}$

ک د = $\sqrt{ا د^2 - ا ک^2} = \sqrt{256 - 175} = 9$

∴ ک ج = ک د + د ج = 9 + 24 = 33

ا ج = $\sqrt{ا ک^2 + ک ج^2}$

= $\sqrt{175 + 1089}$ = 35.55 فٹ +

سوالاتِ نمبر 39

مثلثوں کے ضلعے حسب ذیل ہیں۔ رقبے معلوم کرو۔

1 20، 20، 20 + 2 476، 525، 539 +

3 ایک مثلث کے ضلعے 6، 7 اور 9 ہیں۔ اس کا رقبہ تین مراتب اعشاریہ تک معلوم کرو +

4 ایک تکون کے ضلعے 2، 3، 4 گز ہیں۔ ثابت کرو۔ کہ اُس کا رقبہ $\frac{3}{4}\sqrt{15}$ مربع گز ہے + نیز ثابت کرو کہ اس تکون کے رقبے کو اُسی پریمیٹر کی ایکویٔ لیٹرل تکون کے رقبے سے وہ نسبت ہے جو $\sqrt{5}$ کو 3 سے ہے +

5 ایک مثلث کے ضلعے 5، 6 اور 7 فٹ ہیں۔ اس کا رقبہ تقریبی مربع انچ تک معلوم کرو +

6 ایک مثلث متساوی الساقین کا احاطہ 50 فٹ ہے۔ اور قاعدہ 16 فٹ۔ رقبہ بتاؤ +

7 ایک مثلث کھیت کے ضلعے 143، 407 اور 440 گز ہیں۔ بتاؤ 2 پونڈ 3 شلنگ فی ایکڑ کے حساب سے اس کا لگان کیا ہوگا ؟

8 ایک مثلث کے ضلعوں میں 3، 4، 5 کی نسبت ہے۔ اور اس کا احاطہ 108 گز ہے۔ رقبہ بتاؤ +

9 مثلث ا ب ج میں ا ب = 21 فٹ، ب ج = 13 فٹ اور ج ا = 20 فٹ ہے۔ ج سے ا ب پر عمود کھینچا گیا ہے۔ اس عمود سے جو دو مثلث

پیدا ہونگے - اُن کے رقبے معلوم کرو +

10 ایک چوکور اب ج د میں اب = 10 ، ب ج = 24 ، ج د = 28 ، د ا = 30 ، اور زاویہ اب ج قائمہ ہے - چوکور کا رقبہ معلوم کرو +

11 ایک چوکور اب ج د میں اب = 7 ، ب ج = 24 ، ج د = 20 ، د ا = 15 ، اور ج ا = 25 ، رقبہ معلوم کرو +

12 ایک چوکور اب ج د میں زاوئے اب ج اور ج د ا قائمے ہیں - اور اب = 15 فٹ ، ب ج = 20 فٹ ، ج د = 7 فٹ - رقبہ معلوم کرو +

13 ایک چوکور کے ضلعے بالترتیب 5 ، 5 ، 4 اور 3 فٹ ہیں - اور اوّل کے دو ضلعوں کا درمیانی زاویہ 60° کا ہے - چوکور کا رقبہ معلوم کرو +

14 چوکور اب ج د شکل میں کائٹ یعنی پتنگ ہے - زاویہ ا 60° کا ہے - اور اب = ا د = 6 فٹ اور ب ج = ج د = 5 فٹ ، رقبہ معلوم کرو +

15 ایک مثلّث حادۃ الزوایا کا رقبہ 84 مربّع گز ہے - اور ضلعے 13 گز اور 14 گز ہیں - قاعدہ معلوم کرو +

16 ایک معین کا ہر ضلع 5 فٹ ہے - اور اس کا ایک وتر بھی 5 فٹ ہے - رقبہ معلوم کرو +

17 ایک کھیت کی شکل ٹریپیزائڈ ہے - جس کے اضلاع متوازیہ 6 جریب 75 کڑی اور 9 جریب 25 کڑی ہیں - اگر رقبہ 2 ایکڑ 3 روڈ 8 پول

ہو تو متوازی ضلعوں کے درمیان کم سے کم فاصلہ کتنے گز ہے؟

18 ایک ٹریپیزائڈ کے متوازی ضلعے 72 فٹ اور $38\frac{2}{3}$ فٹ ہیں - اور باقی ضلعے 20 فٹ اور $26\frac{2}{3}$ فٹ ہیں - رقبہ بتاؤ +

19 ایک تکون کا قاعدہ 50 فٹ اور ارتفاع 24 فٹ ہے - اور اس کا ایک ضلع 40 فٹ ہے - ثابت کرو کہ دوسرا ضلع 30 فٹ ہوگا +

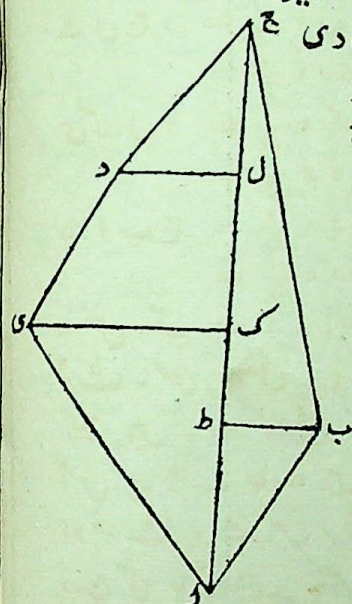
20 ایک مستطیل کا وتر 2 انچ ہے اور اس کا ایک ضلع $\sqrt{3}$ انچ ہے - اُس کے چھوٹے ضلع پر ایک مثلّث متساوی الاضلاع بنایا گیا ہے - ثابت کرو - کہ مستطیل کا رقبہ مثلّث کے رقبے سے چوگنا ہے +

اٹھارھواں باب

کثیر الاضلاع کا رقبہ

(AREA OF A POLYGON)

132 کثیر الاضلاع کا رقبہ دریافت کرنے کا ایک عملی طریقہ یہ ہے - کہ اس کے سب سے لمبے وتر

پر باہر کے گوشوں سے عمود ڈالتے ہیں - اس طرح کثیر الاضلاع چند قائم الزّاویہ مثلّثوں اور ذوزنقوں میں تقسیم ہو جاتی ہے - پھر اُن کے رقبے دریافت کر لیتے ہیں +

مثال ۱ - کھیت اب ج دی کا سب سے بڑا وتر اج ہے - اور مندرجۂ ذیل طول گزوں میں ماپے گئے ہیں +

اط = 60 ،
ب ط = 30 ،
اک = 90 ،
ک ی = 65 ،
ال = 150 ،
ل د = 45 ،
اج = 210 ،

کھیت کا رقبہ معلوم کرو +

دیکھو وتر اج پر تمام فاصلے ا سے شمار کئے گئے ہیں -

اس لئے ک ل = ال - اک = 150 - 90 = 60

نیز ل ج = اج - ال = 210 - 150 = 60

ظاہر ہے - کل کھیت کا رقبہ دریافت کرنے کے لئے ہمیں دو قائم الزّاویہ مثلّث اک ی اور

ل ج د کا اور ذو زنقہ ی ک ل د کا اور
مثلث ا ب ج کا رقبہ دریافت کرنا چاہیئے ؟

$\triangle$ ا ک ی = $\frac{1}{2}$ × ا ک × ک ی
$= \frac{1}{2} \times 90 \times 65 = 2925$

$\triangle$ ل ج د = $\frac{1}{2}$ × ل ج × ل د
$= \frac{1}{2} \times 60 \times 45 = 1350$

ی ک ل د = $\frac{1}{2}$ × (ک ی + ل د) × ک ل
$= \frac{1}{2} \times 110 \times 60 = 3300$

$\triangle$ ا ب ج = $\frac{1}{2}$ × ا ج × ب ط
$= \frac{1}{2} \times 210 \times 30 = 3150$

∴ کل رقبہ = 10725 مربع گز *

نوٹ - عملی پیمائش میں وتر ا ج کو جریبی خط کہتے ہیں - اور دائیں اور بائیں طرف سے جو عمود اس پر ڈالے جاتے ہیں - اُن کو دائیں اور بائیں اوفسٹ بولتے ہیں - تمام پیمائشیں ایک کتاب میں درج کی جاتی ہیں - جس کو فیلڈ بک کہتے ہیں - اس کتاب کے ہر صفحے کے تین خانے ہوتے ہیں - جریبی خط پر جو فاصلے ماپے جاتے ہیں - وہ نیچے سے اوپر کو بیچ کے خانے میں درج کیئے جاتے ہیں - اور دائیں خانے میں دائیں اوفسٹوں کے طول اور بائیں خانے میں بائیں اوفسٹوں کے طول لکھے جاتے ہیں - چنانچہ اوپر کی مثال اس طرح لکھی جا سکتی ہے *

سوالات نمبر 40

مندرجۂ ذیل کھیتوں کی شکلیں پیمانے سے بناؤ۔ اور اُن کے رقبے معلوم کرو:-

1

	گز	
	ک تک	
	204	
94 ف تک	198	
	122	10 ی تک
64 د تک	117	
14 ج تک	88	
	63	70 ب تک
	ا سے	

2

	کڑیاں	
50	ب تک	
	300	0
	240	50
	160	0
60	100	
	80	50
0	0	40
	ا سے	

3 اب ج د ی پانچ ضلعے کی شکل ہے۔ جس میں
اب = 25 فٹ ، ب ج = 29 فٹ ، ج د = 39
فٹ ، دی = 42 فٹ ، ی ا = 27 فٹ ، اج =
36 فٹ ، اور ج ی = 45 فٹ ۔ کل شکل کا رقبہ
معلوم کرو +

4 ایک میدان اب ج د ی پانچ ضلعے کی شکل کا
ہے۔ اور اج کا طول 50 گز ہے ۔ اور جو عمود
ب ، د اور ی سے اج پر ڈالے گئے ہیں ۔
وہ بالترتیب 10 ، 20 اور 15 گز ہیں ۔ اور د اور
ی سے ڈالے ہوئے عمودوں کے قدموں کے
فاصلے ا سے بالترتیب 40 اور 10 گز ہیں ۔ میدان
کا رقبہ دریافت کرو +

5 ایک پچکونے کھیت اب ج د ی کے ضلعے اب
اور ای برابر ہیں ۔ اور اضلاع ی د ، د ج ،
ج ب بالترتیب 900 ، 1200 ، 1400 گز ہیں ۔
زاویئے ج ، د قائمے ہیں ۔ اور زاویہ ا °60 کا ہے۔
کھیت کا رقبہ معلوم کرو +
اشارہ ی سے ج ب پر عمود ی ک ڈالو +
ک ب = 500 ، ی ک = 1200 اس لئے ی ب = 1300
اب ی ایکوئی لیٹرل تکون اور ی د ج ب ذوزنقہ ہے +

مثال 2 ۔ اگر کھیت کی شکل مثلث کی سی ہو ۔
تو تین جریبی خط لئے جاتے ہیں ۔ مندرجۂ ذیل

مثال فیلڈ بک سے لی گئی ہے - غور سے دیکھو :-

کڑیاں

	د تک	
	2500	
	1800	250
0	1450	
300	1100	
د کو چلو	ج سے	
	ج تک	
	2900	
	2450	450
	900	450
بائیں طرف مڑو	ب سے	
	ب تک	
	3600	
280	2650	
	2220	0
	1720	320
مشرق کو چلو	ا سے	

فیلڈ بک کو نیچے سے اوپر کو پڑھو - تو صاف

معلوم ہوگا۔ کہ تین جریبی خط اب ، ب ج ، اور ج ا ہیں۔ ان خطوں کو پہلے کھینچو۔ ان کے طولوں ہیں 3.6 ، 2.9 اور 2.5 کی نسبت ہونی چاہیئے۔ چنانچہ مثلث اب ج دفعہ 73 کے مطابق بن سکتا ہے ⁘

الفاظ "ب سے بائیں طرف کو مڑو" کا یہ مطلب ہے۔ کہ جب ہم ا پر کھڑے ہوکر ب کی طرف نگاہ کریں۔ تو مثلث خط اب کی بائیں طرف واقع ہوگا ⁘

اب حسب معمول جریبی خطوں پر اوفسٹ قائم کرو۔ اور ہمیشہ یاد رکھو۔ کہ فیلڈ بُک کے خانے میں جب کسی اوفسٹ کا طول ٥ درج ہو۔ تو اُس کے یہ معنی ہوتے ہیں۔ کہ اس مقام پر کھیت کی حد جریبی خط کو قطع کرتی ہے ⁘

رقبہ معلوم کرنے کا یہ طریق ہے۔ کہ پہلے مثلث اب ج کا رقبہ معلوم کرو۔ پھر اس میں اُن رقبوں کو جو جریبی خطوں سے باہر ہیں۔ جمع کرو۔ اور جو اندر ہیں۔ اُن کو منہا کرو ⁘

یادداشت کے لئے جن رقبوں کو جمع کرنا ہے۔ ان کے سامنے نشان (+) کردو۔ اور جن کو منہا کرنا ہے۔ اُن کے سامنے نشان

(ـ) گردو
ج
ک
ر
ط
س
ص
ن
م
ی
ب
ل
د
رقبہ △ ا ب ج = 3600000
رقبہ ا د ل = $\frac{1}{2} \times 2220 \times 320 = 355200$
ل ی ب = $\frac{1}{2} \times 1380 \times 280 = 193200$
ب م ن = $\frac{1}{2} \times 900 \times 450 = 202500$
م ن ک ر = $1560 \times 450 = 697500$
ر ک ج = $\frac{1}{2} \times 450 \times 450 = 101250$
ج ط س = $\frac{1}{2} \times 1450 \times 300 = 217500$
س ص ا = $\frac{1}{2} \times 1050 \times 250 = 131250$

پس کھیت کا رقبہ = 360000

355200

202500

697500

101250

131250

$$\begin{Bmatrix} 193200 \\ 217500 \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} 360000 \\ 355200 \\ 202500 \\ 697500 \\ 101250 \\ 131250 \end{Bmatrix}$$

= 410700 - 5087700

+ مربع کڑی 4677000 =

سوالات نمبر 140

مندرجۂ ذیل کھیتوں کی شکلیں پیمانے سے بناؤ۔ اور ان کے رقبے ایکڑ روڈ وغیرہ میں معلوم کرو:۔

	کڑیاں	
د کو چلو	ا تک 1700 ج سے	
شمال کو چلو	ج تک 800 400 ب سے	65
مشرق کو چلو	ب تک 1500 1100 625 ا سے	180 240

کڑیاں 2

	ا 500 380 ج دائیں طرف کو مڑو	ک تک 25
175 ف تک	ج 500 220 ب دائیں طرف کو مڑو	
100 ی تک 200 د تک	ب 800 650 400 ا	

3
کڑیاں
ا
500
320
140
0
ج
دائیں طرف کو
مڑو
0
20 ط تک
30 ک تک
ج
400
180
0
ب سے
0
20 ن تک
0
شمال مشرق کو چلو
ب
300
200
90
0
ا سے
0
12 ی تک
10 د تک
0
شمال مغرب کو چلو
4
کڑیاں
ا
818
120
60
40
ج
بائیں طرف کو
مڑو
0
40
0
20
0
0
ج
338
60
ب
بائیں طرف کو
مڑو
0
40
0
ب
1020
320
100
0
ا سے
0
60
20
0
مشرق کو چلو

حصّۂ سوم

اُنیسواں باب

اشکال متشابہ

(SIMILAR FIGURES)

133 پہلے ذکر ہو چکا ہے۔ کہ جب ہم یہ کہتے ہیں۔ کہ خط اب کا طول 3 انچ ہے۔ تو اُس کے یہ معنی ہوتے ہیں۔ کہ طول کی اکائی ایک انچ ہے۔ اور وہ خط اب میں 3 دفعہ شامل ہے ÷

اگر خط اب کا طول "4 ہو۔ اور ج د کا "5۔ تو ہم کہینگے۔ کہ خط اب خط ج د کے $\frac{4}{5}$ حصّے کے برابر ہے ÷

پس دو خطوں کے طولوں میں نسبت معلوم کرنے کا یہ قاعدہ ہے۔ کہ پہلے اُن کے طولوں کو انچوں یا سنٹی میٹروں میں ماپ لو۔ اور پھر ایک کے طول کو دوسرے کے طول پر تقسیم

کر دو۔ خارج قسمت نسبت مطلوبہ ہوگی +

134 دو مقادیر ا، ب کی نسبت کو عموماً صورت ا : ب میں لکھا کرتے ہیں +

دو نسبتوں کی مساوات کا نام تناسب ہے۔ مثلاً

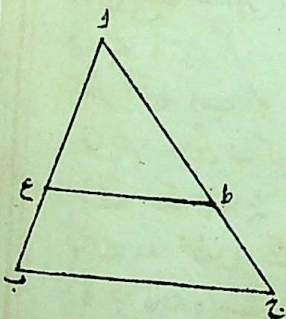
ا : ب = ج : د

ا، ب، ج، د کو **مقادیر متناسب** کہتے ہیں۔ بعض اوقات نسبتوں کی مساوات کو یوں بھی لکھا کرتے ہیں :-

ا : ب :: ج : د

ا اور د کو **ارقام اطراف** اور ب اور ج کو **ارقام اوساط** کہتے ہیں +

مسئلہ 21

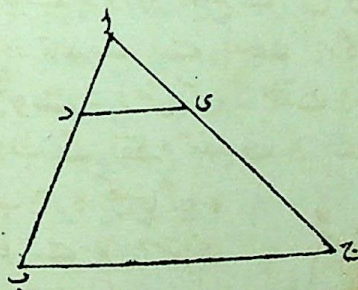
135 **مشق ۱**۔ ایک اچھا بڑا سا مثلث ا ب ج بناؤ۔ ا ب میں کوئی نقطۂ ع لو۔ اور ع ط متوازی ب ج کا کھینچو۔ ا ع اور ع ب کو انچوں میں ماپو۔ اور ا ع کو ع ب پر تقسیم کرکے نسبت $\frac{\text{ا ع}}{\text{ع ب}}$ معلوم کرو۔ پھر ا ط اور ط ج کو انچوں میں

ماپو - اور نسبت $\frac{\text{اط}}{\text{طج}}$ معلوم کرو - اگر تمہاری پیمائش اور عمل درست ہے - تو تم کو معلوم ہو جائیگا - کہ $\frac{\text{اع}}{\text{عب}} = \frac{\text{اط}}{\text{طج}}$ ۔

مشق 2 - تین مختلف مثلّث کھینچ کر مشق ا کو دہراؤ ۔

اوپر کی مشقوں سے صاف نتیجہ نکلتا ہے - کہ **اگر ایک خط مستقیم کسی مثلّث کے ایک ضلع کا متوازی کھینچا جائے - تو وہ باقی دو ضلعوں کو ایک ہی نسبت سے قطع کریگا ۔**

مسئلہ 22

136 مشق ا - کوئی مثلّث اب ج کھینچو - اب اور اج کو 2:1 کی نسبت سے د، ی پر تقسیم کرو۔ نقاطِ تقسیم کو ملاؤ۔ متناظرہ زاویے ادی اور اب ج کو ماپ کر بتاؤ۔ کہ دی اور ب ج متوازی ہیں یا نہیں ۔

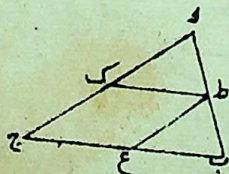
مشق 2 - مثلّث اب ج کے اضلاع اب اور

ا ج کو د اور ی پر 4 : 5 کی نسبت ہیں تقسیم کرکے خط د ی کو ملاؤ - کیا د ی اور ب ج متوازی ہیں +

مشق 3 - کسی مثلث کے دو ضلعوں کو کسی اور نسبت سے تقسیم کرکے مشق 2 کو دُہراؤ +

مندرجۂ بالا مشقوں سے صاف نتیجہ نکلتا ہے - کہ اگر مثلث کے دو ضلعوں کو ایک ہی نسبت سے تقسیم کیا جائے - تو جو خط نقاطِ تقسیم ہیں ملایا جائیگا - وہ قاعدے کا متوازی ہوگا +

مندرجۂ بالا دفعات کی مندرجۂ ذیل خاص صورتیں نہایت کارآمد ہیں :-

(۱) اگر کسی مثلث کے ایک ضلع کے نقطہ تنصیف سے ایک خط قاعدے کا متوازی کھینچا جائے - تو وہ دوسرے ضلع کی تنصیف کرے گا - اور قاعدے سے نصف ہوگا +

ثبوت - فرض کرو - مثلث ا ب ج کے ضلع ا ب کے نقطۂ تنصیف ط سے ط ک متوازی ب ج کا کھینچا گیا +

ط سے ط ع متوازی ا ج کا کھینچو - جو ب ج کو ع پر ملے +

چونکہ ط ضلع ا ب کا نقطۂ تنصیف ہے - اس

لئے ک بھی اج کا نقطۂ تنصیف ہوگا (دفعہ 135)+
اسی وجہ سے ع ضلع ب ج کا نقطۂ تنصیف ہے +
طک ج ع متوازی الاضلاع ہے ۔ اس لئے
طک = ع ج ، لیکن ع ج = ب ع اس لئے
طک = $\frac{1}{2}$ ب ج +
(۶) کسی مثلّث کے دو ضلعوں کے نقاطِ تنصیف کو ملانے والا خط قاعدے کا متوازی اور نصف ہوتا ہے +
ثبوت آسان ہے +

سوالات نمبر ۴۱

1 ایک مثلّث اب ج کھینچو۔ جس کے ضلعے ″3 ، ″4 ، ″5 ہوں ۔ ضلع اب کے نقطۂ تنصیف ط سے ایک خط طک متوازی ب ج کا کھینچا گیا ۔ مثلّث اطک کے ضلعوں کے طول بتاؤ +

2 ایک مثلّث بناؤ ۔ جس کے ضلعے ″3.2 ، ″4.2 ، ″5.2 ہوں ۔ ضلعوں کے نقاط تنصیف میں خطوط ملاؤ ۔ ان خطوں سے جو نیا مثلّث بنے ۔ اُس کے ضلعوں کے طول بتاؤ +

3 ایک مثلّث متساوی السّاقین اب ج بناؤ ۔ جس کا قاعدہ ب ج 2 انچ ہو ۔ اور ضلعے تین تین انچ ہوں ۔ قاعدے کے نقطۂ وسط

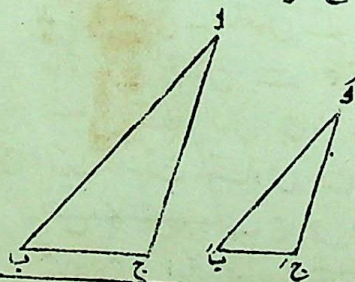
م سے اضلاع کے متوازی خط کھینچو ۔ جو اُن سے ک اور ط پر ملیں ۔ ان خطوں کے طول بتاؤ ۔ م ک ا ط کس قسم کی متوازی الاضلاع ہے ؟

4 کوئی چوکور ا ب ج د کھینچو ۔ اضلاع کے نقاطِ تنصیف ع ، ق ، ر ، ط کو ملاؤ ۔ ثابت کرو ۔ کہ ع ق ر ط متوازی الاضلاع ہے ۔ اور اس کے ضلعے چوکور کے وتروں سے نصف ہیں ✣

---

137 تعریف ۔ متشابہ مثلّث وہ ہیں ۔ جن کے زاوئے باہم مساوی ہوں ۔ اور مساوی زاویوں کے گرد کے ضلعے اپنی اپنی نظیر کے متناسب ہوں ✣

مثلاً اگر دو مثلّث ا ب ج اور اَ بَ جَ متشابہ ہوں ۔ تو زاوئے ا ، ب ، ج ترتیب وار زاویوں اَ ، بَ ، جَ کے مساوی ہونگے ۔ اور

$$\frac{\text{ا ب}}{\text{اَ بَ}} = \frac{\text{ب ج}}{\text{بَ جَ}} = \frac{\text{ج ا}}{\text{جَ اَ}}$$ ✣

یعنی اگر ا ب اَ بَ سے دوچند ہوگا ۔ تو ب ج بھی بَ جَ سے دوچند ہوگا ۔

اور ج ا بھی جَ اَ سے دوچند ہوگا ۔ اور اگر

اب : اَبَ :: 4 : 3

تو بج : بَجَ :: 4 : 3

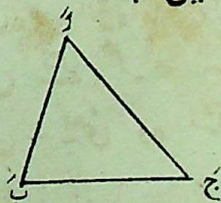
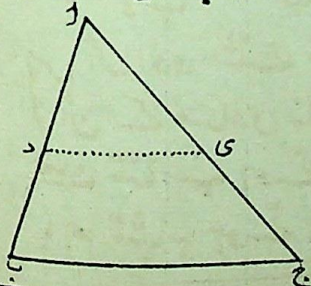
اور جا : جَ اَ :: 4 : 3

نوٹ ا۔ مساوی زاویوں کے مقابل کے ضلعوں کو متناظرہ ضلعے کہتے ہیں ۔ مثلاً اب اور اَبَ +

نوٹ 2 ۔ ہم اوپر بتا چکے ہیں ۔ کہ مثلثوں کے متشابہ ہونے کے لئے دو باتیں ضروری ہیں ۔ (1) ان کے زاوئے باہم مساوی ہوں ۔ (2) مساوی زاویوں کے گرد کے ضلعے متناسب ہوں +

اب ہم ثابت کرینگے ۔ کہ اگر ان دو باتوں میں سے کوئی سی ایک بات مثلثوں میں پائی جائیگی ۔ تو دوسری بات بھی ضرور پائی جائیگی +

مسئلہ 23

138 فرض کرو ۔ کہ اب ج اور اَ بَ جَ دو متساوی الزّوایا مثلث ہیں ۔ جن کے زاوئے ا ، ب ، ج ترتیب وار اَ ، بَ ، جَ کے برابر ہیں +

مثلّث اَ بَ جَ کو کاٹ کر مثلّث ا ب ج پر اس طرح رکھو۔ کہ نقطۂ اَ نقطۂ ا پر آ جائے۔ چونکہ زاویہ اَ زاویہ ا کے برابر ہے۔ اس لئے ضلع اَ بَ ضلع ا ب پر اور ضلع اَ جَ ضلع ا ج پر آ جائیگا۔ فرض کرو۔ کہ ضلع بَ جَ صورت دی میں رکھا گیا ہے۔ چونکہ زاویئے ا د ی اور ا ب ج باہم برابر ہیں۔ اس لئے د ی اور ب ج آپس میں متوازی ہیں۔ لیکن دفعہ 135 سے ہم کو معلوم ہے۔ کہ جب کوئی خط قاعدہ مثلّث کا متوازی کھینچا جاتا ہے۔ تو وہ اُس میں سے ایک ایسا مثلّث قطع کرتا ہے۔ کہ جس کے ضلعے اصلی مثلّث کے ضلعوں کے متناسب ہوتے ہیں۔ پس

$$\frac{ا د}{ا ب} = \frac{د ی}{ب ج} = \frac{ی ا}{ج ا}$$

یعنی

$$\frac{اَ بَ}{ا ب} = \frac{بَ جَ}{ب ج} = \frac{جَ اَ}{ج ا}$$

پس اگر دو مثلّث متساوی الزّوایا ہوں۔ تو اُن کے مساوی زاویوں کے گرد کے ضلعے متناسب ہوتے ہیں۔ یعنی وہ مثلّث باہم متشابہ ہوتے ہیں +

مسئلہ 24

139 مشق ۱ - ایک مثلّث بناؤ - جس کے ضلعے ۱″، ۱.2″، ۱.5 ہوں - دوسرا مثلّث بناؤ - جس کے ضلعے پہلے مثلّث کے ضلعوں سے دُگنے ہوں - اب ان کے زاویوں کو ماپو - کیا زاویے باہم برابر ہیں ؟

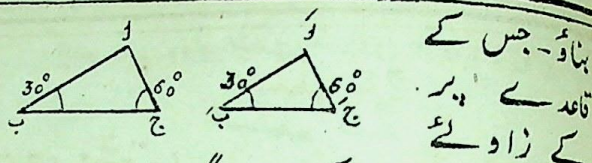
مشق 2 - کوئی مثلّث بناؤ - پھر دوسرا مثلّث بناؤ - جس کے ضلعے پہلے مثلّث کے ضلعوں سے تگنے ہوں - اب زاویوں کو ماپو - کیا برابر ہیں ؟

مشق 3 - دو ایسے مثلّث بناؤ - کہ ایک کے ضلعے دوسرے کے ضلعوں کا کوئی سا ایک ہی ضعف ہوں - پھر اُن کے زاویوں کو ماپو - کیا برابر ہیں ؟

مندرجہ بالا مشقوں سے صاف نتیجہ نکلتا ہے - کہ اگر دو مثلثوں کے ضلعے متناسب ہوں - تو وہ باہم متساوی الزّوایا ہوتے ہیں - اور اس لئے متشابہ ہوتے ہیں ٭

سوالات نمبر 42

۱ 3″ لمبے قاعدے ب ج پر ایک مثلث ا ب ج

بناؤ۔ جس کے قاعدے پر کے زاویے

30 اور 60 درجے کے ہوں۔ 2″ لمبے قاعدے بَ جَ پر دوسرا مثلّث اَ بَ جَ بناؤ۔ جس کے قاعدے پر کے زاویے 30 اور 60 درجے کے ہوں۔ اُن دونو مثلّثوں کے ضلعوں کو ماپو۔ اور اپنی پیمائش سے ثابت کرو۔ کہ

$$\frac{\text{ا ج}}{\text{اَ جَ}} = \frac{\text{ب ج}}{\text{بَ جَ}} = \frac{\text{ا ب}}{\text{اَ بَ}} = \frac{3}{2}$$

2 10 سنٹی میٹر اور 5 سنٹی میٹر لمبے قاعدوں پر دو مثلّث بناؤ۔ جن کے قاعدے پر کے زاویے 50° اور 72° کے ہوں۔ پیمائش سے ثابت کرو۔ کہ ایک مثلّث کے ضلعے دوسرے مثلّث کے متناظرہ ضلعوں سے دو چند ہیں +

3 ایک مثلّث بناؤ۔ جس کے ضلعے 4، 5، 6 سنٹی میٹر ہوں۔ دوسرا مثلّث بناؤ۔ جس کے ضلعے 6، 7.5، 9 سنٹی میٹر ہوں۔ پیمائش سے ثابت کرو۔ کہ دونو مثلّث متساوی الزّوایا ہیں +

4 ایک مثلّث بناؤ۔ جس کے ضلعے 2.4″، 3.2″ اور 4″ ہوں۔ اور ایک اَور مثلّث بناؤ۔ جس کے ضلعے 1.8″، 2.4″ اور 3″ ہوں۔ اُن مثلّثوں کو کاٹ لو۔ اور زاویوں کو ایک دوسرے پر رکھ کر

دیکھو۔کہ دونو مثلّث متساوی الزّوایا ہیں یا نہیں؟

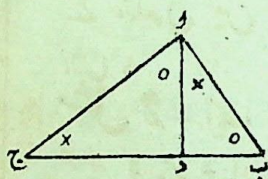
مسئلہ 25

140 مشق 1۔دو مثلّث اب ج اور اَبَ جَ بناؤ۔
جبکہ اب = 2.4″، اج = 3.2″، ا̂ = 60°
اَبَ = 3.6″، اَجَ = 4.8″، ا̂ = 60°
زاویوں کو ماپ کر دیکھو۔ کہ کیا دونو مثلّث متساوی الزّوایا ہیں؟
دیکھو۔ ان مثلّثوں کے متساوی زاویوں کے گرد کے ضلعوں میں نسبتیں $\frac{2.4}{3.2}$ اور $\frac{3.6}{4.8}$ برابر ہیں +

مشق 2۔ ایک مثلّث بناؤ۔جس کا ایک زاویہ 45° کا ہو۔ اور اُس کے گرد کے ضلعے 6 اور 9 سنٹی میٹر ہوں۔دوسرا مثلّث بناؤ۔ جس کا ایک زاویہ 45° کا ہو۔ اور اُس کے گرد کے ضلعوں کے طول کچھ ہی ہوں۔مگر اُن کے طولوں میں نسبت 9:6 کی ہو۔چھوٹے مثلّث کے زاویوں کو بڑے مثلّث کے زاویوں پر رکھ کر دیکھو کہ آیا دونو مثلّث متساوی الزّوایا یعنی متشابہ ہیں یا نہیں؟
مندرجۂ بالا مشقوں سے صاف نتیجہ نکلتا ہے۔
کہ اگر دو مثلّثوں میں ایک مثلّث کا ایک زاویہ دوسرے مثلّث کے ایک زاویئے کے برابر ہو۔اور ان برابر زاویوں کے گرد

کے اضلاع متناسب ہوں - تو مثلّث متشابہ ہونگے ÷

مثلّث قائم الزّاویہ

۱۷۱ اگر مثلّث قائم الزّاویہ میں زاویۂ قائمہ سے وتر پر عمود ڈالا جائے - تو اس طرح جو دو مثلّث پیدا ہونگے - وہ اصلی مثلّث کے متشابہ ہونگے - اور آپس میں بھی متشابہ ہونگے ÷

مثلّث ا ب ج قائم الزّاویہ ہے -

زاویۂ قائمہ ا سے ب ج پر ا د عمود ہے -

چونکہ ب ا د + د ا ج = ایک قائمہ

اور د ج ا + د ا ج = ایک قائمہ

∴ ب ا د = د ج ا

پس مثلّث ا د ب اور ا د ج مساوی الزّوایا ہیں - اور اس لئے متشابہ ہیں -

نیز مثلّث ا د ب اور ا ب ج میں زاویہ ب مشترک ہے - اور زاوئے ب د ا اور ب ا ج قائمے ہیں - اس لئے دونو مثلّث مساوی الزّوایا ہیں - اور اس لئے متشابہ ہیں ÷

اسی طرح ثابت ہو سکتا ہے - کہ مثلّث ا د ج اور ا ب ج متشابہ ہیں ÷

142 مثلّث قائم الزّاویہ کا زاویہ ا قائمہ ہے۔ اور اد وتر ب ج پر عمود ہے۔ ثابت کرو۔ کہ

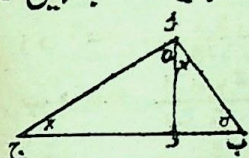
(1) اب^2 = ب د × ب ج

(2) اج^2 = ج د × ب ج

(3) اد^2 = ب د × ج د

(4) اب^2 + اج^2 = ب ج^2

حل (۱) چونکہ مثلّث ادب اور اب ج تشابہ ہیں۔

اس لئے اب / ب د = ب ج / اب

∴ اب^2 = ب د × ب ج

(2) چونکہ مثلّث اج د اور اج ب متشابہ ہیں۔

اس لئے اج / ج د = ب ج / اج

∴ اج^2 = ج د × ب ج

(3) چونکہ مثلّث ادب اور ادج متشابہ ہیں۔

اس لئے اد / ب د = ج د / اد

∴ اد^2 = ب د × ج د

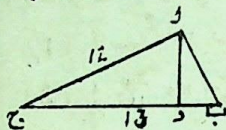
یعنی عمود کا مربّع = وتر کے حصّوں کا حاصل ضرب

(4) نتائج (۱) اور (2) کو جمع کیا۔ تو

اب^2 + اج^2 = ب ج (د ج + ب د) = ب ج^2

یہ مسئلہ فیثا غورس ہے +

مندرجۂ بالا چاروں نتائج نہایت کار آمد ہیں +

مثال 1 - مثلث قائم الزاویہ کا وتر 13 انچ ہے - اور ایک ضلع 12 انچ - زاویہ قائمہ سے وتر پر جو عمود گرایا جائے - اُس کی لمبائی معلوم کرو - نیز وتر کے حصوں کے طول بتاؤ +

ا ، ب ، ج ، د ، 12 ، 13

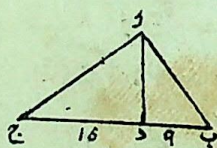
حل - فرض کرو - کہ ا ج 12 انچ ہے - اور ب ج 13 انچ -

ا ب = $\sqrt{(13-12)(13+12)} = 5$ انچ

ا د = $\frac{12 \times 5}{13} = 4\frac{8}{13}$ انچ

ب د = $\frac{\text{ا ب}^2}{\text{ب ج}} = \frac{25}{13} = 1\frac{12}{13}$ انچ

ج د = $\frac{\text{ا ج}^2}{\text{ب ج}} = \frac{144}{13} = 11\frac{1}{13}$ انچ

مثال 2 - ایک مثلث قائم الزاویہ کے زاویہ قائمہ سے جو عمود وتر پر گرایا گیا ہے - اس سے وتر کے دو حصے 9 فٹ اور 16 فٹ ہو گئے - عمود کی لمبائی اور مثلث کے ضلع معلوم کرو +

ا ، ب ، ج ، د ، 16 ، 9

حل ا د = $\sqrt{16 \times 9} = 12$ فٹ

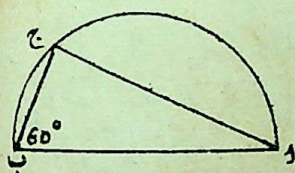
ا ب = $\sqrt{12^2 + 9^2} = \sqrt{225} = 15$ فٹ

ا ج = $\sqrt{16^2 + 12^2} = \sqrt{400} = 20$ فٹ +

سوالات نمبر 43

1 ایک مثلّث میں زاویۂ قائمہ کے گرد کے ضلعے 3" اور 4" ہیں۔ مثلّث بناؤ۔ اور اس عمود کی بلندی معلوم کرو۔ جو زاویۂ قائمہ سے وتر پر کھینچا جائے +

2 ایک مثلّث قائم الزاویہ کا وتر 5.2" اور ایک ضلع 2.4" ہے۔ مثلّث بناؤ۔ اور زاویۂ قائمہ سے وتر پر عمود ڈالنے سے وتر کے جو دو حصّے ہو جاتے ہیں۔ اُن کے طول معلوم کرو +

3 ایک مثلّث قائم الزاویہ بناؤ۔ جس کا وتر 5 انچ ہو۔ اور ایک حادّہ زاویہ 60° کا ہو + مثلّث کے ضلعے معلوم کرو +

نوٹ۔ اب وتر 5" کے برابر لو۔ اس پر نصف دائرہ بناؤ۔ اب̂ج 60° کا بناؤ۔ اج کو ملاؤ۔ اب ج مثلّث مطلوب ہے +

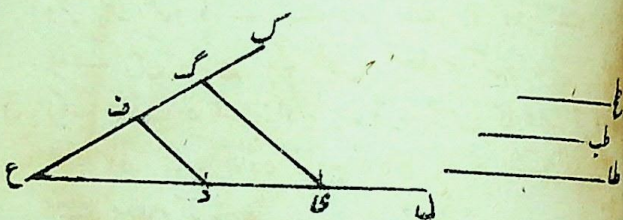
4 ایک مثلّث متساوی الاضلاع اب ج کا ضلع 4" ہے۔ اور اد ضلع ب ج پر اور دع ضلع اب پر عمود ڈالے گئے ہیں۔ اع اور ب ع کی لمبائی معلوم کرو +

5 ایک مثلّث متساوی الساقین کا ہر مساوی ضلع ا فٹ 3 انچ ہے۔ اور قاعدہ ایک فٹ 6 انچ۔

قاعدہ کے نقطۂ وسط سے عمود ضلعوں پر ڈالے گئے۔ ان عمودوں کے طول معلوم کرو +

---

143 تین خطوط مستقیم معلوم کے تناسب میں چوتھا متناسب خط مستقیم دریافت کرو +

فرض کرو۔ کہ طا، طب اور طج تین خطوطِ مستقیم معلوم کے طول ہیں +

کوئی سا زاویہ ل ع ک بناؤ۔
ع ل پر ع د برابر طا کے اور دی برابر طب کے قطع کرو۔
ع ک پر ع ف برابر طج کے قطع کرو۔ د ف کو ملاؤ۔ ی میں سے ی گ متوازی د ف کا کھینچو۔ جو ع ک کو گ پر قطع کرے۔ تو طا، طب، طج کے تناسب میں ف گ چوتھا متناسب خط ہوگا +
چونکہ مثلث ع ی گ میں د ف متوازی ی گ کے ہے۔ اس لئے $\frac{\text{طا}}{\text{طب}} = \frac{\text{طج}}{\text{ف گ}}$ +

144 - تعریف - اگر لا ایک ایسی مقدار ہو - کہ

$\frac{طا}{طب} = \frac{طب}{لا}$ ، تو لا کو طا ، طب کے لحاظ

سے تیسرا متناسب کہیں گے +

---

145 - فرض کرو - کہ طا ، طب دو خطوط معلوم ہیں - اور لا تیسرا متناسب معلوم کرنا چاہتے ہیں اس کے یہ معنی ہیں - کہ طا ، طب ، طب کے تناسب میں چوتھا خط متناسب معلوم کرنا ہے - پس دفعہ 143 میں طح کی بجائے طب لینے سے تیسرا خط متناسب معلوم ہو سکتا ہے +

سوالات نمبر 44

1 2.4 ، 1.5 ، 1.6 کے تناسب میں چوتھا خط متناسب شکل بنا کر معلوم کرو +

2 ایک سنٹی میٹر کو اکائی فرض کرکے شکل ہندسی کی مدد سے $\frac{4.9 \times 3.7}{6.1}$ کی قیمت معلوم کرو +

3 ایک انچ کو طول کی اکائی مان کر تناسب 1 : 1.5 :: 1.6 : لا میں لا کی قیمت شکل بنا کر معلوم کرو +

4 ایک سنٹی میٹر کو طول کی اکائی مان کر تناسب لا : 4.2 :: 4.2 : 6.3 میں لا کی قیمت شکل بنا کر معلوم کرو +

5 ″2.5 اور ″1.5 کے تناسب میں تیسرا متناسب شکل بنا کر معلوم کرو۔

6 ایک انچ کو طول کی اکائی مان کر $\frac{(2.4)^2}{1.8}$ کی قیمت شکل بنا کر دریافت کرو۔

---

146 دو خطوط مستقیم معلوم کا وسط فی التناسب دریافت کرو۔

فرض کرو۔ کہ طا، طب دو خطوط مستقیم معلوم ہیں۔ ایک خط مستقیم لا ایسا معلوم کرنا چاہتے ہیں کہ $\frac{\text{طا}}{\text{لا}} = \frac{\text{لا}}{\text{طب}}$ یعنی لا^2 = طا × طب

کسی خط دع سے دل = طا اور ل ب = طب قطع کرو۔

دب پر نصف دائرہ دج ب بناؤ۔

دب پر عمود ل ج کھینچو۔ جو محیط سے ج پر ملے۔

ل ج وسط فی التناسب ہوگا۔

∵ مثلّث ال ج ، ب ل ج متشابہ ہیں [دفعہ ۱۸۱]

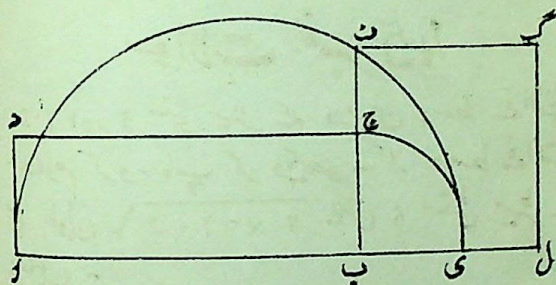
$$\therefore \frac{\text{ال}}{\text{ل ج}} = \frac{\text{ل ج}}{\text{ل ب}}$$ +

پس ل ج وسط فے التناسب ال اور اب کا یعنی طا اور طب کا ہے +

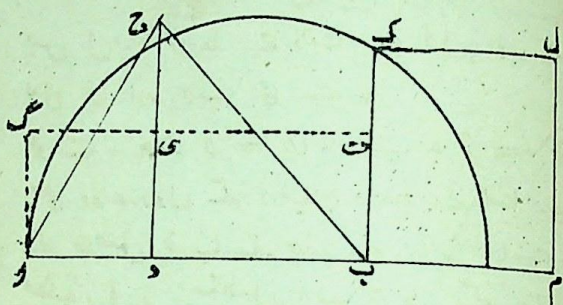
نوٹ - چونکہ $\text{لا}^2 = \text{طا} \times \text{طب} \; \therefore \; \text{لا} = \sqrt{\text{طا} \times \text{طب}}$

یعنی دو عددوں کے درمیان وسط فے التناسب ان کے حاصل ضرب کے جذر کے برابر ہوتا ہے +

مشق ۱ ، مستطیل اب ج د کے برابر مربّع بناؤ -

اب کو ی تک بڑھاؤ - اور ب ی کو ب ج کے برابر قطع کرو -

اب اب اور ب ی کے درمیان وسط فے التناسب ب ف معلوم کرو - ب ف پر مربّع بناؤ +

مشق ۲ - ایک مثلّث اب ج کے برابر مربع بناؤ -

اب پر عمود ج د کھینچو۔ ج د کی ی پر تنصیف کرو۔

اب پر مستطیل اب ف گ بناؤ۔ جس کا دوسرا ضلع دی کے برابر ہو۔ باقی عمل اوپر کی مشق ۱ کی طرح کرو۔

سوالات نمبر 45

1 7.2 اور 5 سنٹی میٹر کے درمیان وسط فے التناسب معلوم کرو۔ ماپ کر دیکھو۔ کہ وسط فے التناسب کا طول $\sqrt{7.2 \times 5}$ یعنی 6 سنٹی میٹر ہے یا نہیں +

2 شکل بنا کر 3 اور 5 کا جذر معلوم کرو +

3 شکل بنا کر $\sqrt{1.5}$ اور $\sqrt{8}$ کی قیمت معلوم کرو +

4 تناسب لا : 16 :: 25 : لا میں لا کی قیمت شکل بنا کر معلوم کرو۔ اور اپنے عمل کی پڑتال طریقۂ

حساب سے π کی قیمت دریافت کرکے کرو +

نوٹ - فی انچ ۱۰ کے پیمانے سے شکل کھینچو +

5 شکل بنا کر $\sqrt{\frac{14}{5}}$ کی قیمت معلوم کرو +

6 ایک مربع بناؤ - جس کا رقبہ 6 مربع انچ ہو +

7 ایک مستطیل کھینچو - جس کے ضلعے 3 انچ اور ایک انچ ہوں - پھر اس مستطیل کے برابر مربع بناؤ +

8 ایک مثلث کھینچو - جس کے ضلعے ″1.25، ″2.47 اور ″3.16 ہوں - پھر اس مثلث کے برابر مربع بناؤ +

---

147 تعریف - متشابہ مستقیمۃ الاضلاع شکلیں وہ ہیں - جن کے زاویے باہم مساوی ہوں - اور مساوی زاویوں کے گرد کے ضلعے اپنی اپنی نظیر کے متناسب ہوں +

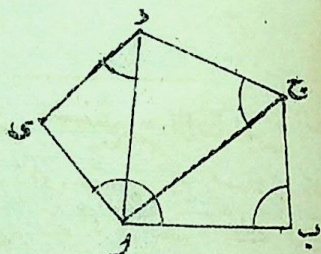
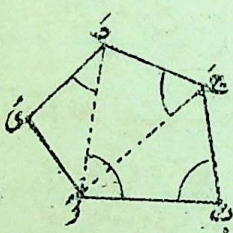
مثلاً اگر دو شکلیں اب ج د ی، اَ بَ جَ دَ یَ متشابہ ہوں تو زاویے

د ج ی ا ب — دَ جَ یَ اَ بَ

ا، ب، ج، د، ی ترتیب وار زاویوں اَ، بَ، جَ، دَ، یَ کے مساوی ہونگے -

اور

$$\frac{اب}{اَبَ} = \frac{ب ج}{بَ جَ} = \frac{ج د}{جَ دَ} = \frac{د ی}{دَ یَ} = \frac{ی ا}{یَ اَ}$$ +

148 ایک دئے ہوئے خط مستقیم اب پر ایک ایسی شکل مستقیمۃ الاضلاع بناؤ۔ جو ایک دی ہوئی شکل مستقیمۃ الاضلاع اَبَ جَ دَ یَ کے متشابہ ہو۔

اَجَ اور اَدَ کو ملاؤ۔ اس سے شکل اَبَ جَ دَ یَ چند مثلثوں میں تقسیم ہو گئی +

اب ب ا ج برابر بَ اَ جَ کے اور ا ب ج برابر اَ بَ جَ کے بناؤ +

اس طرح مثلث ا ب ج کے زاوئے مثلث اَ بَ جَ کے زاویوں کے برابر ہونگے۔ اور اس لئے دونو مثلث متشابہ ہونگے +

پھر ج ا د برابر جَ اَ دَ کے اور ا ج د برابر اَ جَ دَ

کے بناؤ ✣

اور $\widehat{\text{د ا ی}}$ برابر $\widehat{\text{دَ اَ یَ}}$ کے اور $\widehat{\text{ا د ی}}$ برابر $\widehat{\text{اَ دَ یَ}}$ کے بناؤ ✣

شکل ا ب ج د ی شکل اَ بَ جَ دَ یَ کے متشابہ ہوگی ✣

ثبوت۔ بناوٹ سے ظاہر ہے۔ کہ دونو شکلیں مساوی الزوایا ہیں۔ اب ہم ثابت کرینگے کہ مساوی زاویوں کے گرد کے ضلعے متناسب ہیں ✣

∵ △ ا ب ج اور اَ بَ جَ متشابہ ہیں۔

$$\therefore \frac{\text{ا ب}}{\text{اَ بَ}} = \frac{\text{ب ج}}{\text{بَ جَ}}$$

پس $\widehat{\text{ب}}$ اور $\widehat{\text{بَ}}$ کے گرد کے ضلعے متناسب ہیں

∵ △ ا ب ج اور اَ بَ جَ متشابہ ہیں ✣

$$\therefore \frac{\text{ب ج}}{\text{بَ جَ}} = \frac{\text{ج ا}}{\text{جَ اَ}} \quad \dots\dots\dots (1)$$

نیز چونکہ △ ا ج د اور اَ جَ دَ متشابہ ہیں۔

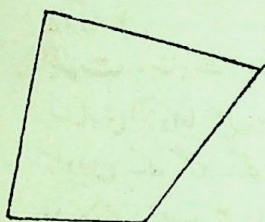
$$\text{اس لئے} \quad \frac{\text{ج ا}}{\text{جَ اَ}} = \frac{\text{ج د}}{\text{جَ دَ}} \quad \dots\dots\dots (2)$$

(1) اور (2) سے ظاہر ہے۔ کہ

$$\frac{\text{ب ج}}{\text{بَ جَ}} = \frac{\text{ج د}}{\text{جَ دَ}}$$

پس $\widehat{\text{ج}}$ اور $\widehat{\text{جَ}}$ کے گرد کے ضلعے متناسب ہیں

اسی طرح باقی زاویوں کے گرد کے ضلعے متناسب ثابت ہو سکتے ہیں +

سوالات نمبر 46

1 یہ ایک چوکور دی ہوئی ہے - 3 لمبے خط پر اس کے متشابہ چوکور بناؤ +

2 کاغذ پر کوئی پانچ ضلعے کی شکل کھینچو - اور اس کے متشابہ ایک اور شکل بناؤ (1) جس کے ضلعے ترتیب وار تمہاری شکل کے ضلعوں سے نصف ہوں - (2) ڈیوڑھے ہوں +

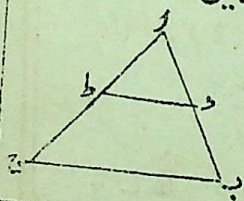
---

149 اگر ایک شکل کے دو ضلعے معلوم ہوں - اور دوسری متشابہ شکل کے متناظرہ ضلعوں میں سے ایک ضلع معلوم ہو - تو دوسری شکل کا دوسرا ضلع اربعہ کے قاعدے سے معلوم ہو سکتا ہے +

ذیل کی مثالیں توجہ کے قابل ہیں :-

مثال ا - مثلث ا ب ج میں

ا ب = 12″ ، ا ج = 16″ ہے -

ضلع ا ب کے نقطۂ د سے د ط

متوازی ب ج کا کھینچا گیا -

اگر ا سے د کا فاصلہ "6 ہو - تو ا سے ط کا فاصلہ بتاؤ -

حل مثلث ا ب ج اور ا د ط متشابہ ہیں - اس لئے

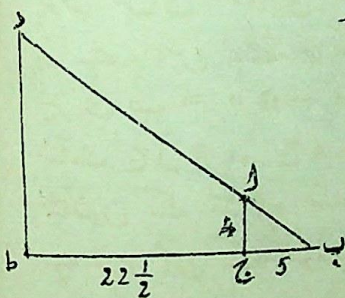
$$\text{اط} : \text{اد} = \text{اج} : \text{اب}$$

$$\therefore \text{اط} : 6 = 16 : 14$$

$$\therefore \text{اط} = \frac{6 \times 16}{14} = 6\frac{6}{7} \text{ انچ}$$

مثال 2 - 4 فٹ طول کی لکڑی سیدھی زمین پر کھڑی کی گئی - اور اس کا سایہ 5 فٹ پڑا - اسی وقت ایک درخت کا سایہ 22 فٹ 6 انچ پڑا - درخت کی بلندی بتاؤ -

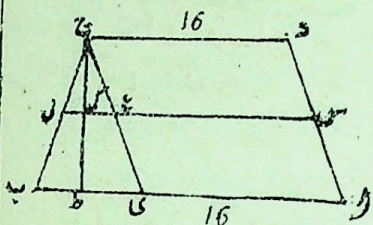
حل اج لکڑی 4 فٹ ہے - اس کا سایہ ب ج 5 فٹ ہے - درخت د ط کا سایہ ط ب $22\frac{1}{2}$ فٹ ہے - ہم د ط کو معلوم کرنا چاہتے ہیں - مثلث اج ب، د ط ب متشابہ ہیں -

د، ا، 4، ط، $22\frac{1}{2}$، ج، 5، ب

$$\because \frac{\text{دط}}{\text{بط}} = \frac{\text{اج}}{\text{بج}}$$

$$\therefore \frac{\text{دط}}{22\frac{1}{2}} = \frac{4}{5}$$

$$\therefore \text{دط} = 18 \text{ فٹ}$$

مثال 3 - ایک ٹریپیزائڈ کے متوازی ضلعے 16 اور 20 ہیں - ایک اور خط اضلاع متوازیہ کا

متوازی ٹریپزائڈ کے اندر کھینچا گیا ہے۔ اور یہ خط اضلاع متوازیہ سے تساوی البعد (یعنی یکساں فاصلے پر) ہے

اس خط کا طول معلوم کرو +

حل ، ذو زنقہ ا ب ج د میں خط س ل کھینچا گیا ہے۔ جو اب کا متوازی ہے۔ اور ا ب اور ج د سے یکساں فاصلے پر ہے۔

ج ی متوازی د ا کا کھینچو۔ اور ج ط عمود ڈالو مثلث ج ل ع اور ج ب ی متشابہ ہیں +

چونکہ س ل متوازی ضلعوں سے یکساں فاصلے پر ہے۔ اس لئے ج ک = $\frac{1}{2}$ ج ط

نیز ی ب = ۲۰ − 16 = 4

مثلث ج ل ع اور ج ب ی متشابہ ہیں۔ اور متشابہ مثلثوں کے متناظرہ ضلعوں میں وہی نسبت ہوتی ہے۔ جو اُن کے عمودوں میں ہوتی ہے۔ پس

$$\frac{\text{ع ل}}{\text{ج ک}} = \frac{\text{ی ب}}{\text{ج ط}}$$

∴ ع ل = $\frac{\text{ج ک}}{\text{ج ط}}$ × ی ب = $4 \times \frac{1}{2} = 2$

∴ س ل = س ع + ع ل = $16 + 2 = 18$

سوالات نمبر 47

1 ایک آدمی کا قد 4 فٹ 6 انچ تھا۔ جب وہ سیدھا کھڑا ہوا۔ تو اُس کا سایہ 6 فٹ پڑا۔ اور اسی وقت ایک بُرج کا سایہ 48 فٹ پڑ رہا تھا۔ برج کی بلندی بتاؤ ◆

2 ایک آدمی کا قد $5\frac{1}{2}$ فٹ تھا۔ جب وہ سیدھا کھڑا ہوا۔ تو اُس کا سایہ 4 فٹ پڑا۔ اُسی وقت ایک درخت کا سایہ 16 فٹ پڑ رہا تھا۔ درخت کی بلندی بتاؤ ◆

3 جب 3 فٹ لمبی لکڑی سیدھی زمین پر کھڑی کی گئی۔ تو اُس کا سایہ $4\frac{1}{2}$ فٹ پڑا۔ بتاؤ۔ 30 فٹ لمبے کھڑے بانس کا سایہ کتنا لمبا ہوگا ◆

4 ایک ذو زنقہ کے اضلاع متوازیہ 150 اور 162 گرم ہیں۔ اس کے اندر ایک خط متوازی ضلعوں کا متوازی اور اُن سے یکساں فاصلے پر کھینچا گیا۔ اُس کا طول بتاؤ ◆

5 ایک ٹریپیزائڈ کے متوازی ضلعے 10 فٹ اور 16 فٹ ہیں۔ اس کے اندر دو خط متوازی ضلعوں کے متوازی کھینچے گئے ہیں۔ اور یہ چاروں خط ایک دوسرے سے متساوی البعد ہیں۔ ان خطوں کے طول بتاؤ ◆

6 ایک ذو زنقہ کے متوازی ضلعے 12 اور 16 گز ہیں - اور اُن کا درمیانی عمودی فاصلہ 6 فٹ ہے - باقی دو غیر متوازی ضلعے بڑھا کر ملائے گئے ہیں - تو ملاپ کے نقطے کا عمودی فاصلہ متوازی الاضلاع میں سے بڑے ضلع سے بتاؤ +

7 ایک میل کو ۱۰ انچ فرض کر کے ایک کھیت کا نقشہ بنایا گیا - اگر یہ نقشہ آدھ انچ ضلع کا مربّع ہو - تو کھیت کا رقبہ کتنے ایکڑ ہے +

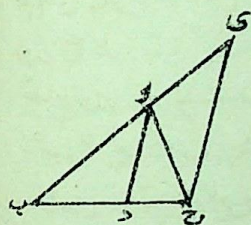
8 ایک میل کو 15 انچ کے برابر رکھ کر ایک کھیت کا نقشہ بنایا گیا - اگر یہ نقشہ شکل میں مربّع ہو - اور اُس کا رقبہ 6.25 مربّع انچ ہو - تو کھیت کا پیری میٹر بتاؤ +

9 ایک آدمی ایک برج کی بلندی معلوم کرنا چاہتا تھا - اُس نے برج سے 24 فٹ کے فاصلے پر ایک لکڑی گاڑ دی - اور جب برج سے ۵ فٹ اور پرے ہٹ کر دیکھا - تو لکڑی اور برج کی چوٹیاں ایک سیدھ میں نظر آئیں - اگر آدمی کی آنکھ زمین سے 5 فٹ اور لکڑی 13 فٹ اونچی ہو - تو برج کی بلندی بتاؤ +

10 ایک ٹریپیزائڈ کے اضلاع متوازیہ 20 گز اور چھ گز ہیں - اور باقی دونو ضلعے چھبیس چھبیس گز ہیں - اگر یہ دونو مساوی ضلعے بڑھا کر ملائے جائیں - اور ملاپ کے نقطے سے بڑے

متوازی ضلع پر عمود کھینچا جائے۔ تو بتاؤ۔ اس عمود کا طول کیا ہوگا۔ اور ثابت کرو کہ چھوٹا متوازی ضلع اس عمود کی تنصیف کرے گا +

---

150 مثلث کے کسی زاویئے کی تنصیف کرنے والا خط مقابل کے ضلعے کو اُسی نسبت سے تقسیم کرے گا۔ جو نسبت اس زاویئے کے گرد کے ضلعوں میں ہوتی ہے +

مثلث ا ب ج کے اؔ کی تنصیف خط ا د سے کرو۔ ج سے خط ج ی متوازی ا د کا کھینچو۔ جو ب ا خارج شدہ کو ی پر ملے +

چونکہ ج ی متوازی ا د کا ہے۔

اس لئے ی ج اؔ = د ا ج، اور ا ی ج = ب ا د

لیکن د ا ج = ب ا د

اس لئے ی ج ا = ا ی ج اس لئے ا ی = ا ج

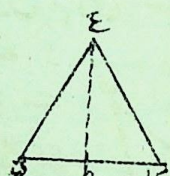
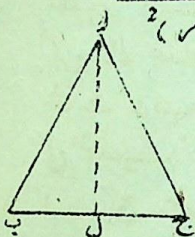
اب چونکہ ی ج متوازی ا د کا ہے۔

اس لئے $\frac{\text{ا ب}}{\text{ا ی}} = \frac{\text{ب د}}{\text{د ج}}$

یعنی $\frac{\text{ا ب}}{\text{ا ج}} = \frac{\text{ب د}}{\text{د ج}}$ ؛ ا ی = ا ج +

١٥١ متشابہ مثلثوں کے رقبوں میں وہی نسبت ہوتی ہے۔ جو اضلاع متناظرہ پر کے مربعوں میں ہوتی ہے ۔

فرض کرو کہ ا ب ج اور ع ق ر دو متشابہ مثلث ہیں۔ جن میں زاویے ا، ب، ج بالترتیب زاویوں ع، ق، ر کے برابر ہیں۔ ہم ثابت کرینگے۔

کہ $$\frac{\triangle\ \text{ا ب ج}}{\triangle\ \text{ع ق ر}} = \frac{(\text{ب ج})^2}{(\text{ق ر})^2}$$

ا ل ضلع ب ج پر اور ع ط ضلع ق ر پر عمود کھینچو۔ اب چونکہ دونو مثلث ا ب ل اور ع ق ط مساوی الزوایا ہیں ۔

$$\therefore \frac{\text{ا ل}}{\text{ع ط}} = \frac{\text{ا ب}}{\text{ع ق}}$$

چونکہ مثلث ا ب ج اور ع ق ر متشابہ ہیں۔

$$\therefore \frac{\text{ا ب}}{\text{ع ق}} = \frac{\text{ب ج}}{\text{ق ر}}$$

پس $$\frac{\text{ا ل}}{\text{ع ط}} = \frac{\text{ب ج}}{\text{ق ر}} \qquad (1)$$

نیز $$\frac{\text{رقبہ مثلث ا ب ج}}{\text{رقبہ مثلث ع ق ر}} = \frac{\frac{1}{2}\ \text{ا ل} \times \text{ب ج}}{\frac{1}{2}\ \text{ع ط} \times \text{ق ر}}$$

$$= \frac{\text{ا ل}}{\text{ع ط}} \times \frac{\text{ب ج}}{\text{ق ر}}$$

$$= \frac{\text{ب ج}^2}{\text{ق ر}^2}$$ [بموجب (1)

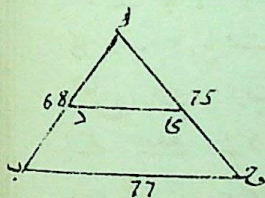
مثال ۱ ، ایک مثلّث کے ضلعے 13 ، 14 اور 15 فٹ ہیں۔ رقبہ معلوم کرو۔ اور بتاؤ۔ کہ اُس مثلّث کا کیا رقبہ ہوگا۔ جس کے ضلعے 65 ، 70 اور 75 فٹ ہیں ؟

حل پہلے مثلّث کا رقبہ = 84 مربّع فٹ

چونکہ دوسرے مثلّث کے ضلعے پہلے مثلّث کے ضلعوں سے پچگنے ہیں ۔ اس لیئے دوسرے مثلّث کا رقبہ پہلے مثلّث کے رقبے سے 25 گنا ہوگا۔ پس دوسرے مثلّث کا رقبہ = 25 × 84 مربع فٹ

= 2100 " "

مثال 2 ۔ ایک مثلّث کے ضلعے 68 ، 75 اور 77 فٹ ہیں۔ 68 فٹ لمبے ضلع کے نقطۂ تنصیف سے ایک خط سب سے بڑے ضلع کا متوازی کھینچا گیا۔ بتاؤ۔ اس خط سے مثلّث کے جو دو حصّے بنیں گے ۔ اُن کے رقبے جُدا جُدا کیا ہونگے ؟

ا
68 د 75 ی
ب ج
77

حل۔ فرض کرو۔ کہ اب کے نقطۂ تنصیف د سے دی متوازی ب ج کا کھینچا گیا ہے ۔ ظاہر ہے۔ مثلّث ادی مثلّث اب ج کے متشابہ ہے ۔ اور چونکہ اس کا ضلع اد ضلع اب کا نصف ہے ۔ اس لئے مثلّث ادی کا رقبہ مثلّث

اب ج کے رقبے کا چوتھا حصّہ ہوگا ٭

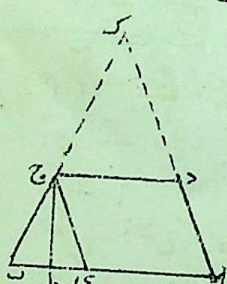
مثلث اب ج کا رقبہ = 2310 مربع فٹ

مثلث ادی کا رقبہ = $2310 \times \frac{1}{4}$

= $577\frac{1}{2}$ مربع فٹ

اور شکل دب ج ی کا رقبہ = $2310 - 577\frac{1}{2}$

= $1732\frac{1}{2}$ مربع فٹ

مثال 3 - ایک چوکور کے دو ضلعے متوازی اور دو مساوی ہیں - مساوی ضلعوں میں سے ہر ایک ضلع 12 فٹ 6 انچ ہے - اور متوازی ضلعوں میں سے بڑا ضلع 21 فٹ ہے - اور متوازی ضلعوں کا درمیانی فاصلہ 12 فٹ ہے - چوکور کا رقبہ معلوم کرو - نیز اگر مساوی ضلعوں کو بڑھا کر ملائیں - تو دو متساوی الساقین تکونیں پیدا ہونگی - ان میں سے چھوٹی تکون کا رقبہ دریافت کرو ٭

حل چوکور اب ج د کے ضلعے اد اور ب ج مساوی ہیں - اور اب اور ج د متوازی ہیں -

اد = ج ب = $12\frac{1}{2}$ فٹ ، اب = 21 فٹ

ج ی متوازی د ا کا کھینچو - جو اب سے ی پر ملے -

ج ط عمود اب پر کھینچو - ج ط = 12 فٹ

ط ب^2 = ج ب^2 - ج ط^2 = $(12\frac{1}{2})^2 - (12)^2$

$= \frac{625}{4} - 144 = \frac{49}{4}$

∴ ط ب = $\frac{7}{2}$ فٹ

∴ ی ب = 2 ط ب = 7 فٹ -

د ج = ای = اب - ی ب = 21 - 7 = 14 فٹ

چوکور کا رقبہ = $\frac{1}{2}$ ج ط (اب + د ج)

$= \frac{1}{2} \times 12 \times (21 + 14) = 210$ مربع فٹ +

نیز اگر اد اور ب ج نقطہ ک پر ملیں - تو دو متساوی الساقین مثلثیں ک د ج اور ک اب پیدا ہونگی -

دیکھو - مثلث ک د ج مثلث ج ی ب کے متساوی الزوایا ہے - اور اس لئے دونو مثلثیں متشابہ ہیں - پس

رقبہ ک د ج / رقبہ ج ی ب = $\frac{(\text{د ج})^2}{(\text{ی ب})^2}$

∴ رقبہ ک د ج = رقبہ ج ی ب × $\frac{(\text{د ج})^2}{(\text{ی ب})^2}$

$= \frac{1}{2} \times 12 \times 7 \times \frac{14 \times 14}{7 \times 7}$

= 168 مربع فٹ +

سوالات نمبر 48

۱ ایک مثلث کا رقبہ معلوم کرو - جس کے ضلعے

14، 48 اور 50 فٹ ہیں - اور بتاؤ کہ اس مثلّث کا رقبہ کیا ہوگا - جس کے ضلعے 12، $3\frac{1}{2}$، $12\frac{1}{2}$ فٹ ہیں ؟

2 دو متشابہ مثلّثوں کے رقبوں میں 1 : 16 کی نسبت ہے - اور چھوٹے مثلّث کے ضلعے $2\frac{1}{2}$، $4\frac{1}{2}$، $3\frac{1}{2}$ فٹ ہیں - بڑے مثلّث کے ضلعے معلوم کرو ۔

3 ایک مثلّث کے ضلعے 4، 5، 6 انچ ہیں - اور دوسرے مثلّث کے ضلعے 6، $7\frac{1}{2}$، 9 انچ ہیں - اُن کے رقبوں میں نسبت معلوم کرو ۔

4 ایک مثلّث کے ضلعے 13، 14، 15 فٹ ہیں - اوّل کے دو ضلعوں کے نقاط تنصیف کو ایک خط کے ذریعے ملاؤ - بتاؤ - اس خط کا طول کیا ہوگا - اور اُس سے مثلّث کے جو دو حصّے بنینگے اُن کے رقبے کیا ہونگے ؟

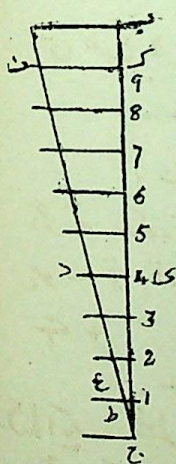
5 ایک مثلّث کے ضلعے 111، 175، 176 فٹ ہیں - سب سے بڑے ضلع کے متوازی دو خط اس طرح کھینچے گئے ہیں - کہ اُن سے باقی ضلعے تین تین مساوی حصّوں میں تقسیم ہو گئے ہیں - بتاؤ - مثلّث کے جو تین حصّے بنینگے - اُن کے رقبے جُدا جُدا کیا ہونگے ؟

6 ایک چوکور کے دو ضلعے متوازی اور دو مساوی ہیں - مساوی ضلعوں میں سے ہر ایک 25 فٹ

ہے - اور متوازی ضلعوں میں سے بڑا ضلع 50 فٹ ہے - اور اضلاع متوازیہ کا درمیانی فاصلہ 20 فٹ ہے - چوکور کا رقبہ بتاؤ - اگر مساوی ضلعوں کو بڑھا کر ملاویں - تو دو آئیسو سیلس تکونیں پیدا ہونگی - ان میں سے چھوٹی تکون کا رقبہ دریافت کرو +

7 ثابت کرو کہ ذو زنقہ کے اضلاع غیر متوازیہ کے نقاط تنصیف کو ملانے والا خط اضلاع متوازیہ کے نصف مجموعے کے مساوی ہوتا ہے +

---

152 اقطری پیمانہ - اس کو انگریزی میں ڈایاگنل سکیل (Diagonal Scale) کہتے ہیں - اس اس کے ذریعے ہم خطوں کو انچ کے سویں حصے تک ماپ سکتے ہیں - اس کی بناوٹ کو سمجھنے کے لئے مندرجۂ ذیل اصول کو غور سے پڑھو :- اگر تم انچ کے دسویں حصے کو دس برابر حصوں میں تقسیم کرو - تو تم کو معلوم ہو جائیگا - کہ خواہ تمہاری پنسل کتنی ہی باریک ہو - انچ کے سویں

حقّے صاف صاف نظر نہیں آتے - پس اس بات کی ضرورت ہے کہ انچ کے سویں حصّوں کو الگ الگ خطوں پر دکھایا جائے ۔

فرض کرو - کہ اب انچ کا دسواں حصّہ ہے - دس خط متوازی اب کے مساوی فاصلوں پر کھینچو - اب پر ب ج ایک عمود کھینچو - جو دسویں متوازی خط کو ج پر ملے - چونکہ تمام مثلث جن کا راس ج پر ہے - بڑے مثلّث ج ب ا کے متشابہ ہیں - اور ج ا خط ج ب کے $\frac{1}{10}$ کے برابر ہے - اس لئے ا ط خط اب کے $\frac{1}{10}$ کے برابر ہے - لیکن اب $\frac{1''}{10}$ کے برابر ہے -

اس لئے ا ط $= \frac{1}{10} \times \frac{1}{10} = \frac{1}{100}$ انچ

اسی طرح ۲ ع $= \frac{2}{10} \times \frac{1}{10} = \frac{2}{100}$ انچ

۴ د $= \frac{4}{10} \times \frac{1}{10} = \frac{4}{100}$ انچ

۹ ف $= \frac{9}{10} \times \frac{1}{10} = \frac{9}{100}$ انچ

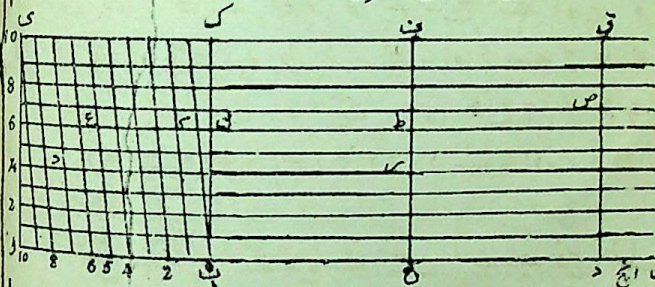
اگر تم مذکورۃ الصدر اصول کو بخوبی سمجھ گئے ہو - تو قطری پیمانے کا تیّار کرنا بہت آسان ہے ۔

---

153 ایک قطری پیمانہ بناؤ - جس پر انچ اور انچ کے دسویں اور سویں حصّوں کے

نشان بنے ہوئے ہوں +

ایک خط دس کھینچو - اور اُسے اب ، ب ج وغیرہ ایک ایک انچ کے برابر حصّوں میں تقسیم کرو - نقاط تقسیم میں سے عمود ای ، ب ک ، ج ف وغیرہ کھینچو - اور ای کو ایک انچ کے برابر قطع کرلو +

اب ، ای اور ی ک کو دس برابر حصّوں میں تقسیم کرو - پھر ای کے نقاطِ تقسیم میں سے اس کے متوازی خطوط کھینچو - اور اب اور ی ک کے نقاط تقسیم کو ترچھے خطوں (وتروں) کے ذریعے اس طرح ملاؤ - جس طرح شکل میں

ہم نے ملایا ہے +

اب قطری پیمانہ تیار ہوگیا - ہم نے صرف تین انچ لمبا پیمانہ بنایا ہے - تم کاغذ پر بڑا پیمانہ بنا سکتے ہو +

فرض کرو - کہ تم ۱۰۵ انچ طول لینا چاہتے ہو - یہ کچھ مشکل نہیں - پرکار کی ایک نوک تو

ج پر ٹکاؤ - اور دوسری نوک کو وب کے نشان 5 تک پھیلاؤ - دونو نوکوں کے درمیان 1.5 انچ طول ہوگا +

اب فرض کرو - کہ تم 1.57 انچ طول لینا چاہتے ہو - پرکار کی ایک نوک کو ط پر ٹکاؤ - اور دوسری کو ع پر - ط ع 1.57 انچ ہوگا - کیونکہ ط ل پورا ایک انچ ہے - اور م ع 0.5 انچ ہے - اور ل م 0.07 انچ ہے +

نوٹ 1 - 1.57 انچ طول لینے کی آسان ترکیب یہ ہے - کہ پہلے 1.5 انچ فاصلہ لینے کے لئے پرکار کی ایک نوک کو ج پر اور دوسری کو 5 پر رکھو - اور پھر 7 خانے اوپر کو چلو - ج سے اوپر کو 7 خانے چلے - تو ط پر پہنچے - اور 5 سے 7 خانے اوپر کو چلے تو ع پر پہنچے - پس ط ع 1.57 انچ ہے + اسی طرح دیکھو ص خ 2.57″ ہے - اور ر د 1.75″ ہے +

مشق - اوپر کے پیمانے میں مندرجہ ذیل طول ناپو :-

2.8″ ، 1.9″ ، 2.4″ ، 1.2″

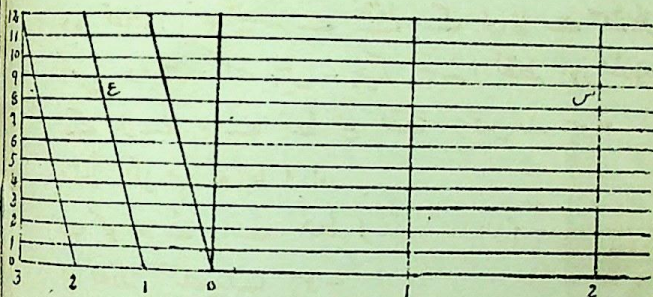
2.07″ ، 2.09″ ، 2.05″ ، 1.01″

2.78″ ، 2.53″ ، 1.86″ ، 1.11″

نوٹ 2 - ظاہر ہے - کہ اگر اب 10 فٹ کو تعبیر

کرے - تو ط ع 15.6 فٹ کو ظاہر کرے گا - اور اگر
اب ۱۰۰ کو تعبیر کرے - تو ط ع 156 فٹ کو ظاہر
کرے گا - وغیرہ +

سوالات نمبر 49

1 ایک انچ فی گز کا قطری پیمانہ بناؤ - جس پر
گز - فٹ اور انچ پڑھ سکیں - اپنے پیمانے پر
2 گز 1 فٹ 9 انچ کا فاصلہ دکھاؤ +

2 $4\frac{1}{2}$ انچ لمبا خط کھینچو - جو 15 میل کو تعبیر
کرے - پھر اس خط پر قطری پیمانہ بناؤ - جس
پر میل اور فرلانگ پڑھ سکیں +

3 6 انچ لمبا خط کھینچو - جو 4 جریب کو ظاہر
کرے - اس خط پر قطری پیمانہ بناؤ - جس
پر جریبوں اور کڑیوں کے نشان ہوں +

بیسواں باب

سِمٹری اور لوکس

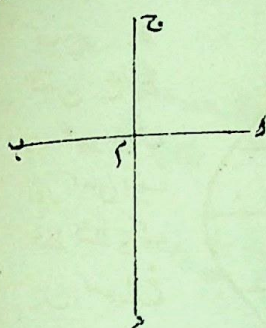
154 **تعریف ا** - دو نقطوں کا کسی تیسرے نقطے کے لحاظ سے سمٹریکل ہونا +

دو نقطوں کو تیسرے نقطے کے لحاظ سے سمٹریکل اُس وقت کہتے ہیں - جبکہ تیسرا نقطہ دونو نقطوں کے ملانے والے خط کا نقطۂ تنصیف ہو +

مثلاً اگر م نقاط ا اور ب کو ملانے والے خط ا ——— م ——— ب کا نقطۂ تنصیف ہو -

تو کہینگے - کہ نقاط ا اور ب نقطۂ م کے لحاظ سے سمٹریکل ہیں +

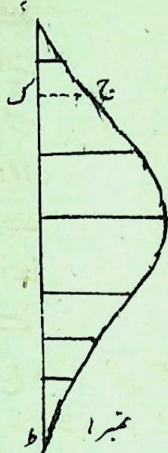
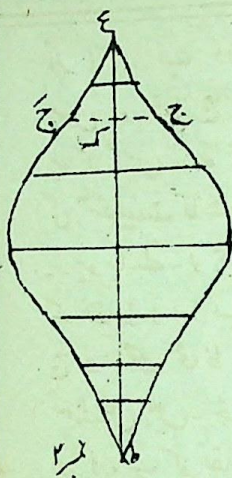
تعریف 2 - دو نقطوں کا کسی خطِ مستقیم کے لحاظ سے سمٹریکل ہونا -

دو نقطوں کو کسی خط مستقیم معلوم کے لحاظ سے سمٹریکل اُس وقت کہتے ہیں - جب کہ دونو نقطوں کو ملانے والے خط کی تنصیف علے القوائم خط مستقیم معلوم سے ہو جائے +

اگر ا اور ب دو نقطے
ہوں اور خط ج د ایسا
ہو کہ اُس سے خط ا ب
کی تنصیف قائمے زاویوں
پر ہو جائے - تو ہم کہینگے
کہ نقاط ا اور ب خط
ج د کے لحاظ سے
سمٹریکل ہیں - خط ج د کو محور سمٹری کہتے ہیں -
اور ا، ب کو نقاطِ متناظرہ بولتے ہیں +

تعریف ۳ - کسی شکل کا ایک خط مستقیم کے گرد سمٹریکل ہونا -

اگر کوئی شکل کسی خط کے گرد اس طرح دُہری ہو سکے کہ خط کے ایک طرف کا حصّہ دوسری طرف کے حصّے پر ٹھیک ٹھیک آ جائے - تو وہ شکل اُس خط کے گرد سمٹریکل کہلاتی ہے - اور اُس خط کو شکل مذکور کا محور سمٹری کہتے ہیں +

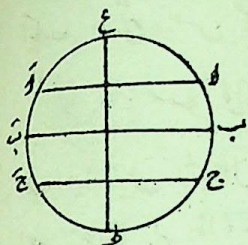
ایک کاغذ کے ٹکڑے کو دوہرا کرو - اور شکن ڈالو - دوہرے کاغذ کو کسی شکل کا کاٹ لو - پھر کھولو - جو شکل اس طرح پیدا ہوگی - وہ خط شکن کے گرد سمٹریکل ہوگی +

فرض کرو کہ تم نے دوہرے کاغذ کی شکل نمبر ا کاٹ لی - اس دوہری شکل پر چند متوازی خط

مثلاً ج ک کھینچو ۔ جو شکل ع ط پر عمود ہوں اور کسی ایک خط مثلاً ج ک میں سوراخ کرو ۔ جو کاغذ کی دو تہوں میں سے گذر جائیں +

شکل کے کھولنے سے ظاہر ہے ۔ کہ اگر خط ع ط کے ایک طرف کوئی نقطۂ ج ہو ۔ تو اس خط کے دوسری طرف اتنے ہی فاصلے پر ایک اَور نقطہ جَ ایسا ہوتا ہے کہ خط ع ط خط ج جَ کی علی القوائم تنصیف کر دیتا ہے +

پس سمٹریکل شکلوں کے متعلق مندرجۂ ذیل دو باتوں کو یاد رکھنا چاہیئے :-

(۱) جب کوئی شکل کسی خط کے گرد سمٹریکل ہوتی ہے ۔ تو تمام خطوط جو شکل میں اُس خط پر عموداً کھینچے جاتے ہیں ۔ اُن سب کی تنصیف اس خط سے ہو جاتی ہے +

(۲) برعکس اس کے اگر کسی شکل کی حدّ پر

نقطوں کے جوڑے مثلاً

(ا، اَ) (ب، بَ) (ج، جَ)

وغیرہ ایسے ہوں کہ ان کو ملانے والے خطوط ا اَ، ب بَ ج جَ وغیرہ کی تنصیف قائمے زاویوں پر شکل کے کسی خط مثلاً ع ط سے ہو جائے۔

تو وہ شکل اُس خط ع ط کے گرد اس طرح تہ ہو سکتی ہے کہ اس کا ایک حصّہ دوسرے حصّہ پر منطبق ہو جاتا ہے +

مشق

دوہرے کاغذ کی مندرجۂ ذیل شکلیں تراشو۔ پھر کھول کر بتاؤ۔ جو سمٹریکل شکلیں پیدا ہوتی ہیں۔ اُن کے نام کیا ہیں۔ سمٹریکل شکلوں کے خاکے بھی کاغذ پر کھینچو +

1 ایک مثلث قائم الزاویہ جس کا سب سے چھوٹا ضلع شکن ہو +

2 ایک مثلث متساوی الساقین جس کا قاعدہ شکن ہو +

3 ایک مثلث مختلف الاضلاع جس کا سب سے بڑا ضلع شکن ہو +

4 ایک مستطیل جس کا ایک ضلع شکن ہو +

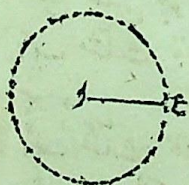
5 نصف دائرہ جس کا قطر شکن ہو +
6 ایک مربّع جس کا ایک ضلع شکن ہو +

سوالات نمبر 50

مندرجۂ ذیل اشکال کو کاغذ پر کھینچ کر تراش لو۔ اور سوچ کر بتاؤ۔ کہ وہ کن کن خطوں کے گرد سمٹریکل ہیں :—

1 مربّع + 2 قائم الزّاویہ + 3 رامبس +
4 کائٹ + 5 دائرہ + 6 نصف دائرہ +
7 آئیسوسیلس تکون + 8 ایکوئی لیٹرل تکون +
9 دو باہم کاٹنے والے غیر مساوی دائرے +
10 قوس دائرہ +

لوکس

155 فرض کرو کہ ایک نقطہ ع اس شرط سے حرکت کرتا ہے کہ اُس کا فاصلہ دیئے ہوئے نقطہ ا سے ہمیشہ ا سنٹی میٹر رہتا ہے +

ظاہر ہے ۔ یہ نقطہ اپنی حرکت سے ایک دائرہ پیدا کریگا۔جس کا مرکز نقطہ ا اور نصف قطر ا سنٹی میٹر ہوگا + دیکھو اس دائرہ پر کا ہر نقطہ دی ہوئی شرط کو پورا کرتا ہے ۔ اگر

کوئی نقطہ اس دائرہ کے اندر یا باہر لیا جائے۔ تو وہ دی ہوئی شرط کو پورا نہیں کریگا۔ اس بات کو ریاضی میں اس طرح بیان کیا کرتے ہیں کہ دی ہوئی شرط کے مطابق ع کا رستہ یا گزرگاہ ایک دائرہ ہے۔جس کا مرکز ل اور نصف قطر ا سنٹی میٹر ہے +

تعریف۔ اگر کوئی نقطہ کسی دی ہوئی شرط کے مطابق حرکت کرے۔ تو اُس کے رستے کو اُس کا لوکس کہتے ہیں +

لوکس انگریزی لفظ ہے۔ اس کے معنی مسکن یا جگہ کے ہیں۔ مندرجۂ بالا مثال میں ع کا لوکس دائرہ ہے +

اب لوکس کی مندرجۂ ذیل آسان مثالوں پر غور کرو +

١ اگر کوئی نقطہ اس شرط سے حرکت کرے کہ وہ ہمیشہ دو متوازی خطوں کے یکساں فاصلے پر رہے تو اس نقطے کا لوکس ایک خط ہوگا۔ جو دونو متوازی خطوں کے متوازی اور اُن کے وسط میں واقع ہوگا +

2 اگر کوئی نقطہ اس شرط سے حرکت کرے کہ وہ ایک دیئے ہوئے خط مستقیم سے

ہمیشہ دئے ہوئے فاصلے پر رہے۔ تو اُس کے
لوکس دو خط مستقیم ہونگے۔ جو دئے ہوئے خط
کے دونو طرف اس کے متوازی دئے ہوئے فاصلے
پر کھینچے جاتے ہیں +

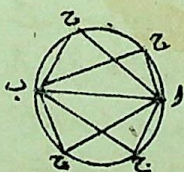
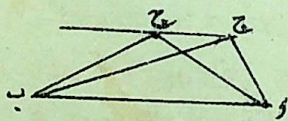
سوالات نمبر 51

1 ایک نقطہ ع ہمیشہ نقطہ م سے 2 انچ فاصلے پر
ہے۔ ع کا لوکس بتاؤ؟ (جواب دائرہ) +

2 ایک نقطہ ع ہمیشہ خط اب سے 2 انچ فاصلے
پر رہتا ہے۔ اس کا لوکس بتاؤ (جواب دو
متوازی خط) +

3 گھڑی میں منٹ کی سوئی کی نوک کا لوکس بتاؤ +

4 اگر مساوی رقبے والی تکونیں ایک ہی قاعدہ اب
پر اُس کے ایک ہی طرف واقع ہوں۔ تو اُن
کے راسوں کا لوکس
وہ خط مستقیم ہوگا۔
جو کسی راس سے
قاعدے کا متوازی
کھینچا جائے +

5 اگر کسی وتر اب پر
چند قائم الزاویہ
تکونیں واقع ہوں۔
تو اُن کے راسوں

کا لوکس وہ دائرہ ہوگا - جس کا قطر خط اب ہے +
اشارہ - نصف دائرہ میں زاویہ قائمہ ہوتا ہے +

---

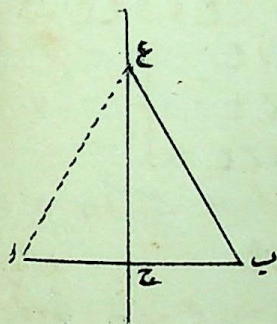
156 مندرجۂ ذیل لوکس کی دو مثالیں بڑی کار آمد ہیں - طالب علم کو چاہیئے کہ ان کو خوب ذہن نشین کرے +

مسئلہ

جو نقطہ دو نقاط معیّنہ سے ہمیشہ برابر فاصلے پر رہتا ہے - اُس کا لوکس وہ خطِ مستقیم ہوتا ہے - جو نقاط معیّنہ کو ملانے والے خط مستقیم کی قائمے زاویوں پر تنصیف کرتا ہے +

فرض کرو ا، ب دو نقاط معیّنہ ہیں -

اب کو ملاؤ - اور اُس کی ح پر تنصیف کرو -

∵ ح ا = ح ب

اسلئے ح ایک نقطہ لوکس پر ہے -

فرض کرو - کہ ع ایک اور ایسا نقطہ ہے - کہ ع ا = ع ب ، ع ح کو ملاؤ

△ ع ا ح ، ع ب ح میں

ع ا = ع ب
ح ا = ح ب ⁂
اور ع ح = ع ح

∴ دونو △ ہر لحاظ سے برابر ہیں

اور ع ح ا = ع ح ب

∴ ان زاویوں میں سے ہر ایک زاویہ قائمہ ہے۔
پس ہر ایک نقطہ جو ا اور ب سے برابر فاصلے پر رہتا ہے۔ اب کی قائمے زاویوں پر تنصیف کرنے والے خط ح ع پر واقع ہوتا ہے *

نیز اگر اب کی قائمے زاویوں پر تنصیف کرنیوالے خط ح ع پر کوئی نقطہ ع ہو۔ تو

ع ا = ع ب

△ ع ح ا ، ع ح ب میں

ح ا = ح ب
ح ع = ح ع ⁂
ع ح ا = ع ح ب

∴ دونو △ ہر لحاظ سے برابر ہیں

پس ع ا = ع ب

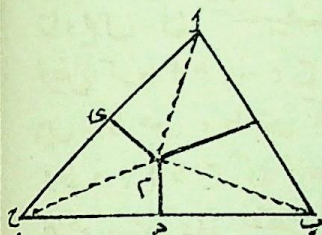
نوٹ۔طالب علم نے غور کیا ہوگا کہ مندرجۂ بالا ثبوت میں ہم نے مندرجۂ ذیل دو مسئلوں کو ثابت کیا ہے:۔

۱ اگر کوئی نقطہ ایک خاص شرط پوری کرے۔ تو وہ لوکس پر ہوتا ہے *

۲ اگر کوئی نقطہ لوکس پر ہو۔ تو وہ ایک خاص شرط

پوری کرتا ہے +

3 اس قسم کے سوالوں میں یہ دونو باتیں لازم ملزوم ہوتی ہیں۔ طالب علم کو دونو باتیں ثابت کرنی چاہئیں +

مشق ۱۔ تین نقطے ا، ب، ج دئے ہوئے ہیں۔ جو سب کے سب ایک خط مستقیم میں نہیں ہیں ایک ایسا نقطہ معلوم کرو۔ جو ان سے برابر فاصلے پر ہو +

ا ب، ب ج، ج ا کو ملاؤ۔ اور ب ج اور ج ا کے نقاطِ وسط سے ایسے خطوط کھینچو۔ جو ب ج اور ج ا پر عمود ہوں +

فرض کرو کہ یہ خط نقطہ م پر ملتے ہیں۔ نقطہ م نقاط ا، ب، ج سے برابر فاصلے پر ہوگا +

ثبوت۔ چونکہ خط ی م ضلع ا ج کی علی القوائم تنصیف کرتا ہے۔ اس لئے م ا = م ج

چونکہ د م ضلع ب ج کی علی القوائم تنصیف کرتا ہے۔ اس لئے م ج = م ب

∴ م ا = م ب = م ج۔ پس م نقطہ مطلوب ہے +

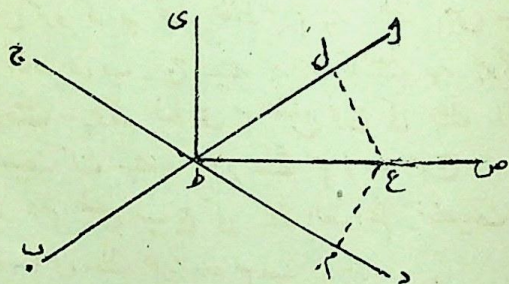
نوٹ۔ اگر مرکز م سے م ا کی دوری پر دائرہ کھینچیں تو یہ دائرہ مثلث ا ب ج کے گوشوں میں سے گزریگا +

مشق 2۔ ایک مثلث بناؤ۔ جس کے ضلعے $2\frac{1}{2}$"، 3" اور $3\frac{1}{4}$" ہوں۔ اور اس کے گرد دائرہ بناؤ +

مسئلہ

157/ اگر ایک نقطہ دو خطوط متقاطع سے برابر فاصلے پر ہو تو اُس کا لوکس دو خط ہوتے ہیں - جو ان خطوط مفروضہ کے درمیانی زاویوں کی تنصیف کرتے ہیں +

فرض کرو ا ط ب ، ح ط د دو خطوط مستقیم مفروضہ ہیں - ط ص ، ط ی کھینچو - جو بالترتیب زاوئے ا ط د ، ا ط ح کی تنصیف کریں +

ط ص پر کوئی نقطہ ع لو - اور ع ل ، ع م عمود خطوط ط ا ، ط د پر کھینچو +

اب △ ط ع ل ، ط ع م میں

ع ط ل = ع ط م
ط ل ع = ط م ع
اور ط ع = ع ط

∴ دونو △ ہر لحاظ سے برابر ہیں

اور ع ل = ع م

پس زاویہ اطد کی تنصیف کرنے والے خط طص
پر کے کسی نقطے سے جو عمود خطوط طا اور
طد پر گرائے جاتے ہیں - وہ باہم برابر ہیں۔
نیز فرض کرو کہ زاویئے اطد کے اندر کوئی نقطہ
ع ایسا ہے - کہ اُس سے طا اور طد پر کھینچے
ہوئے عمود برابر ہیں +

اب قائم الزاویہ △ عطل ، عطم میں

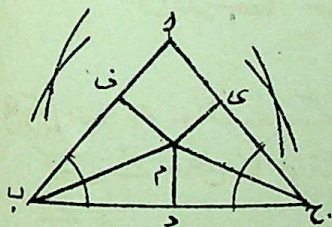
∵ ضلع ع ل = ضلع ع م
وتر طع = وتر طع

∴ دونو △ ہر لحاظ سے برابر ہیں

اور $\widehat{\text{عطل}} = \widehat{\text{عطم}}$

پس نقطہ ع خطوط مفروضہ کے درمیانی زاویوں
میں سے ایک زاویئے کی تنصیف کرنے والے
خط پر واقع ہے +

مشق - ایک ایسا نقطہ معلوم کرو۔ جو دئے ہوئے مثلث ابج کے ضلعوں سے برابر فاصلے پر ہو +

فرض کرو - زاویئے ب اور ج کی تنصیف کرنے
والے خط نقطۂ م پر ملتے ہیں - م سے ضلعوں پر
عمود م د ، م ی ، م ف کھینچو۔

چونکہ ب م زاویہ ب کی تنصیف کرتا ہے۔
اس لئے م د = م ف
چونکہ ج م زاویہ ج کی تنصیف کرتا ہے۔
اس لئے م د = م ی
∴ م د = م ف = م ی
پس م نقطۂ مطلوب ہے۔

نوٹ - اگر مرکز م سے م د کی دوری پر دائرہ کھینچیں۔ تو یہ دائرہ مثلث کے اندر واقع ہوگا۔ اور تینوں ضلعوں سے نقاط د، ی، ف پر ملیگا +

---

158 اب ہم دائرے کے چند ایسے خواص بیان کریں گے۔ جن کا جاننا طالب علم کے لئے ضروری ہے +

---

159 اگر کوئی نقطہ کسی نقطۂ معلوم سے ہمیشہ برابر فاصلے پر حرکت کرے۔ تو اُس نقطے کا لوکس دائرہ ہوتا ہے +

160 دائرے جن کے نصف قطر مساوی ہوں باہم برابر ہوتے ہیں +

فرض کرو۔ دو دائرے ہیں۔ جن کے نصف قطر مساوی ہیں۔ اُن کو اس طرح رکھو کہ دونو کے مرکز منطبق ہو جائیں۔ اب ضروری ہے کہ ان کے محیط بھی منطبق ہوں۔ اگر محیط منطبق نہ ہوں تو کسی محیط پر ضرور ایسے نقطے ہوں گے۔ جن کے فاصلے مرکز سے نا برابر ہونگے۔ اور یہ نا ممکن ہے +

---

161 اگر کسی نقطے سے مرکز کا فاصلہ نصف قطر سے بڑا ہو۔ تو وہ نقطہ دائرے کے باہر واقع ہوگا۔ اور اگر یہ فاصلہ نصف قطر کے برابر ہو۔ تو وہ نقطہ محیط پر ہوگا۔ اور اگر کم۔ تو نقطہ دائرے کے اندر ہوگا +

---

162 دائرہ اپنے قطر کے گرد سیمٹریکل ہوتا ہے۔ کیونکہ اگر کسی دائرے کو قطر کے گرد دوہرا کریں تو دونو حصے ٹھیک ٹھیک ایک دوسرے کے اوپر آ جائیں گے۔ اگر ٹھیک نہ آئیں۔ تو ظاہر ہے۔ کہ دونو نصف محیطوں پر ایسے نقطے ہونگے۔ جن کے فاصلے مرکز سے نا برابر ہونگے۔ اور یہ نا ممکن ہے +

---

163 دائرہ کا سب سے بڑا وتر قطر ہوتا ہے +

کسی دائرہ میں کئی وتر کھینچو +

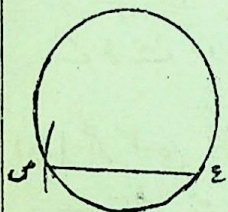
پرکار رکھ کر وتروں کے طولوں کا مقابلہ قطر دائرے کے طول کے ساتھ کرو۔ دیکھو تمام وتر قطر سے چھوٹے ہیں +

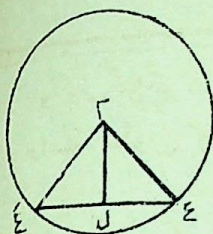
---

164 کسی دائرے میں دیا ہؤا وتر رکھنا +

ص ع

فرض کرو۔ کہ اس دائرہ میں 8. انچ لمبا وتر رکھنا چاہتے ہیں۔ پرکار کو اتنا کھولو۔ کہ اس کی نوکوں کے درمیان 8. انچ کا فاصلہ ہو۔ پھر ایک نوک کو دائرہ کے نقطۂ ع پر رکھ کر ایک قوس کھینچو۔ جو دائرہ کے محیط کو ص پر کاٹے۔ ع ص کو ملاؤ۔ ع ص وتر مطلوب ہے +

---

165 اگر ایک خط مستقیم دائرے کے مرکز سے کھینچا جائے۔ اور کسی وتر کی جو قطر نہیں ہے۔ تنصیف کرے۔ تو وہ اس پر عمود ہوگا +

برعکس اس کے مرکز سے جو عمود وتر پر کھینچا جائے۔ وہ اس کی تنصیف کریگا +

فرض کرو- دائرہ کا مرکز م
ہے وتر ع عَ ہے - اور ل
وتر کا نقطۂ تنصیف ہے
تو

م ل ع عَ پر عمود ہوگا -
م ع ، م عَ کو ملاؤ -

△ م ل ع اور م ل عَ میں

∵
ع ل = عَ ل
م ع = م عَ
م ل = م ل

∴ دونو △ ہر لحاظ سے برابر ہیں
اور م ل ع = متصلہ م ل عَ
∴ م ل ع عَ پر عمود ہے

اب فرض کرو کہ م ل مرکز م سے کسی وتر ع عَ پر عمود کھینچا گیا ہے - تو ہم ثابت کریں گے -
کہ ع ل = عَ ل

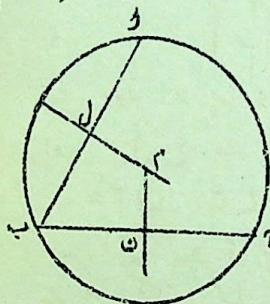
کیونکہ قائم الزاویہ مثلثوں م ل ع ، م ل عَ میں
م ل^2 + ع ل^2 = م ع^2
م ل^2 + عَ ل^2 = م عَ^{2}
مگر م ع = م عَ
∴ ع ل = عَ ل

مشق ۱ دیے ہوئے دائرہ یا قوس کا مرکز معلوم کرنا +

دو وتر کھینچو - اِن کی قائمے زاویوں پر تنصیف کرنے والے خطوں کا نقطۂ تقاطع مرکزِ دائرہ ہوگا +

---

166 صرف ایک ہی دائرہ ایسے تین مفروضہ نقطوں میں سے گزر سکتا ہے - جو ایک خط مستقیم میں نہیں ہیں +

فرض کرو - ا، ب، ح تین نقطے ایک خطِ مستقیم میں نہیں ہیں +

اب، ب ح کے نقاط تنصیف سے ل م اور ن م عمود کھینچو - فرض کرو - وہ نقطہ م پر مل جاتے ہیں -

چونکہ ل م اب کی تنصیف قائمے زاویوں پر کرتا ہے - اس لئے

م ا = م ب

اور چونکہ ن م ب ح کی تنصیف قائمے زاویوں پر کرتا ہے - اس لئے م ب = م ح

∴ م ا = م ب = م ح

پس دائرہ جس کا مرکز م اور نصف قطر م ا ہو ا، ب، ح میں سے گزریگا -

چونکہ دو خط ل م اور ن م صرف ایک ہی نقطے پر ایک دوسرے کو قطع کر سکتے ہیں -

اس لئے
صرف م ہی ایک ایسا نقطہ ہے - جو ا، ب اور
ح سے مساوی فاصلے پر ہے - پس صرف ایک
ہی دائرہ ا، ب اور ح میں سے گزر سکتا ہے ٭

سوالات نمبر 52

1 ″1.8 نصف قطر کا دائرہ کھینچو - اور اس میں
″2.3 لمبا وتر رکھو ٭
2 ایک انچ نصف قطر کے دائرے میں ڈیڑھ انچ
لمبا وتر رکھو ٭
3 ایک مثلث بناؤ - جس کے ضلعے 2.1، 3.2،
4.2 انچ ہوں - اور اُس کے گرد دائرہ بناؤ ٭
4 دائرہ کی قوس دی ہوئی ہے - دائرہ کا مرکز
معلوم کرو اور پورا دائرہ بناؤ ٭
5 ایک دائرہ کھینچو - جس کا نصف قطر 2 انچ
ہو - اور جو ایسے دو نقطوں میں سے گزرے -
جن کے درمیان 2.4 انچ کا فاصلہ ہو ٭
6 ایک دائرہ کا نصف قطر 13 سم ہے - اس میں
24 سم لمبا وتر رکھو - ثابت کرو کہ مرکز سے
وتر کا فاصلہ 5 سم ہے - اور اپنے جواب کی
پڑتال پیمائش سے کرو ٭

---

(۱) اگر دو قوسوں کے سامنے مرکز پر مساوی زاویئے ہوں۔ تو وہ قوسیں مساوی ہوتی ہیں ÷

(۲) بر عکس اس کے اگر دو قوسیں برابر ہوں۔ تو مرکز پر اُن کے سامنے برابر زاویئے ہوتے ہیں ÷

فرض کرو م ع، ح ق دو مساوی دائرے ہیں۔ جن کی قوس ع عَ اور ق قَ کے سامنے مرکز م اور ح پر زاویئے ع م عَ اور ق ح قَ ہیں ÷

(۱) اگر ع م عَ = ق ح قَ

تو قوس ع عَ = قوس ق قَ

دائرہ ح ق کو دائرہ م ع پر اس طرح رکھو۔ کہ ح م پر آ جائے۔ اب

∵ دائرے مساوی ہیں۔ اس لئے محیط منطبق ہو جائیں گے۔

اب ح ق کو م ع پر منطبق کرو۔ تو

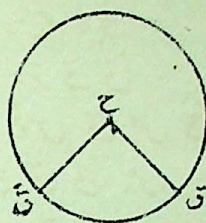
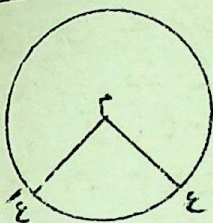
∵ ق ح قَ = ع م عَ

اس لئے ح ق م ع پر منطبق ہوگا ÷

∴ ق، قَ بالترتیب ع، عَ پر منطبق ہونگے۔

پس قوس ق قَ قوس ع عَ پر منطبق ہوگی۔

∴ قوس ع عَ = قوس ق قَ

(۲) اگر قوس ع عَ = قوس ق قَ

تو ع م عَ = ق ح قَ

دائرہ ح ق کو دائرہ م ع پر اس طرح رکھو۔ کہ مرکز ح مرکز م پر آ جائے۔ اب

∵ دائرے مساوی ہیں۔ اس لئے محیط منطبق ہونگے۔

ح ق کو م ع پر منطبق کرو۔ تو

∵ قوس ع عً = قوس ق قً

∴ قً عً پر منطبق ہو جائے گا۔

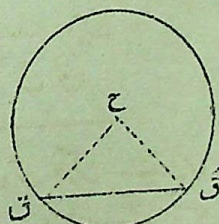
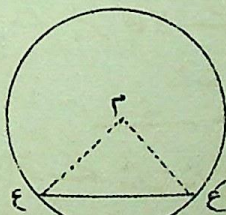
∴ ح قً، م عً منطبق ہونگے۔

پس ع م عً = ق ح قً

168 مساوی دائروں میں ؔیا ایک ہی دائرے میں

(۱) اگر دو وتر برابر ہوں تو وہ برابر قوسیں قطع کرتے ہیں۔

(۲) برعکس اس کے اگر دو قوسیں برابر ہوں۔ تو اُن کے مقابل برابر وتر ہوتے ہیں۔

فرض کرو ع ر عً، ق ص قً دو مساوی دائرے

ہیں - جن کے مرکز م اور ح ہیں -

(۱) اگر وتر ع عَ = وتر ق قَ

تو قوس ع ہ عَ = قوس ق ص قَ

کیونکہ △ م ع عَ ، ح ق قَ میں

م ع = ح ق
مَ ع = ح قَ
ع عَ = وتر ق قَ

∴ دونو △ ہر لحاظ سے برابر ہیں

اور ع م عَ = ق ح قَ

پس ع ہ عَ = قوس ق ص قَ

(2) اگر قوس ع ہ عَ = قوس ق ص قَ

تو وتر ع عَ = وتر ق قَ

∵ قوس ع ہ عَ = قوس ق ص قَ

∴ ع م عَ = ق ع قَ

نیز △ م ع عَ ، ح ق قَ میں

م ع = ح ق
م عَ = ح قَ
ع م عَ = ق ح قَ

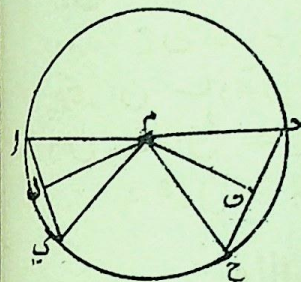
∴ دونو △ ہر لحاظ سے برابر ہیں -

ع عَ = ق قَ

---

169 دائرے میں برابر وتر مرکز سے برابر فاصلے پر ہوتے ہیں - برعکس اس کے کسی دائرے

ہیں مرکز سے برابر فاصلے پر جو وتر ہوتے ہیں۔ وہ باہم برابر ہوتے ہیں۔

فرض کرو اب ، ح د دائرے کے وتر ہیں۔ اور م مرکز ہے ٭

م ل ، م ن بالترتیب اب ، ح د پر عمود کھینچو۔ ظاہر ہے۔ یہ عمود اب اور ج د کی ل اور ن پر تنصیف کریں گے ٭

(۱) اگر اب = ح د

م ل = م ن

مثلّث قائم الزّاویہ م ال اور م ح ن میں

وتر م ا = وتر م ح

ضلع ال = ضلع ح ن

لیکن $\text{م ل}^2 = \text{م ا}^2 - \text{ا ل}^2$

اور $\text{م ن}^2 = \text{م ح}^2 - \text{ح ن}^2$

چونکہ ان مساواتوں کے بائیں جملے باہم برابر ہیں

اس لئے $\text{م ل}^2 = \text{م ن}^2$ یعنی م ل = م ن

(۲) اگر م ل = م ن

تو اب = ح د

مثلّث قائم الزّاویہ م ال اور م ح ن میں

وتر م ا = وتر م ح

ضلع م ل = ضلع م ن

لیکن ال^2 = م ا^2 ـ م ل^2

اور ح ن^2 = م ح^2 ـ م ن^2

چونکہ ان مساواتوں کے بائیں جملے باہم برابر ہیں

اس لئے ال^2 = ح ن^2 یعنی ال = ح ن

∴ 2ال = 2ح ن ∴ اب = ح د

سوالات نمبر 53

1 ایک دائرے کا نصف قطر 37 انچ ہے۔اور اس کے اندر ایک وتر 70 انچ لمبا رکھا گیا ہے۔مرکز سے وتر کا فاصلہ معلوم کرو +

2 وتر کا طول 30 انچ ہے۔مرکز سے اس کا فاصلہ 8 انچ کا ہے۔۔دائرے کا نصف قطر بتاؤ +

3 دائرے کا نصف قطر 1 13 فٹ ہے۔مرکز سے 15 فٹ کے فاصلے پر ایک وتر کھینچا گیا ہے۔ وتر کا طول بتاؤ +

4 ایک دائرہ کھینچو۔جس کا نصف قطر 1.4 انچ ہو۔اور اس میں ایک وتر 8 انچ لمبا رکھو۔مرکز دائرہ سے وتر کا فاصلہ معلوم کرو۔ اور اپنے جواب کی پڑتال پیمائش سے کرو +

---

170 تعریف۔جو خط دائرے کو قطع کرتا ہے

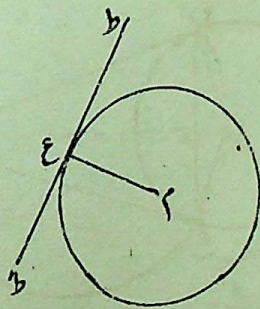
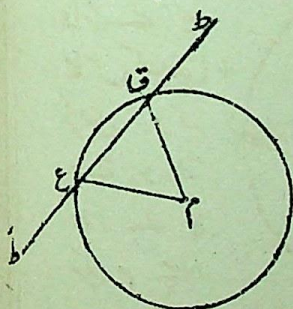
وہ قاطع دائرہ کہلاتا ہے +

تعریف۔ اگر ایک قاطع دائرہ دائرے سے نقاط ع اور ق پر ملے۔ اور ق دائرے پر چلتا چلتا ع کے نہایت قریب آ جائے۔ تو قاطع ع ق کی آخری حالت یعنی ع ط کو نقطہ ع پر مماس کہینگے +

پس مماس ایک خط مستقیم ہے۔ جو دائرے کو دو نقطوں پر قطع کرتا ہے مگر یہ دونو نقطے اس قدر قریب ہیں کہ مل کر ایک نقطہ بن گئے ہیں +

---

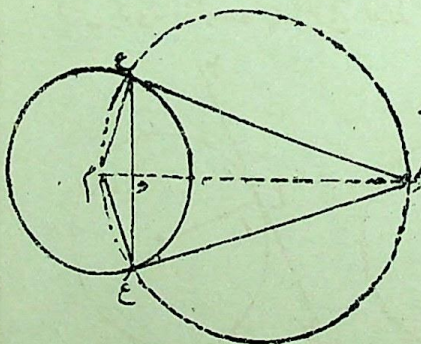
161 اگر دائرے کے کسی ایک ہی نقطہ سے ایک مماس اور نصف قطر کھینچے جائیں۔ تو وہ ایک دوسرے پر عمود ہوتے ہیں۔

فرض کرو۔ دائرے پر کوئی نقطہ ع ہے م دائرے کا

مرکز ہے۔ اور ع ط نقطہ ع پر مماس ہے۔ تو
م ع، ع ط پر عمود ہوگا

فرض کرو۔ کہ طَ ط قاطع دائرہ ہے۔ جو ع میں
سے گزر کر دائرے کو دوبارہ ق پر قطع کرتا ہے۔
چونکہ م ع = م ق ، اسلئے م ع ق = م ق ع
∴ م ع طَ = م ق ط (مساوی زاویوں کے سپلیمنٹری)
اب چونکہ یہ نتیجہ ہمیشہ صحیح اور درست رہتا ہے۔
خواہ فاصلہ ع ق کسی قدر ہو ۔ اس لئے یہ نتیجہ
اُس وقت بھی صحیح اور درست رہیگا۔ جبکہ ق چلتا
چلتا اخیر میں ع پر منطبق ہو جائے گا +
اس اخیر صورت میں ع ط نقطہ ع پر مماس ہوگا۔
اور م ع طَ = م ع ط
اسلئے م ع مماس ط طَ پر عمود ہے +

---

172 کسی بیرونی نقطے سے دائرے کا مماس کھینچنا +

فرض کرو کہ دئے ہوئے دائرے کا مرکز م ہے۔ اور د اُس

کے باہر ایک نقطہ ہے۔

ام کو ملاؤ۔ ام کے نقطہ ع تنصیف کو مرکز مان کر ام پر دائرہ بناؤ۔ جو دیئے ہوئے دائرہ کو ع اور عَ پر قطع کرے۔ چونکہ اع م قائمہ ہے۔اس لیئے اع مماس دائرہ ہے۔

اسی طرح اگر اعَ کو ملاؤ۔ تو اعَ بھی مماس دائرہ ہوگا۔ پرکار رکھ کر دیکھو تو معلوم ہوگا۔ کہ اع اور اعَ طول میں برابر ہیں۔

تعریف۔ چونکہ ع اور عَ نقاط تماس ہیں۔ اس لیئے خط ع عَ کو وتر تماس (Chord of Contact) کہتے ہیں +

نوٹ ۱۔ شکل م ع ا عَ کائٹ یعنی پتنگ ہے۔جس کا محور سمٹری م ا ہے +

نوٹ 2۔ مثلث ا ع م قائمۃ الزاویہ ہے۔اور ع د زاویہ قائمہ سے ام پر عمود ہے +

مثال۔ایک دائرہ کا نصف قطر ۷ انچ ہے ایک نقطے سے جس کا فاصلہ مرکز سے 25 انچ ہے۔ دو مماس کھینچے گئے ہیں۔ مماسوں اور وتر تماس کی لمبائی معلوم کرو +

یہاں م ع = $7''$ ، م ا = $25''$

اع = $\sqrt{625 - 49} = 24$ انچ ، اعَ = 24

نیز ع د = $\frac{7 \times 24}{25}$

∴ ع عَ = $\frac{2 \times 7 \times 24}{25} = 13\frac{11}{25}$ انچ +

سوالات نمبر 54

1 ایک دائرہ کھینچو۔ اور اس سے باہر کوئی نقطہ لو اور اس سے دو مماس کھینچو۔

2 $2\frac{1}{2}$ انچ نصف قطر کا دائرہ بناؤ۔ مرکز سے 4 انچ کے فاصلے پر ایک نقطہ لو۔ اور اس سے دو مماس کھینچو +

3 $1\frac{1}{2}$ انچ نصف قطر کے دائرے کے دو مماس ایسے نقطے سے کھینچے گئے ہیں۔ جو مرکز سے $2\frac{1}{2}$ انچ کے فاصلے پر ہے۔ ان مماسوں اور ان کے وتر تماس کا طول معلوم کرو +

4 7 سم نصف قطر کا دائرہ بناؤ۔ اور ایک نقطہ سے جو اُس کے مرکز سے 25 سم کے فاصلے پر ہے۔ دو مماس کھینچو۔ مرکز سے اُن کے درمیانی وتر (وتر مماس) کا فاصلہ بتاؤ۔ اور بذریعہ پیمائش اپنے جواب کی پڑتال کرو +

5 ایک نقطہ سے جو مرکز دائرہ سے ط فاصلے پر ہے دو مماس کھینچے گئے ہیں۔ دائرہ کا نصف قطر ن ہے۔ ثابت کرو۔ کہ

(1) ہر ایک مماس کا طول = $\sqrt{\text{ط}^2 - \text{ن}^2}$

(2) مرکز سے وتر تماس کا فاصلہ = $\frac{\text{ن}^2}{\text{ط}}$

(3) وتر تماس کا طول = $\frac{2\text{ن}\sqrt{\text{ط}^2 - \text{ن}^2}}{\text{ط}}$

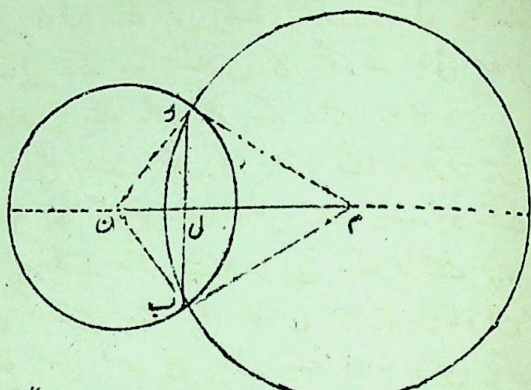
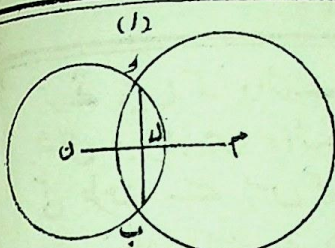
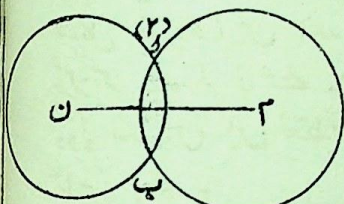
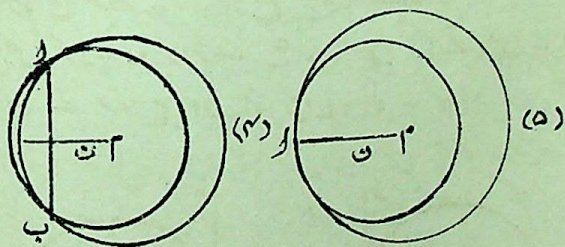
6 اگر دائرہ کے گرد ایک چوکور بنائی جائے۔ تو مقابل کے دو ضلعوں کا مجموعہ باقی مقابل کے ضلعوں کے مجموعے کے برابر ہوگا ؞

7 ۶.۰ انچ نصف قطر کا دائرہ بناؤ۔ مرکز میں سے ایک خط کھینچو۔ اور اس پر ایسے دو نقطے لو۔ کہ ہر نقطہ مرکز سے 2.3 انچ کے فاصلے پر ہو۔ ان نقطوں سے چار مماس کھینچو۔ بتاؤ ان مماسوں سے کس قسم کی چوکور بنے گی۔ اس چوکور کے ضلعے اور زاوئے ناپو ؞

---

173 مس کرتے ہوئے دائرے۔ دو دائرے ایک دوسرے کو قطع کرتے ہوئے کھینچو۔ جیسا کہ اس شکل سے ظاہر ہے ؞

خط م ن جو دونو دائروں کے مرکزوں میں سے گزرتا ہے مرکزی خط کہلاتا ہے۔

خط ا ب جو دائروں کے نقاط تقاطع میں ملایا گیا ہے۔ وتر مشترک کہلاتا ہے۔ اور اگر یہ دونو طرف بڑھایا جائے۔ تو قاطع مشترک کہلاتا ہے۔ ہر ایک دائرہ قطر کے گرد سیمٹریکل ہوتا ہے۔ اس سے یہ نتیجہ نکلتا ہے۔ کہ تمام شکل مرکزی خط کے گرد سیمٹریکل ہے۔ پس اگر شکل کو خط م ن کے گرد دُہرا کیا جائے۔ تو ایک حصہ ٹھیک دوسرے پر آجائے گا ؞

دوسری شکل میں نقطۂ ا نقطۂ ب پر آ جائیگا +
اس سے یہ نتیجہ نکلتا ہے۔ کہ
مرکزی خط وتر مشترک کی قائمے زاویوں پر
تنصیف کرتا ہے۔ اور مرکزی خط قاطع مشترک
کو قائمے زاویوں پر قطع کرتا ہے +
دو دائرے کھینچو۔ اور اُن کو ایسی احتیاط سے
تراشو کہ اُن کے محیط صاف طور پر نظر آئیں۔
دونو کو باہم قطع کرتے ہوئے رکھو۔ جیسا کہ
شکل (۱) سے ظاہر ہے +
پھر چھوٹے دائرے کو اپنی جگہ قائم رکھ کر
بڑے دائرے کو دائیں طرف سرکاؤ۔ یہاں تک
کہ وہ شکل (2) کی صورت میں آ جائے۔ اس
عمل سے نقاط ا، ب کا درمیانی فاصلہ کم ہوتا
جائیگا۔ اور وہ مرکزی خط کے نزدیک آتے
جائیں گے + اور چونکہ مرکزی خط ہمیشہ اب کی

تنصیف کرنا ہے - اس
لئے دونو نقطے اس خط
پر شکل نمبر (۵) کی
طرح ایک ہی دفعہ
اکٹھے ہو جائینگے - اور
مل کر ایک نقطہ ا بن
جائینگے +
اسی طرح اگر بڑے دائرے
کو بائیں طرف ہٹاکر شکل
نمبر (۴) کی صورت
میں لائیں - تو دونو نقطے
ا اور ب ایک دوسرے
کے نزدیک آتے جائینگے
اور آخرکار شکل نمبر (۵)
کی طرح مرکزی خط پر منطبق ہو جائیں گے +

جب دو دائروں کے نقاط تقاطع ایک دوسرے
کے نزدیک آتے آتے باہم منطبق ہو جائیں - تو کہا

کرتے ہیں کہ دائرے باہم مس کرتے ہیں +

شکل نمبر(3) میں دائرے ایک دوسرے کو باہر کی طرف سے مس کرتے ہیں - اور مرکز زیادہ سے زیادہ فاصلے پر ہیں +

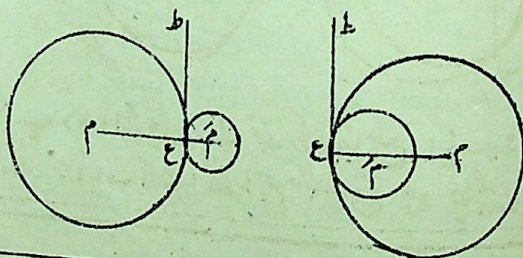
شکل نمبر(5) میں اندر سے مس کرتے ہیں - اور مرکز کم سے کم فاصلے پر ہیں +

دونو صورتوں میں نقطۂ ا دونو دائروں کا نقطۂ تماس ہوگا +

جب دو دائروں کے نقاطِ تقاطع مل کر ایک ہو جاتے ہیں - تو قاطع مشترک اب اُن کے نقطۂ تماس پر دونو دائروں کا مماس مشترک بن جاتا ہے +

---

174 اگر دو دائرے مس کریں - تو نقطۂ تماس مرکزی خط پر واقع ہوتا ہے +

فرض کرو - دو دائرے ع پر مس کرتے ہیں - اور اُن کے مرکز م اور مَ ہیں - تو

م، ع، مَ ایک ہی خطِ مستقیم میں ہونگے۔
ع پر دائروں کا مماس مشترک ع ط کھینچو۔ اور
نقطہ تماس میں سے م ع، مَ ع نصف قطر کھینچو۔
اب چونکہ زاوئے م ع ط، مَ ع ط قائمے ہیں۔
∴ م، ع، مَ ایک ہی خط مستقیم میں ہیں +

سوالات نمبر 55

1 اگر دو دائرے ایک دوسرے کو باہر کی طرف سے مس کریں۔ تو اُن کے مرکزوں کا درمیانی فاصلہ اُن کے نصف قطروں کے مجموعے کے برابر ہوتا ہے +

2 دو دائرے ایک دوسرے کو باہر کی طرف سے مس کرتے ہوئے کھینچو۔ جن کے نصف قطر $1\frac{3}{4}$ انچ اور $1\frac{1}{4}$ انچ ہوں +

3 اگر دو دائرے ایک دوسرے کو اندر سے مس کریں۔ تو اُن کے مرکزوں کا درمیانی فاصلہ ان کے نصف قطروں کے فرق کے برابر ہوتا ہے +

4 دو دائرے ایک دوسرے کو اندر سے مس کرتے ہوئے کھینچو۔ جن کے نصف قطر 3 سنٹی میٹر اور 5 سنٹی میٹر ہوں +

5 تین دائرے کھینچو۔ جن کے نصف قطر 1، 2، 3 انچ ہوں۔ اور جن میں سے ہر ایک دائرہ باقی دو دائروں کو باہر کی طرف سے مس کرے +

6 آدھ آدھ انچ نصف قطروں کے تین مساوی

دائرے ایسے کھینچو۔ جو باہر کی طرف سے ایک دوسرے کو مس کریں +

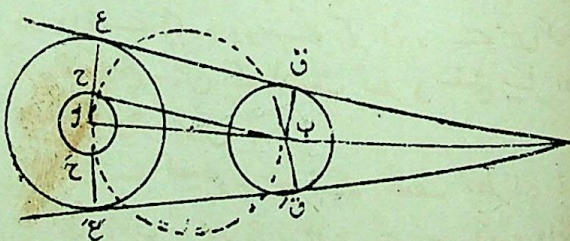
نوٹ۔ دائروں کے مرکز ۱ انچ ضلع والی ایکوئی لیٹرل تکون کے گوشے ہونگے +

175/ تعریف۔ اگر دو دائروں کے مماس مشترک کے نقاط تماس مرکزی خط کی ایک ہی طرف ہوں۔ تو اس کو مماس مشترک راست کہتے ہیں +

تعریف۔ اگر دو دائروں کے مماس مشترک کے نقاط تماس مرکزی خط کی مخالف طرفوں میں ہوں۔ تو اُس کو مماس مشترک مخالف بولتے ہیں +

176/ دو دائروں کے مماس مشترک کھینچو۔

(۱) مماس مشترک راست۔

فرض کرو۔ بڑے دائرے کا مرکز ا ہے۔ اور چھوٹے دائرے کا مرکز ب ہے۔ بڑے کا نصف قطر لا اور چھوٹے کا نصف قطر نَ ہے۔

اب قطر پر ایک دائرہ بناؤ-اور دونو معلومہ دائروں کے نصف قطروں کے فرق کو نصف قطر مان کر مرکز ا پر ایک دائرہ بناؤ - جو پہلے دائرے کو ح اور حَ پر قطع کرے +

نصف قطر ا ح ع کھینچو-

نصف قطر ب ق متوازی ا ع کا کھینچو-ع ق کو ملاؤ-

ع ق دونو دائروں کا مماس مشترک راست ہوگا۔

ثبوت :: ا ح = ن - نَ

∴ ح ع = ن - (ن - نَ) = نَ = ب ق

پس ح ب ق ع ایک متوازی الاضلاع ہے -

نیز چونکہ ∠ا ح ب نصف دائرے میں قائمہ ہے-

∴ متوازی الاضلاع ح ب ق ع کے تمام زاوئے قائمے ہیں-

چونکہ زاوئے ا ع ق ، ب ق ع قائمے ہیں-

اس لئے ع ق دونو دائروں کو مس کرتا ہے-

اسی طرح ثابت ہو سکتا ہے-کہ غ ق دونو دائروں کو مس کرتا ہے +

(۲) مماس مشترک مخالف

پہلے کی طرح اب قطر پر دائرہ بناؤ + اور دونو دائروں کے نصف قطروں کے مجموعے کو نصف قطر اور ا کو مرکز مان کر ایک دائرہ بناؤ- جو پہلے دائرے کو ح ، حَ پر قطع کرے-

نصف قطر اع ح کھینچو۔

نصف قطر ب ق متوازی اع کا کھینچو۔ع ق کو ملاؤ۔
ع ق دونو دائروں کا مماس مشترک مخالف ہوگا۔
ثبوت ∵ اح = ن + نَ
∴ ع ح = (ن + نَ) - ن = نَ = ب ق
پس ح ب ق ع ایک متوازی الاضلاع ہے۔
نیز ∵ اح ب نصف دائرے میں قائمہ ہے۔
∴ متوازی الاضلاع ح ب ق ع کے تمام زاوئے قائمے ہیں۔
چونکہ زاوئے اع ق، ب ق ع قائمے ہیں۔ اس لئے ع ق دونو دائروں کو مس کرتا ہے۔
اسی طرح ثابت ہو سکتا ہے کہ عَ قَ دونو دائروں کو مس کرتا ہے ∴
مثال ۱۔ 3 سنٹی میٹر اور 8 سنٹی میٹر نصف قطر کے ایسے دائرے کھینچو۔ کہ اُن کے مرکزوں میں 13 سنٹی میٹر کا فاصلہ ہو۔ دونو کے مماس

مشترک راست و مخالف کھینچو - اور اُن کے طول معلوم کرو ٭

دفعہ 176 کی پہلی شکل میں مثلث ب ح ا کا زاویہ ح قائمہ ہے -

∴ ب ا = 13 سم ، ا ح = 8 − 3 = 5 سم

ع ق = ب ح = √(ب ا² − ا ح²)

= √($13^2 - 5^2$) = 12 سم

دفعہ 176 کی دوسری شکل میں ب ا = 13 سم ،

ا ح = 8 + 3 = 11 سم

∴ ع ق = ب ح = √($13^2 - 11^2$)

= $4\sqrt{3}$ = 6.928 سم ٭

سوالات نمبر 56

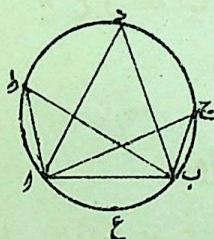
1 0.8 انچ اور 1.8 انچ نصف قطر کے دو دائرے ایسے بناؤ - کہ اُن کے مرکزوں کے درمیان 4 انچ کا فاصلہ ہو - ان دائروں کے مماس مشترک راست کھینچو - اور ان کے طول معلوم کرو ٭
(جواب $\sqrt{15}$ ، 4)

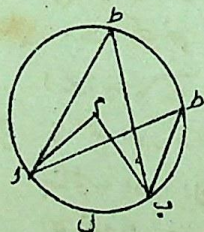
2 3 سم اور 1.5 سم نصف قطر کے دو دائرے بناؤ - اور ان کے مرکزوں کے درمیان 8.5 سم کا فاصلہ ہو - ان دائروں کے مماس مشترک

مخالف کھینچو۔ اور اُن کے طول معلوم کرو۔
(جواب 52 ۲)

قطعہ دائرہ کے زاوئے

177 تعریف - اگر کسی قطعۂ دائرہ کی قوس کے کسی نقطے سے وتر کے انجاموں تک دو خط کھینچیں - تو جو زاویہ اُن خطوں کے درمیان ہوتا ہے -- اُسے زاویہ فی القطعہ یا قطعہ کا زاویہ (Angle in a Segment) کہتے ہیں +

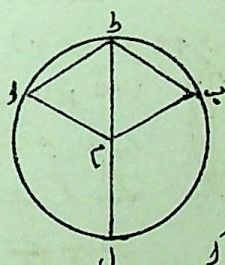
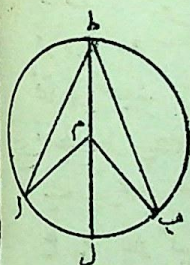
مثلاً قطعہ دائرہ اط دج ب کا زاویہ ط ہے - د اور ج بھی اسی قطعہ کے زاوئے ہیں +

نیز یوں بھی کہا کرتے ہیں زاوئے ط، د، ج ایک ہی قوس اع ب پر واقع ہیں +

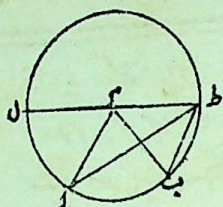
مشق - کوئی دائرہ کھینچو - م اس کا مرکز ہے - قوس ال ب قطع کرو - محیط کے باقی حصے پر کوئی نقطہ ط لو - ام ، ب م ، اط ، ب ط کو ملاؤ - زاویہ ام ب کو مرکزی زاویہ اور زاویہ ط کو محیطی

زاویہ کہتے ہیں - زاویہ م اور ط کو ماپو- تم کو معلوم ہو جائیگا - کہ زاویہ م ہر ایک زاویہ ط سے دو چند ہے - اب ہم اس مسئلہ کا باقاعدہ ثبوت دیتے ہیں +

---

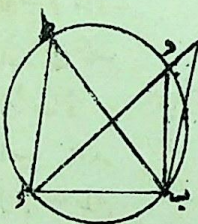
178 ایک ہی قوس پر مرکزی زاویہ محیطی زاویے سے دو چند ہوتا ہے - اور اس لئے جو زاوئے ایک ہی قطعۂ دائرہ میں واقع ہوں - وہ باہم برابر ہوتے ہیں +

فرض کرو - کہ دائرے کی قوس اب ہے - اور م مرکز ہے - اور محیط کے باقی حصّے پر ط کوئی نقطہ ہے - ہم ثابت کرینگے - کہ

ا م ب = 2 ا ط ب

ط م کو ملاؤ -
اور ل تک
بڑھاؤ -
اب چونکہ
ا م = ط م
∴ م ا ط = م ط ا
لیکن خارجہ ا م ل = م ا ط + م ط ا
∴ ا م ل = 2 م ط ا .... (1)
اسی طرح ب م ل = 2 م ط ب .... (2)
اس لئے (1) اور (2) کو جمع کرنے سے

ام ب^ = 2 ا ط ب^

اس شکل میں (۱) کو (2)
سے منہا کرنے سے
ام ب^ = 2 ا ط ب^
چونکہ قطعۂ دائرہ ا ط ب
کا ہر ایک زاویہ مرکزی
زاویہ سے نصف ہے۔ اس لئے صاف نتیجہ
نکلتا ہے کہ جو زاویئے ایک ہی قطعہ دائرہ میں
واقع ہوں۔ وہ باہم برابر ہوتے ہیں +

---

۱۶۹ برعکس اس کے اگر ا، ب دو معیّنہ نقطے
ہوں۔ اور کوئی نقطہ ط خط ا ب کے ایک ہی
طرف اس طرح حرکت کرے۔ کہ زاویہ ا ط ب
کی مقدار ہمیشہ ایک ہی رہے۔ تو نقطہ ط کا
لوکس قطعۂ دائرہ ہوگا +

فرض کرو۔ کہ ا، ب دو ع
نقاط معینہ ہیں۔ اور تیسرا
نقطہ ط پہلے مقام ط پر
ہے۔ پھر حرکت کرکے
ع پر چلا گیا ہے۔ اور
زاویئے ط، ع برابر ہیں۔ ہم یہ ثابت کرنا چاہتے
ہیں۔ کہ ط اور ع ایک ہی قطعۂ دائرہ پر
واقع ہیں +

اط، ب ط، اع، ب ع کو ملاؤ۔
ا، ط، ب میں سے گزرتا ہؤا دائرہ کھینچو۔
اگر یہ دائرہ ع میں سے نہ گزرے تو فرض کرو۔
کہ دائرہ اع یا اع خارج شدہ کو نقطہ د پر
قطع کرتا ہے۔ ب د کو ملاؤ
اب چونکہ زاویے اط ب، اد ب ایک ہی
قطعۂ دائرہ میں ہیں۔ اس لئے اطب = ادب
مگر اطب = اع ب، اس لئے ادب = اع ب
لیکن یہ ناممکن ہے۔ کیونکہ مثلث ب ع د
کا خارجہ زاویہ ادب داخلہ زاویہ ب ع د
کے برابر نہیں ہو سکتا۔ پس ا، ب، ط
میں سے گزرنے والا دائرہ ع میں سے ضرور
گزرے گا۔ اسی طرح ہم ثابت کر سکتے ہیں۔
کہ یہ دائرہ ان تمام نقاط میں سے گزرے گا۔
جہاں ط حرکت کرتا ہؤا پہنچیگا۔ اس کا یہ
مطلب ہے۔ کہ ط کا لوکس قطعۂ دائرہ
ہے ٭

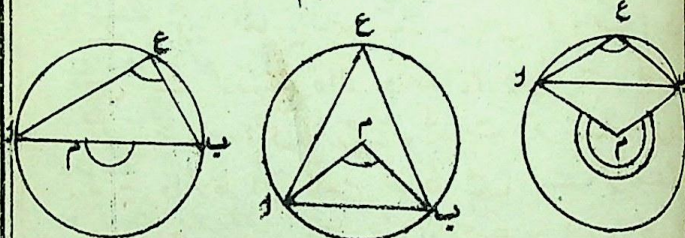
---

180 (1) جو زاویہ نصف دائرے میں واقع ہو۔
وہ قائمہ ہوتا ہے ٭
(2) جو زاویہ نصف دائرے سے بڑے قطع
میں واقع ہو۔ وہ قائمے سے چھوٹا ہوتا
ہے ٭

اور (3) جو زاویہ نصف دائرے سے چھوٹے قطع میں واقع ہو۔ وہ قائمے سے بڑا ہوتا ہے۔

فرض کرو۔ اع ب قطعۂ دائرہ ہے۔ م دائرے کا مرکز ہے۔ زاویہ اع ب کو جو قطعۂ دائرہ میں ہے۔ ع سے اور مرکزی زاویہ ام ب کو م سے تعبیر کرو۔

اب خواہ قطعۂ دائرہ کتنا ہی چھوٹا بڑا ہو۔

$$\hat{ع} = \frac{1}{2}\hat{م}$$

(1) جب قطعۂ نصف دائرہ ہو۔ تو $\hat{م}$ = 2 قائمے

∴ $\hat{ع}$ = 1 قائمہ

(2) جب قطعہ نصف دائرے سے بڑا ہو۔ تو

$\hat{م}$ > 2 قائمے ∴ $\hat{ع}$ > ایک قائمہ

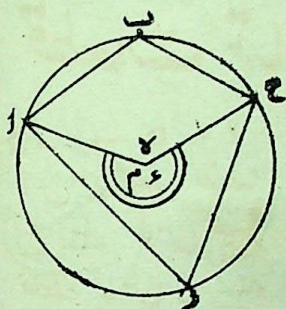
(3) جب قطعہ نصف دائرے سے چھوٹا ہو۔ تو

$\hat{م}$ < 2 قائمے ∴ $\hat{ع}$ < 1 قائمہ

نتیجۂ صریح۔ اگر مثلث قائم الزاویہ کے وتر کو

قطر قرار دے کر دائرہ بنایا جائے۔ تو وہ دائرہ زاویہ قائمہ میں سے گزریگا ÷

دائرہ کے اندر بنی ہوئی چوکور

181 دائرہ کے اندر بنی ہوئی چوکور شکل کے مقابل کے زاویے سپلیمنٹری ہوتے ہیں +

فرض کرو۔ ا ب ح د ذو اربعۃ الاضلاع دائرے میں بنی ہوئی ہے۔ م مرکز دائرہ ہے۔ تو زاویئے ا، ح مل کر دو قائمے ہونگے۔ اور زاویئے ب، د مل کر دو قائمے ہونگے۔

چونکہ ع̂ = ۲ ب̂

اور ۲̂ = ۲ د̂

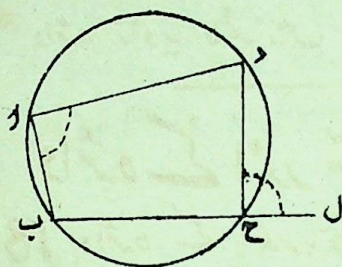
∴ ع̂ + ۲̂ = ۲ ب̂ + ۲ د̂

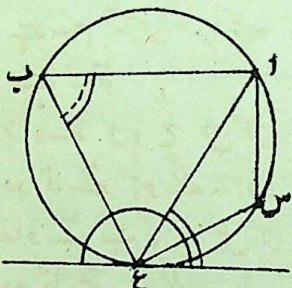
لیکن ع̂ + ۲̂ = ۴ قائمے

∴ ب̂ + د̂ = ۲ قائمے

اسی طرح ا̂ + ح̂ = ۲ قائمے

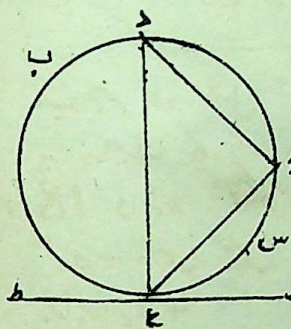
نتیجہء صریح - اگر دائرے میں ایک چوکور بنائی

جائے۔ اور اُس کا
ایک ضلع بڑھایا
جائے۔ تو خارجہ
زاویہ مقابل کے
داخلے زاوئے کے
برابر ہوگا۔

(د ح ل = ب ا د)

قطعاتِ مُتبادلہ کے زاوئے

182 ایک دائرہ لو۔
اُس کے کسی نقطۂ
ع سے مماس کھینچو
نقطۂ تماس ع سے
ایک وتر ع ا کھینچو
یہ وتر دائرہ کو دو
قطعات اب ع اور اس ع میں تقسیم کرے گا+
تم کو پروٹریکٹر کے ذریعے ماپنے سے معلوم ہوجائے
گا۔ کہ زاویہ ا ع ک قطعہ دائرہ اب ع کے
زاوئے کے برابر ہے۔ اور زاویہ ا ع ط قطعۂ
دائرہ اس ع کے زاوئے کے برابر ہے +
اس کا یہ مطلب ہے کہ اگر تم ع پر کھڑے ہو
کر ا کی طرف نگاہ کرو۔ تو تمہارے دائیں طرف

کا زاویہ ا ع ک تمہارے بائیں طرف کے قطعہ کے زاویے کے برابر ہے۔ اور تمہارے بائیں طرف کا زاویہ ا ع ط قطعہ ا س ع کے برابر ہے۔ اس بات کو یوں بیان کیا کرتے ہیں۔ کہ

مسئلہ

183 اگر ایک خط مستقیم دائرے کو مس کرے اور نقطۂ تماس سے ایک وتر کھینچا جائے۔ تو جو زاویے یہ وتر مماس کے ساتھ بناتا ہے۔ وہ قطعات متبادلہ کے زاویوں کے برابر ہوتے ہیں ؛

با قاعدہ ثبوت ۔

فرض کرو۔ کہ دائرہ کا مماس ط ع ک ہے نقطۂ تماس ع سے ع ا وتر کھینچا گیا ہے اور ا اور ب کوئی سے دو نقطے ہیں۔ جو ع ا سے بنائے ہوئے قطعات پر لئے گئے ہیں ہم ثابت کریں گے۔ کہ

$$\widehat{ا ع ک} = \widehat{ا ب ع}$$

اور

$$\widehat{ا ع ط} = \widehat{ا س ع}$$

ع سے قطر ع د کھینچو۔ یہ قطر مماس ک ط

پر عمود ہوگا۔ (دفعہ ۱۷۱) +

اس لئے ا ع د + ا د ع = ایک قائمہ

نیز ا ع د + ا ع ک = ایک قائمہ

اس لئے ا ع ک = ا د ع

مگر زاویہ ا د ع قطعہ ا ب ع کے ہر زاویے کے برابر ہے۔

∴ ا ع ک = ا ب ع

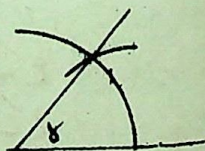
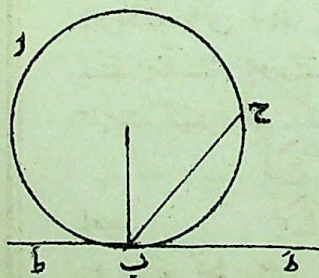
نیز ا ع ک + ا ع ط = ۲ قائمے

ا ب ع + ا س ع = ۲ قائمے (دفعہ 181)

لیکن ا ع ک = ا ب ع

ا ع ط = ا س ع

اب ہم دو عملی شکلیں اور درج کریں گے۔ یہ نہایت کارآمد ہیں :-

184 دائرہ معلوم میں سے ایسا قطعہ قطع کرو۔ جس میں کا زاویہ زاویۂ معلوم کے برابر ہو +

فرض کرو اب ح دائرہ معلوم اور ۃ زاویۂ معلوم ہے - چاہتے ہیں - کہ دائرہ اب ح میں سے ایک قطعہ قطع کریں - جس میں کا زاویہ ۃ ہو ٭

دائرے کے کسی نقطہ ب سے مماس ط ب طَ کھینچو - ب پر طَ بَ ح ۃ کے برابر بناؤ - ب ا ح قطعۂ مطلوب ہوگا -

ثبوت - چونکہ ط ب طَ مماس ہے - اور نقطۂ تماس میں سے وتر ب ح کھینچا گیا ہے - اس لئے طَ بَ ح = متبادلہ قطعہ ب ا ح کا زاویہ - لیکن طَ بَ ح = ۃ

پس قطعہ ب ا ح میں کا زاویہ ۃ کے برابر ہے ٭

---

185 دیئے ہوئے دائرے میں ایسا مثلث بناؤ - جو ایک مثلث معلوم کے متساوی الزوایا ہو ٭

فرض کرو - کہ اب ح ایک دائرہ ہے - اور دی ف ایک مثلث معلوم ہے -

دائرے کے کسی نقطۂ ا سے مماس گ ا ۃ کھینچو ا پر گ ا ب برابر ف کے اور ۃ ا ح برابر ی کے بناؤ -

ب ح کو ملاؤ - اب ح مثلث مطلوب ہوگا -

∵ گ ا ہ مماس ہے - اور ا ح وتر ہے -

∴ ہ اَح = ابَح جو متبادلہ قطعہ میں ہے -

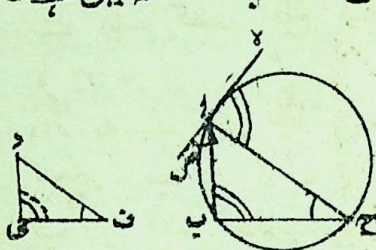
لیکن ہ اَح = یٓ

∴ ابَح = یٓ

اسی طرح

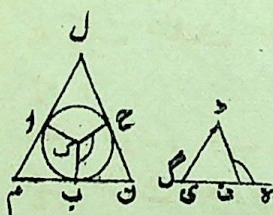
احَب = فٓ

باَح = دٓ

∴ △ ا ب ح

△ دی ف کے تساوی الزوایا ہے ؞

---

186 ایک دائرہ معلوم کے گرد ایک ایسا مثلث بناؤ - جو مثلث معلوم کے تساوی الزوایا ہو ؞

فرض کرو - کہ ا ب ح ایک دائرہ ہے - اور دی ف ایک مثلث معلوم ہے ؞

ی ف کو دونو طرف گ اور ہ تک بڑھاؤ

مرکز ک سے کوئی نصف قطر ک ب کھینچو -

ک پر ب کَ ا برابر دیَ گ کے بناؤ - اور ب کَ ح برابر د فَ ہ کے بناؤ -

ا، ب، ح میں سے ل م، م ن، ن ل عمود ک ا، ک ب، ک ح پر کھینچو - تو △ ل م ن مثلث

مطلوب ہوگا۔

∵ ا م اور ب م مماس ہیں۔

∴ زاویے م ا ک ، م ب ک قائمے ہیں۔

لیکن ذو اربعۃ الاضلاع کے زاویے مل کر ۴ قائمے ہوتے ہیں۔

∴ ا م ب + ا ک ب + م ا ک + م ب ک = ۴ قائمے

اور م ا ک + م ب ک = ۲ قائمے

تفریق کرنے سے ا م ب + ا ک ب = ۲ قائمے

نیز دی ف + دی گ = ۲ قائمے

∴ ا م ب + ا ک ب = دی گ + دی ف

لیکن ا ک ب = دی گ

اس لئے م = دی ف

اسی طرح ثابت ہو سکتا ہے۔ کہ

ن = د ف ی ، ل = ی د ف

پس △ ل م ن △ دی ف کے متساوی الزوایا ہے۔

سوالات نمبر 57

۱ ایک تکون کھینچو۔جس کے ضلعے 1.01، 1.05، 1.08 انچ ہوں۔ اور 1.3 انچ نصف قطر کے دائرے میں ایک تکون بناؤ۔جس کے زاویے

تمہاری کھینچی ہوئی تکون کے زاویوں کے برابر ہیں +

2 5 انچ کے نصف قطر کے دائرے میں ایک تکون بناؤ۔ جس کے دو زاویے 60 اور 45 درجے کے ہوں +

3 2.4 انچ نصف قطر کے دائرے میں ایک تکون بناؤ۔ جس کے دو زاویے ساٹھ ساٹھ درجے کے ہوں ۔ کیا اس تکون کے تینوں ضلعے باہم برابر ہیں +

4 2 انچ نصف قطر کے دائرے میں ایک ایکوی لیٹرل تکون بناؤ +

5 $1\frac{1}{2}$ انچ نصف قطر کے دائرہ میں ایسی آیسوسیلس تکون بناؤ۔ جس کا زاویۂ راس 72° کا ہو +

نوٹ ۔ قاعدہ پر کا ہر زاویہ $= \frac{72-180}{2} = 54^{\circ}$ +

6 3.6 انچ قطر کا دائرہ کھینچو ۔ اور اس میں ایسی آئیسو سیلس تکون بناؤ ۔ جس کے قاعدے پر کا ہر ایک زاویہ راس سے دو چند ہو +

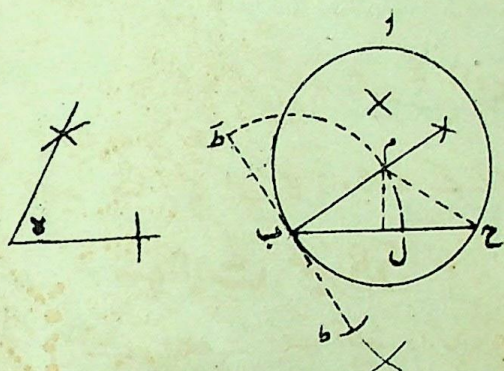
نوٹ ۔ پہلے تینوں زاویے معلوم کرو +

7 2.5 سنٹی میٹر نصف قطر کے دائرہ کے گرد ایک آیسو سیلس تکون بناؤ۔ جس کا زاویۂ راس 30° کا ہو +

8 3 انچ قطر کے دائرہ کے گرد ایک قائم الزاویہ

مثلث بناؤ - جس کا ایک حادہ زاویہ 60° کا ہو ؎

---

187 ایک خطِ مستقیم معلوم پر ایک قطعۂ دائرہ بناؤ - جس میں کا زاویہ زاویۂ معلوم کے برابر ہو ؎

فرض کرو ب ح خط معلوم اور ھ زاویۂ معلوم ہے - چاہتے ہیں - کہ ب ح پر ایک قطعہ دائرہ بنائیں - جس میں کا زاویہ ھ کے برابر ہو ؎

ح ب̂ ط برابر ھ̂ کے بناؤ -
اور ب م ، ب ط پر عمود کھینچو -
ب ح کے نقطۂ تنصیف سے ل م عمود کھینچو -
جو ب م سے م پر ملے -
∵ م خط ب ح کی قائمے زاویوں پر تنصیف کرنے والے خط پر واقع ہے - اس لئے م ب = م ح

پس م کو مرکز اور م ب کو نصف قطر مان کر دائرہ ب ا ح کھینچو۔ ب ا ح قطعۂ مطلوب ہے ÷

ثبوت ۔ چونکہ ب ط ب م پر عمود ہے ۔
اس لئے ب ط نقطۂ ب پر مماس دائرہ ہے۔
اور ب ح وتر ہے۔ جو نقطۂ تماس میں سے کھینچا گیا ہے۔
∴ ح ب̂ ط = متبادل قطعہ میں کا زاویہ
لیکن ح ب ط = 8̂
پس قطعہ ب ا ح میں کا زاویۂ 8 کے برابر ہے ÷

سوالات نمبر 58

1 $2\frac{1}{2}$ انچ لمبے خط پر ایک قطعۂ دائرہ بناؤ۔ جس میں کا زاویہ قائمہ ہو ÷

2 2.3 انچ لمبے خط پر ایک ایسا قطعۂ دائرہ بناؤ۔ جس کا زاویہ فی القطعہ 60° کا ہو ÷

3 $1\frac{3}{4}$ انچ لمبے قاعدے پر ایک قطعۂ دائرہ بناؤ۔ جس کا زاویہ 120° کا ہو ÷

4 ایک تکون کا قاعدہ $2''$ ہے ۔ اور زاویۂ راس 45° کا ہے ۔ تکون کے راس کا لوکس معلوم کرو ÷

5 ایک تکون کا قاعدہ 1.5 انچ اور اس کا ارتفاع 1.2 انچ اور زاویۂ راس 60° کا ہے۔ تکون بناؤ ÷

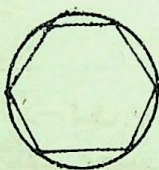
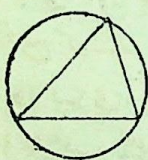
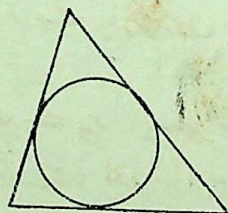
حل - اب 1.5 انچ کے برابر لو۔ اس پر ایک قطعۂ دائرہ بناؤ جس کا زاویۂ 60° کا ہو ایک خط اب کا متوازی اس سے 1.2 انچ کے فاصلے پر کھینچو۔ جو دائرہ کو ی اور ف پر قطع کرے۔ ای اور ب ی کو ملاؤ۔ ای ب مثلث مطلوب ہے۔ اف ب بھی مثلث مطلوب ہے +

نوٹ - اگر مثلث کا ارتفاع اتنا ہو کہ دو نقطے ی اور ف ایک ہو جائیں۔ تو صرف ایک مثلث پیدا ہوگا۔ اور ارتفاع اتنا زیادہ ہو۔ کہ نقاط ی اور ف دائرہ سے باہر ہوں۔ تو عمل نا ممکن ہوگا +

6 3 انچ لمبے قاعدے پر ایک تکون بناؤ۔ جس کی بلندی 1 انچ ہو۔ اور زاویہ راس قائمہ ہو +

بائیسواں باب

دائرہ کے اندر اور باہر اشکال منتظم بنانا

88 تعریفیں - اگر کوئی دائرہ کسی شکل مستقیمۃ الاضلاع کے تمام گوشوں میں سے گزرے - تو کہا کرتے ہیں - کہ وہ دائرہ اس شکل کے گرد بنا ہؤا ہے - اور وہ شکل دائرے کے اندر بنی ہوئی ہے ۔

اگر کوئی دائرہ کسی شکل مستقیمۃ الاضلاع کے تمام ضلعوں کو مس کرے - تو کہا کرتے ہیں - کہ وہ دائرہ اُس شکل کے اندر بنا ہؤا ہے - اور وہ شکل دائرہ کے گرد بنی ہوئی ہے ۔

جو دائرہ کسی شکل مستقیمۃ الاضلاع کے گرد بنایا
جائے۔ اُسے اس شکل کا سرکم سرکل (Circum circle)
اور مرکز کو اس شکل کا سرکم سنٹر (Circum centre)
اور نصف قطر کو اس شکل کا سرکم ریڈیس
(Circum radius) کہتے ہیں۔

جو دائرہ کسی شکل مستقیمۃ الاضلاع کے اندر
بنایا جائے۔ اُسے اس شکل کا ان سرکل (Incircle)
اور مرکز کو اس شکل کا ان سنٹر (Incentre) اور
نصف قطر کو اس شکل کا ان ریڈیس (Inradius)
کہتے ہیں۔

---

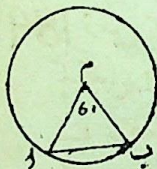
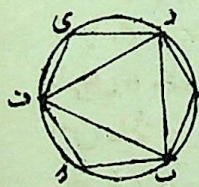
189 فرض کرو۔ کہ ایک دائرہ کے اندر ایک ریگولر
ہکسیگن یعنی مسدس منتظم بنا ہوا ہے۔ ظاہر
ہے۔ چھئوں ضلعوں کے سامنے
مرکزی زاوئے 1، 2، 3، 4، 5،
6 باہم برابر ہیں۔ مگر ان سب
زاویوں کا مجموعہ 360 درجے ہے۔
اس لئے ہر ایک زاویہ $\frac{360}{6}$
یعنی 60° کا ہے۔ اسی طرح ریگولر اوکٹاگن کے
ہر ضلع کے سامنے مرکزی زاویہ $\frac{360}{8}$ یعنی
45 درجے کا ہوتا ہے۔

کسی دائرے کے اندر اور باہر ریگولر فگر (شکل
منتظم) بنانے کی ترکیب ذیل کی مثالوں سے

بخوبی سمجھ میں آجائے گی :-

مثال - ۱ انچ نصف قطر کے دائرہ میں ریگولر ہکسیگن بناؤ -

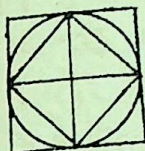
دائرہ کھینچو - اور مرکز م پر ایک زاویہ $360 \times \frac{1}{6}$ یعنی 60° کا بناؤ - فرض کرو - کہ زاویہ کے بازو م ا اور م ب محیط کو ا اور ب پر قطع کرتے ہیں - اب کو ملاؤ - ا ب ہکسیگن کا ایک ضلع ہے - اب محیط پر پرکار سے اب کے برابر وتر رکھتے ہوئے چلے جاؤ - کل چھ وتر دائرہ میں رکھے جا سکیں گے ؛

ظاہر ہے - کہ م ا ب متساوی الاضلاع ہے - یعنی ہکسیگن کا ہر ضلع نصف قطر کے برابر ہے - پس اگر ہم کسی دائرہ میں نصف قطر کے برابر چھ وتر رکھیں - تو ریگولر ہکسیگن بن جائیگا

نوٹ - اگر ہکسیگن ا ب ج د ی ف کے ب ، د ، ف گوشوں کو ملا دیں تو دائرہ کے اندر ایکوی لیٹرل تکون بن جائے گی ؛

دائرہ کے گرد ریگولر فگر بنانا -

جتنے ضلعے کی شکل دائرہ کے گرد بنانی ہو - پہلے اُتنے ہی ضلعوں کی شکل دائرہ کے اندر بناؤ - پھر اُس شکل کے گوشوں پر دائرہ کے مماس

کھینچو +

سوالات نمبر 59

1 $1\frac{1}{2}$ انچ نصف قطر کے دائرہ کے اندر اور باہر مربّع بناؤ +

نوٹ - دو قطر علے القوائم کھینچو - ان سے محیط چار برابر حصّوں میں تقسیم ہو جائے گا +

2 2 انچ نصف قطر کے دائرہ کے اندر اور باہر ریگولر اوکٹاگن بناؤ +

نوٹ - دو قطر علے القوائم کھینچو - اُن کے درمیانی زاویوں کی تنصیف کرنے والے خط کھینچو - ان خطوں سے محیط آٹھ برابر حصوں میں تقسیم ہو جائیگا +

3 سوا انچ نصف قطر کے دائرہ کے اندر اور باہر ایکوی لیٹرل تکون بناؤ +

4 6 سم نصف قطر کے دائرہ کے اندر اور باہر مسدس منتظم اور بارہ ضلع کی شکل منتظم بناؤ +

5 3.8 انچ نصف قطر کے دائرہ کے اندر اور باہر رگولر پنٹاگن اور ریگولر ڈیکاگن بناؤ +

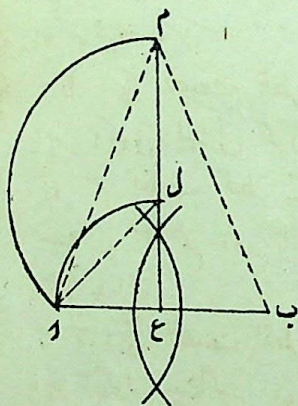
6 5.6 سم نصف قطر کے دائرہ کے اندر اور باہر نو ضلعے کی اور پندرہ ضلعے کی اشکال منتظم

بناؤ۔

کسی دئے ہوئے خط پر شکلِ منتظم بنانا

190 تم کسی دئے ہوئے خط پر ایکوئی لیٹرل تکون اور مربع آسانی سے بنا سکتے ہو۔ اب ہم تم کو رگولر ہکسیگن ۔ اوکٹاگن اور ڈوڈیکاگن بنانے کا طریق بتاتے ہیں۔

(۱) خط اب پر رگولر ہکسیگن بنانا۔

خط اب پر ام ب ایکوئی لیٹرل تکون بناؤ زاویہ ام ب $60°$ کا ہے۔ م مرکز سے م ا نصف قطر کا دائرہ کھینچو۔ پھر سارے محیط پر اب کے برابر وتر رکھو۔

(2) خط اب پر رگولر اوکٹاگن بنانا۔

اب کی ع پر تنصیف کرو۔ عمود ع م کھینچو۔ ع م پر ع ل برابر ع ا کے اور ل م برابر ل ا کے قطع کرو۔ م مرکز سے م ا نصف قطر کا دائرہ کھینچو۔ اور تمام محیط

پر وتر اب کو رکھتے چلے جاؤ +

مشق۔ ثابت کرو۔ کہ زاویہ ا م ب = 45°

(3) خط اب پر رگولر ڈوڈیکاگن بنانا +

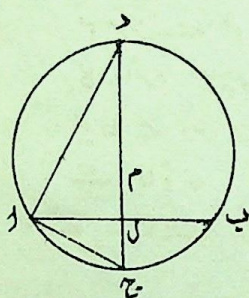
اب کی قائمے زاویوں پر تنصیف کرنے والا خط ع م کھینچو۔ اب پر ایکوئی لیٹرل تکون اب ج بناؤ۔ ج مرکز سے ج ا نصف قطر کی قوس کھینچو جو ع ج کو م پر کاٹے۔ م مرکز سے م ا نصف قطر کا دائرہ کھینچو۔ اور تمام محیط پر وتر اب کو رکھتے چلے جاؤ +

مشق۔ ثابت کرو۔ کہ زاویۂ ا م ب = 30° +

سوالات نمبر 60

۱ ڈیڑھ انچ لمبے خط پر رگولر ہکسیگن ۔ رگولر اوکٹاگن ۔ اور رگولر ڈوڈیکاگن بناؤ +

2 ساڑھے چار سنٹی میٹر لمبے خط پر رگولر ہکسیگن ۔ رگولر اوکٹاگن اور رگولر ڈوڈیکاگن بناؤ +

وتر قوس - ارتفاع قوس - وتر نصف قوس

191 فرض کرو- کہ دائرہ کا مرکز م ہے- اب وتر ہے قطر ج د وتر اب کی علی القوائم تنصیف کرتا ہے۔ خط ل ج قوس اج ب کی بلندی یا ارتفاع ہے۔ قوس اج ب کی نقطۂ ج پر تنصیف ہو گئی ہے- اس لئے خط اج نصف قوس اج کا وتر ہے۔

دیکھو- نصف دائرہ میں زاویہ ج ا د قائمہ ہے- اور ال عمود ہے دج پر- پس

ل ج × ل د = ال^2 (1)

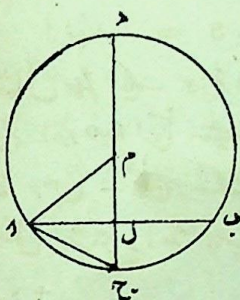
اور ل ج × د ج = اج^2 (2)

یہ دونو نتائج کارآمد ہیں- ان کو لفظوں میں اس طرح لکھ سکتے ہیں:-

ارتفاع × (قطر - ارتفاع) = (نصف وتر)^2

ارتفاع × قطر = (نصف قوس کا وتر)^2

مثال ۱ - ایک دائرہ کی نصف قوس کا وتر 18 انچ ہے - اور قوس کی بلندی 6 انچ ہے - قطر دائرہ بتاؤ ۔

حل دج = $\frac{\text{اج}^2}{\text{لج}} = \frac{18 \times 18}{6} = 54$ انچ ۔

مثال 2 - ایک دائرہ کا قطر 4 فٹ 2 انچ ہے - اور وتر 3 فٹ 4 انچ ہے نصف قوس کا وتر معلوم کرو ۔

حل شکل میں دج = 4 فٹ 2 انچ = 50 انچ ۔

∴ نصف قطر م ا = 25 انچ

اور وتر اب = 40 انچ ، ∴ ال = 20 انچ

مل = $\sqrt{\text{م ا}^2 - \text{ال}^2}$

$= \sqrt{625 - 400} = 15$ انچ

لج = مج - مل = $25 - 15 = 10$

∴ اج = $\sqrt{\text{لج} \times \text{دج}} = \sqrt{50 \times 10}$

$= 10\sqrt{5}$ انچ ۔

مثال 3 ایک دائرہ کا قطر 50 انچ ہے - اور نصف قوس کا وتر 10 انچ ہے - قوس کا وتر معلوم کرو +

حل ل ج $= \frac{10 \times 10}{50} = 2$

ا ل = $\sqrt{\text{ا ج}^2 - \text{ل ج}^2}$

$= \sqrt{100 - 4} = 4\sqrt{6}$

∴ ا ب = $8\sqrt{6}$ انچ +

مثال 4 ایک دائرہ کا قطر 50 انچ ہے - 30 انچ اور 40 انچ لمبے وتر اُس کے متوازی کھینچے گئے ہیں - اُن کے انجاموں کے ملانے سے جو شکل ٹریپیزائڈ پیدا ہوگی - اُس کا رقبہ معلوم کرو +

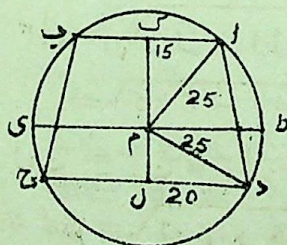
حل (۱) جبکہ ایک وتر مرکز کے ایک طرف اور دوسرا وتر دوسری طرف واقع ہو +

فرض کرو - کہ قطری ط کے متوازی وتر ا ب 30 انچ اور وتر د ج 40 انچ ہے + مرکز م سے م ک اور م ل عمود کھینچو - م ا اور م د کو ملاؤ -

م ا = 25 ، ا ک = 15

∴ م ک $= \sqrt{25^2 - 15^2} = 20$

م ل $= \sqrt{25^2 - 20^2} = 15$

ک ل = م ک + م ل = 20 + 15 = 35

ا د اور ب ج کو ملاؤ۔

ٹریپیزائڈ ا ب ج د کا رقبہ = $\frac{1}{2}$ (ا ب + د ج) × ک ل

$= \frac{1}{2} (40 + 30) 35$

= 1225 مربع انچ۔

(2) جبکہ دونو وتر مرکز کے ایک ہی طرف واقع ہوں۔ اس صورت میں

ک ل = م ک − م ل

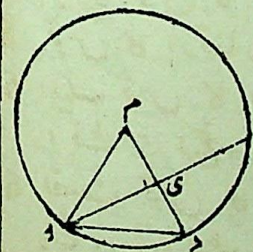
$= 20 - 15$

$= 5$

ا ب ج د کا رقبہ $= \frac{1}{2} \times 70 \times 5$

= 175 مربع انچ۔

مثال 5 - ایک وتر کسی دائرے کے نصف قطر کی قائمے زاویوں پر تنصیف کرتا ہوا کھینچا گیا۔ ثابت کرو۔ کہ چھوٹی نصف قوس کا وتر دائرہ کے نصف قطر کے برابر ہوگا۔

حل - وتر اب نصف قطر م د کی ی پر علے القوائم تنصیف کرتا ہے - فرض

کرو - کہ نصف قطر 2 انچ ہے - ظاہر ہے -
م ا = 2 انچ ، م ی = ۱ انچ ، یعنی زاویۂ
قائمہ کے مقابل کا ضلع زاویہ م ای کے
مقابل کے ضلع سے دو چند ہے - اس لئے
زاویہ م ا ی 30° کا ہے - اور اس لئے زاویۂ
م 60° کا ہے ÷ چونکہ مثلث م اد متساوی
الساقین ہے - اور $\hat{م} = 60^\circ$
∴ مثلث م اد متساوی الاضلاع ہے - یعنی
اد = م ا ÷

سوالات نمبر 61

1 ایک دائرہ کا قطر 20 فٹ اور اس کی بلندی 2 فٹ - وتر قوس بتاؤ ÷
2 ایک دائرہ کا قطر 1 فٹ 1 انچ - اور قوس کی بلندی 4 انچ ، وتر قوس بتاؤ ÷
3 ایک قوس کا وتر 12 فٹ - اور قوس کی بلندی 2 فٹ ہے - قطر بتاؤ ÷
4 ایک قوس کا وتر 18 گز ہے - اور قطر 30 گز - قوس کا ارتفاع بتاؤ ÷
5 ایک قوس کا وتر 1 فٹ 4 انچ اور نصف قطر 1 فٹ 5 انچ - قوس کی بلندی بتاؤ ÷
6 نصف قوس کا وتر 14 فٹ ہے - اور قوس کی بلندی $3\frac{1}{2}$ فٹ ہے - قطر بتاؤ ÷

7 نصف قوس کا وتر 5 فٹ 3 انچ ہے ۔ اور قوس کی بلندی ۱ فٹ ۹ انچ ہے ۔ قطر بتاؤ ✤

8 ایک دائرہ کا قطر 3 فٹ ہے ۔ اور قوس کی بلندی 4 انچ ہے ۔ نصف قوس کا وتر بتاؤ ✤

9 ایک قوس کی بلندی 2 انچ اور قطر 6 فٹ ہے ۔ نصف قوس کا وتر بتاؤ ✤

10 نصف قوس کا وتر ۱۰ گز اور قطر 25 گز ہے ۔ ارتفاع قوس بتاؤ ✤

11 ایک دائرہ کا نصف قطر ۱ فٹ 8 انچ ہے ۔ اور وتر 2 فٹ ہے ۔ نصف قوس کا وتر بتاؤ ✤

12 ایک دائرہ کا قطر ۱ فٹ ہے ۔ اور وتر $6\sqrt{3}$ انچ ہے ۔ نصف قوس کا وتر بتاؤ ✤

13 ایک قوس کا وتر 12 فٹ ہے ۔ اور نصف قوس کا وتر ۱۰ فٹ ہے ۔ دائرہ کا قطر بتاؤ ✤

14 ایک قوس کا وتر 4 فٹ اور نصف قوس کا وتر 2 فٹ 6 انچ ہے ۔ قوس کی بلندی بتاؤ ✤

15 ایک دائرہ کا نصف قطر 5 فٹ ۱ انچ ہے ۔ اس میں ایک وتر ۱۰ فٹ لمبا کھینچا گیا ہے اس وتر سے جن دو قوسوں میں دائرہ تقسیم ہو جاتا ہے ۔ ان کے ارتفاع معلوم کرو ✤

16 ایک دائرہ کا نصف قطر 2 فٹ 2 انچ ہے ۔ اُس میں مرکز سے ۱۰ انچ کے فاصلے پر ایک وتر کھینچا گیا ہے ۔ اس کی لمبائی معلوم کرو ✤

١٧ ایک دائرہ کا قطر 8 فٹ 4 انچ ہے - اور اس میں کسی قوس کا وتر 5 فٹ ہے - تو اس سے دُگنی قوس کا وتر معلوم کرو ۔

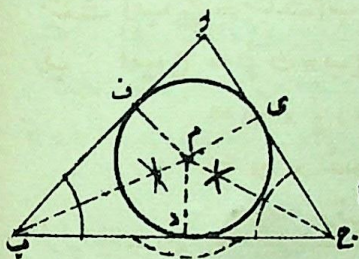
١٨ ایک دائرہ میں جس کا نصف قطر 3 فٹ ہے - دو قوسوں میں ایک وتر مشترک ہے اور ایک قوس کا ارتفاع دوسری کے ارتفاع سے دُگنا ہے - وتر معلوم کرو ۔

١٩ ایک دائرہ میں جس کا نصف قطر 65 گز ہے - دو متوازی وتر مرکز کے ایک ہی طرف کھینچے گئے - اگر وتروں کے طول ١٢٠ اور ١٠٤ گز ہوں - تو ان کا درمیانی فاصلہ بتاؤ ۔

اگر ایک وتر مرکز کے ایک طرف ہو - اور دوسرا وتر دوسری طرف - تو اُن کا درمیانی فاصلہ کیا ہوگا ؟

چوبیسواں باب

مثلّث کے اندرونی اور بیرونی دائرے

۱۹۲ مثلّث معلوم کے اندر دائرہ بناؤ +

فرض کرو۔ اب ج مثلّث ہے ۔ زاویئے ب اور ج کی تنصیف خطوط ب م ، ج م سے کرو۔ م د ، ب ج پر عمود نکالو۔ تو

دائرہ مطلوب کا مرکز م اور نصف قطر م د ہے
ج ا پر م ی اور اب پر م ف عمود ڈالو +

∵ ب م ب̂ کی تنصیف کرتا ہے

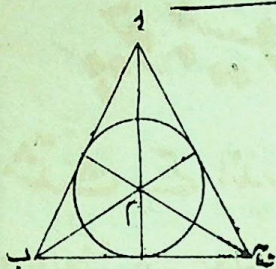
∴ م د = م ف

اسی وجہ سے م د = م ی

اس لئے م د = م ی = م ف

نیز زاوئے د، ی ، ف قائمے ہیں۔

پس م کو مرکز اور م د کو نصف قطر مان کر جو

دائرہ کھینچا جائیگا۔ وہ ب ج، ج ا، اب کو مس کرے گا۔

193 کسی مثلث کا اِن ریڈیس معلوم کرو۔

فرض کرو۔ کہ مثلث اب ج کا اِن ریڈیس ن ہے۔

مثلث اب ج = مثلث م ب ج + مثلث م ج ا + مثلث م اب

رقبہ اب ج = $\frac{1}{2}$ ن × ب ج + $\frac{1}{2}$ ن × ج ا + $\frac{1}{2}$ ن × اب

= ن × $\frac{1}{2}$ (ب ج + ج ا + اب)

= ن × نصف پیری میٹر

∴ ن = $\frac{\text{رقبۂ مثلث}}{\text{نصف پیری میٹر}}$

مثال ۱۔ مثلث متساوی الاضلاع کا ایک ضلع معلوم ہے۔ اس کا اِن ریڈیس معلوم کرو۔

حل (۱) رقبۂ مثلث = (ضلع)^2 × $\frac{\sqrt{3}}{4}$

نصف پیری میٹر = $\frac{3}{2}$ ضلع

∴ اِن ریڈیس = (ضلع)^2 × $\frac{\sqrt{3}}{4}$ × $\frac{2}{3\ \text{ضلع}}$

= $\frac{\text{ضلع}}{2\sqrt{3}}$

یعنی اگر ضلع کی لمبائی کو $2\sqrt{3}$ پر تقسیم کر دیں تو ان ریڈیس معلوم ہو جاتا ہے ۔

نیز یہ بھی ظاہر ہے ۔ کہ اگر ان ریڈیس کو $2\sqrt{3}$ میں ضرب دیں ۔ تو ضلع معلوم ہو جاتا ہے ۔

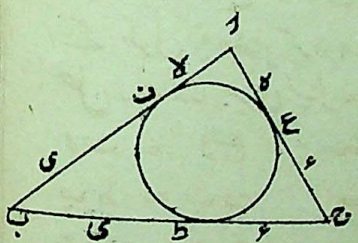
مثال 2 ۔ ثابت کرو کہ ایکوی لیٹرل تکون کا ان ریڈیس ارتفاع کی تہائی کے برابر ہوتا ہے ۔

حل ان ریڈیس $= \frac{\text{ضلع}}{2\sqrt{3}}$ ، ارتفاع $=$ ضلع $\frac{\sqrt{3}}{2}$

$$\therefore \frac{\text{ان ریڈیس}}{\text{ارتفاع}} = \frac{\text{ضلع}}{2\sqrt{3}} \times \frac{2}{\sqrt{3}\,\text{ضلع}} = \frac{1}{3}$$

نوٹ ۔ اس سوال کے حل کرنے کے لئے تم ضلع کو ۱ فرض کر سکتے ہو ۔

مثال 3 ۔ تکون کے اندرونی دائرے کے نقاطِ تماس سے ضلعوں کے جو دو دو حصے بنتے ہیں ان کے طول ضلعوں کی عبارت میں معلوم کرو ۔

ط ، ع ، ف نقاط تماس ہیں ۔ بیرونی نقطے سے دائرے کے جو مماس کھینچے جاتے ہیں ۔ وہ باہم مساوی ہوتے ہیں ۔

حل۔ فرض کرو کہ اف = اع = لا

ب ف = ب ط = ی

ج ع = ج ط = ء

∴ ۲لا + ۲ی + ۲ء = پیری میٹر

∴ لا + ی + ء = نصف پیری میٹر

∴ لا + ب ج = نصف پیری میٹر

∴ لا = نصف پیری میٹر۔ ب ج (1)

اسی طرح ی = نصف پیری میٹر۔ ج ا (2)

ء = نصف پیری میٹر۔ اب (3)

یہ نتائج آسانی سے یاد رہ سکتے ہیں۔ ا کے قریب کے حصّے معلوم کرنے کے لئے نصف پیری میٹر میں سے ا کے مقابل کا ضلع گھٹاؤ وغیرہ وغیرہ ۔

مثال ۴۔ ایک تکون کے ضلعے 40، 39 اور 25 فٹ ہیں۔ اندرونی دائرے کے نقاط تماس سے ضلعوں کے جو حصّے بنتے ہیں۔ ان کے طول معلوم کرو ۔

حل۔ نصف پیری میٹر = $\frac{1}{2}$ (40 + 39 + 25) = 52

اف = اغ = 52 − 40 = 12

ب ط = ب ف = 52 − 39 = 13

ج ط = ج ع = 52 − 25 = 27

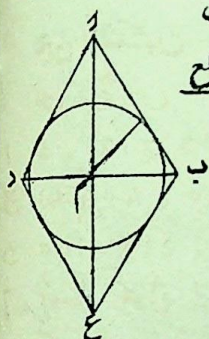
مثال 5 - ایک رابس کے اندر دائرہ بنا ہوا ہے - ثابت کرو کہ اس کا قطر رابس کے ارتفاع کے برابر ہوتا ہے -

حل - رابس کے وتر اُسے چار مساوی مثلثوں میں تقسیم کرتے ہیں - پس

رابس کا رقبہ = 4 × رقبہ مثلث ا م ب

$$= \frac{\text{نصف قطر} \times \text{ضلع}}{2} \times 4$$

$$= \text{قطر} \times \text{ضلع}$$

$$\therefore \text{قطر} = \frac{\text{رابس کا رقبہ}}{\text{ضلع}}$$

مگر ہمیں معلوم ہے کہ $\frac{\text{رابس کا رقبہ}}{\text{ضلع}}$ برابر ارتفاع کے ہوتا ہے - اس لئے قطر = ارتفاع ٭

مثال 6 - کسی تکون کے اضلاع میں 13، 14، 15 کی نسبت ہے - اس کا ان ریڈیس 24 ہے - رقبہ بتاؤ ٭

حل - فرض کرو کہ تکون کے ضلعے 13، 14، 15 ہیں -

معمولی قاعدے سے رقبہ = 84

نصف پیری میٹر = $\frac{1}{2}(15 + 14 + 13) = 21$

ان ریڈیس = $\frac{84}{21} = 4$

اگر ان ریڈیس 4 ہو - تو مثلث کے ضلعے 13، 14، 15 ہیں - مگر ان ریڈیس 24 یعنی 4 سے چھ گنا

ہے۔ اس لئے ضلعے بھی 13، 14، 15 سے چھ گنا ہونگے۔ اور اس لئے رقبہ 84 سے 36 گنا ہوگا۔ پس رقبہ مطلوب $= 84 \times 36 = 3024$

سوالات نمبر 62

جن مثلثوں کے ضلعے نیچے دئے ہیں۔ ان کے ان ریڈیس معلوم کرو۔

1 5، 12، 13   2 15، 25، 20

3 41، 41، 80   4 50، 50، 50

5 100، 217، 303   6 750، 700، 650

7 ایک ایکوئی لیٹرل تکون کا ضلع ۱ فٹ ہے۔ اس کے اندر بنے ہوئے دائرہ کا قطر بتاؤ۔

8 ایک ایکوئی لیٹرل تکون کا ان ریڈیس ۱۰ فٹ ہے تکون کا رقبہ بتاؤ۔

9 ایک مثلث کے ضلعے $2\frac{1}{4}$، 3، $3\frac{3}{4}$ فٹ ہیں۔ اس کا ان ریڈیس بتاؤ۔

10 ایک مثلث قائم الزاویہ میں قائمے کے گرد کے ضلعے 8 اور 15 ہیں۔ اس کا ان ریڈیس بتاؤ۔

11 ایک مربع کا ضلع ۵ فٹ ہے۔ اس کے اندر بنے ہوئے دائرہ کا قطر بتاؤ۔

12 ایک رابس کے وتر 6 فٹ اور 8 فٹ ہیں۔ اس کے اندر بنے ہوئے دائرہ کا نصف قطر

بتاؤ ۔

13 ایک رامبس کے اندر بنے ہوئے دائرے کا نصف قطر $4\frac{8}{13}$ انچ ہے ۔ اور رامبس کا رقبہ $\frac{5}{6}$ مربع فٹ ہے ۔ رامبس کا ضلع معلوم کرو ۔

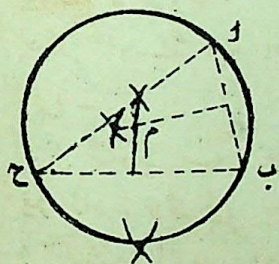
14 اگر ایک ایکوئی لیٹرل تکون کا پیری میٹر $3\frac{1}{2}$ فُٹ ہو ۔ تو ثابت کرو کہ اس کا اِن ریڈیس پورا 2 انچ ہے ۔

15 کسی تکون کے اضلاع ہیں ۱۷ : ۱۷ : ۱۶ کی نسبت ہے ۔ اُس کا ان ریڈیس 24 ہے ۔ تکون کے ضلعے اور رقبہ بتاؤ ۔

---

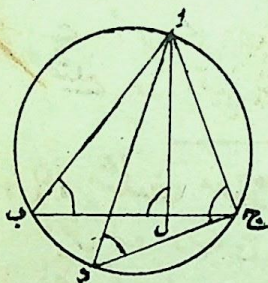
194 مثلث معلوم کے گرد دائرہ بناؤ ۔

فرض کرو ا ب ج مثلث معلوم ہے ۔

فرض کرو ا ب اور ب ج کی قائمے زاویوں پر تنصیف کرنے والے خطوط م پر ملتے ہیں تو م دائرہ مطلوب کا مرکز ہوگا ۔

چونکہ م اُس خط پر واقع ہے ۔ جو ا ب کی قائمے زاویوں پر تنصیف کرتا ہے ۔

∴ م ا = م ب
اسی طرح م ب = م ج
پس م ا = م ب = م ج
اس لئے م کو مرکز اور م ا کو نصف قطر مان کر جو دائرہ کھینچا جائے گا۔ وہ ا، ب اور ج میں سے گزریگا +

---

195 کسی مثلث کا سرکم ریڈیس معلوم کرو۔

فرض کرو۔ کہ مثلث ا ب ج کے گرد دائرہ بنا ہؤا ہے۔ ا سے عمود ا ل ضلع ب ج پر ڈالو۔ اور دائرہ کا قطر ا د بھی کھینچو۔ ج د کو ملاؤ +

چونکہ زاویئے ب اور د ایک ہی قطعہ میں واقع ہیں۔

∴ زاویہ ب = زاویہ د
نیز زاویہ قائمہ ل = زاویہ ا ج د (دفعہ 180)
∴ مثلث ا ل ب اور ا ج د متشابہ ہیں۔

∴ $\frac{\text{ا د}}{\text{ا ج}} = \frac{\text{ا ب}}{\text{ا ل}}$

∴ ا د × ا ل = ا ب × ا ج

طرفین کو ب ج میں ضرب دیا۔ تو

ا د × ا ل × ب ج = ا ب × ا ج × ب ج

اب دیکھو ا د = 2 سرکم ریڈیس

اور ا ل × ب ج = 2 رقبہ مثلث ÷

∴ 2 × سرکم ریڈیس × 2 رقبہ مثلث = ا ب × ا ج × ب ج

$$\therefore \text{سرکم ریڈیس} = \frac{\text{ا ب × ا ج × ب ج}}{\text{4 رقبہ مثلث}}$$

$$= \frac{\text{حاصل ضرب ہر سہ اضلاع}}{\text{چو چند رقبہ مثلث}}$$ ÷

نوٹ۔ چونکہ نصف دائرہ میں زاویہ قائمہ ہوتا ہے۔ اس لئے جو دائرہ قائم الزاویہ تکون کے گرد بنایا جائے گا۔ وہ قائمے میں سے گزریگا۔ اس کا مرکز وتر کا نقطہ تنصیف ہوگا۔ اور قطر وتر کے برابر ہوگا ÷

مثال ۱۔ مثلث متساوی الاضلاع کا ایک ضلع معلوم ہے۔ اس کا سرکم ریڈیس معلوم کرو۔

حل سرکم ریڈیس $= \dfrac{\text{ضلع × ضلع × ضلع}}{4 \times \frac{\sqrt{3}}{4}(\text{ضلع})^2} = \dfrac{\text{ضلع}}{\sqrt{3}}$

یعنی اگر ایکوی لیٹرل تکون کے ضلع کو $\sqrt{3}$ پر تقسیم کریں۔ تو سرکم ریڈیس معلوم ہو جاتا ہے۔ نیز یہ بھی ظاہر ہے۔ کہ اگر سرکم ریڈیس کو $\sqrt{3}$ میں ضرب دیں۔ تو ضلع معلوم ہو جاتا ہے ÷

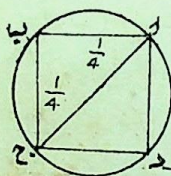
مثال ۲ ایک مثلث متساوی الاضلاع اور مربع کا پیری میٹر ایک ہی ہے۔ ثابت کرو کہ ان کے سرکم ریڈیس $4\sqrt{2} : 3\sqrt{3}$ کی نسبت رکھتے ہیں۔

حل فرض کرو کہ پیری میٹر ۱ ہے۔

∴ مثلث کا ضلع $= \frac{1}{3}$، مربع کا ضلع $= \frac{1}{4}$

$$\text{مثلث کا سرکم ریڈیس} = \frac{\frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3}}{\frac{\sqrt{3}}{4} \times \left(\frac{1}{3}\right)^2 \times 4}$$

$$= \frac{1}{3\sqrt{3}}$$

$$\text{مربع پر کے دائرہ کا قطر} = \frac{1}{4}\sqrt{2}$$

$$= \frac{1}{2\sqrt{2}}$$

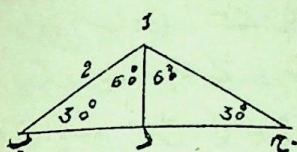
$$\therefore \text{مربع کا سرکم ریڈیس} = \frac{1}{4\sqrt{2}}$$

$$\text{پس} \quad \frac{\text{مثلث کا سرکم ریڈیس}}{\text{مربع کا سرکم ریڈیس}} = \frac{4\sqrt{2}}{3\sqrt{3}}$$

مثال ۳ - ایک مثلث متساوی الساقین کے قاعدے پر کے زاویئے تیس تیس درجے کے ہیں۔ ثابت کرو کہ اس کا سرکم ریڈیس اس کے ضلع کے برابر ہے۔

حل فرض کرو کہ مثلث اب ج میں زاویہ ب $= 30^\circ$

زاویہ ج $= 30^\circ$، زاویہ ا $= 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$

ا سے عمود ا د کھینچو۔

زاویہ ب ا د = 60°
فرض کرو۔ کہ ضلع
ا ب = ا ج = 2
60° کے مقابل کا
ضلع ب د = $\sqrt{3}$ اور ا د = 1
رقبہ مثلث = $\frac{1}{2}$ ا د × ب ج
$= \frac{1}{2} \times 1 \times 2\sqrt{3} = \sqrt{3}$

سرکم ریڈیس = $\frac{\text{ا ب} \times \text{ا ج} \times \text{ب ج}}{\text{چوچند رقبہ}}$

$= \frac{2 \times 2 \times 2\sqrt{3}}{4 \times \sqrt{3}} = 2$

پس سرکم ریڈیس اور ضلع ا ب باہم برابر ہیں۔

سوالات نمبر 63

جن مثلثوں کے ضلعے نیچے دئے ہیں۔ ان کے سرکم ریڈیس معلوم کرو۔

1 30، 40، 50۔ 2 41، 80، 41۔
3 50، 50، 50۔ 4 123، 122، 49۔
5 100، 156، 160۔ 6 9، 7، 6۔

ایک مثلث قائم الزاویہ میں قائمے کے گرد کے ضلعے 8 اور 15 ہیں۔ اس کا سرکم ریڈیس بتاؤ۔ جواب $8\frac{1}{2}$

7 ایک مثلث قائم الزاویہ متساوی الساقین کے

دو مساوی ضلعے پانچ پانچ فٹ ہیں۔ اس کے گرد بنے ہوئے دائرہ کا قطر بتاؤ +

8 ایک مُربع کا وتر ۱۰ فٹ ہے۔ اس کے گرد بنے ہوئے دائرہ کا قطر بتاؤ +

9 ایک آسوسیلس تکون کے قاعدے کا ہر زاویہ ۴۵° کا ہے۔ ثابت کرو کہ اس کا سرکم ریڈیس نصف قاعدے کے برابر ہے +

10 ایک ایکوی لیٹرل تکون کا ضلع 15 فٹ ہے۔ سرکم ریڈیس بتاؤ +

11 ایک ایکوی لیٹرل تکون کا سرکم ریڈیس 15 ہے ضلع بتاؤ +

12 ایک مربع کے گرد بنے ہوئے دائرہ کا قطر ۱۰ فٹ ہے۔ اس کا ضلع بتاؤ +

13 8 انچ قطر کے دائرہ کے اندر بنے ہوئے مثلث متساوی الاضلاع کا رقبہ بتاؤ +

14 ایک مثلث متساوی الساقین کا ہر ضلع قاعدے سے دُگنا ہے۔ اس کے سرکم ریڈیس اور ان ریڈیس میں نسبت معلوم کرو +

اشارہ۔ فرض کرو قاعدہ 2 اور ضلع ۴ ہے +

15 ثابت کرو کہ ایکوی لیٹرل تکون کا سرکم ریڈیس اس کے ان ریڈیس سے دوچند ہوتا ہے۔

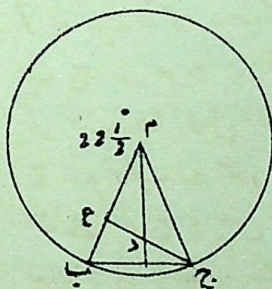
اشارہ۔ فرض کرو کہ ضلع ۱ ہے +

16 ایک قائم الزاویہ تکون کے ضلعے 330 اور 560

فٹ ہیں - اس خط کا طول معلوم کرو - جو زاویۂ قائمہ سے وتر کے نقطۂ تنصیف میں ملایا جائے +

پچّیسواں باب

اشکال منتظم کے اضلاع اور رقبے

196 دائرہ کا نصف قطر معلوم ہے - اس کے اندر بنی ہوئی رگولر شکل کا ضلع اور رقبہ معلوم کرنا +

مثال ۱ - ایک انچ نصف قطر کے دائرے کے اندر بنے ہوئے رگولر اوکٹاگن کا ضلع اور رقبہ معلوم کرو +

حل اوکٹاگن کا ایک ضلع ب ج ہے - مرکزی زاویہ ب م ج $= \frac{360°}{8} = 45°$، م د عمود ب ج پر ڈالو +

ب م د $= 22\frac{1}{2}°$

مثلث م ب د میں 90° کے مقابل کا ضلع ب م ۱ ہے۔ اس لئے $22\frac{1}{2}^\circ$ کے مقابل کا

ضلع ب د $= \frac{1}{\sqrt{2+\sqrt{2}}}$

∴ ب ج $= 2$ ب د $= \frac{2}{\sqrt{2+\sqrt{2}}}$

∴ ب ج $= \frac{2}{\sqrt{2+\sqrt{2}}} \times \frac{\sqrt{2-\sqrt{2}}}{\sqrt{2-\sqrt{2}}}$

$= \frac{2\sqrt{2-\sqrt{2}}}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}\sqrt{2-\sqrt{2}}$ انچ

رقبہ $= 8 \times \triangle$ م ب ج

مثلث ب م ج کا رقبہ معلوم کرنے کا ایک طریقہ تو یہ ہے۔ کہ د م کو معلوم کریں۔ اور پھر ب ج اور م د کا نصف حاصل ضرب لیں۔ مگر مندرجۂ ذیل طریقہ مقابلۃً آسان ہے۔

ج سے م ب پر عمود ج ع کھینچو۔

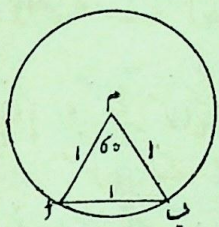
مثلث م ج ع میں ج م ع 45° کا ہے۔ اور 90° کے مقابل کا ضلع ۱ ہے۔ اس لئے ج ع $= \frac{1}{\sqrt{2}}$

∴ $\triangle$ م ب ج $= \frac{1}{2}$ م ب × ج ع

$= \frac{1}{2} \times 1 \times \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{2\sqrt{2}}$

∴ اوکٹاگن کا رقبہ $= 8\ \triangle$ م ب ج $= 8 \times \frac{1}{2\sqrt{2}}$

$= 2\sqrt{2}$ مربع انچ ٭

مثال ۲ - ایک دائرہ کے اندر ایک رگولر ہکسیگن اور ایک رگولر ڈوڈیکاگن بنے ہوئے ہیں - ان کے رقبوں میں نسبت معلوم کرو +

حل - فرض کرو کہ دائرہ کا نصف قطر ۱ انچ ہے - ظاہر ہے - کہ ریگولر ہکسیگن کا ایک ضلع ۱ انچ ہوگا +

ہکسیگن کا رقبہ = 6 × رقبہ مثلث م ا ب

$= 6 \times 1 \times 1 \times \frac{\sqrt{3}}{4}$

$= \frac{3}{2}\sqrt{3}$ مربع انچ ..... (۱)

ڈوڈیکاگن کی صورت میں

فرض کرو کہ ک ط ڈوڈیکاگن کا ایک ضلع ہے - زاویہ ک س ط 30° ہے -

ک سے ک ع عمود س ط پر ڈالو - مثلث ک ع س میں قائمے کے مقابل کا ضلع ک س ۱ انچ ہے -

اسلئے 30° کے مقابل کا ضلع ک ع $\frac{1}{2}$ انچ ہوگا -

پس مثلث س ک ط کا رقبہ = $\frac{1}{2}$ × س ط × ک ع

$= \frac{1}{2} \times 1 \times \frac{1}{2}$

$= \frac{1}{4}$ مربع انچ

∴ ڈوڈیکاگن کا رقبہ $= \frac{1}{4} \times 12$

$= 3$ مربع انچ (۲)

پس $\dfrac{\text{ہکسیگن کا رقبہ}}{\text{ڈوڈیکاگن کا رقبہ}} = \dfrac{3}{2}\sqrt{3} \times \dfrac{1}{3} = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$

دائرہ کے اندر بنی ہوئی چوکور کا رقبہ

196 ؛ اگر کوئی چوکور دائرہ کے اندر بن سکے۔ اور اُس کے ضلعے طا، طب، طج، طد ہوں تو اس کا

رقبہ = $\sqrt{\text{(ص - طا) (ص - طب) (ص - طج) (ص - طد)}}$

جبکہ ص = $\frac{1}{2}$ (طا + طب + طج + طد)

چونکہ ثبوت مشکل ہے۔ اس لئے ترک کیا گیا۔

سوالات نمبر 64

1 ۔ ۴ انچ نصف قطر کے دائرہ میں بنے ہوئے مربع کا ضلع اور رقبہ معلوم کرو۔

2 ۔ ۱ انچ نصف قطر کے دائرے میں بنے ہوئے رگولر ہکسیگن کا ضلع اور رقبہ معلوم کرو۔

3 ۔ ۱۵ سم نصف قطر کا دائرہ کھینچو۔ اس کے اندر رگولر ڈوڈیکاگن بناؤ۔ اور اس کا رقبہ معلوم کرو۔

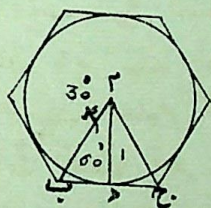
4 ۔ ایک دائرہ کا نصف قطر ۱ فٹ ہے۔ اس کے اندر بنی ہوئی ایکوئی لیٹرل ٹرائیگون کا پیری میٹر بتاؤ۔

5 ایک دائرہ کا نصف قطر اً ہے - اس کے اندر
بنے ہوئے مثلث متساوی الاضلاع اور مسدس
منتظم کے رقبوں کا مقابلہ کرو ۔

6 ایک دائرے کے اندر ایک مربع اور ایکوی لیٹرل
ٹیکون بنائے گئے ہیں - ان کے ضلعوں میں
نسبت معلوم کرو ۔
اشارہ - فرض کرو کہ نصف قطر ا ہے - اب
ضلعے معلوم کرو ۔

---

197 دائرہ کا نصف قطر معلوم ہے - اس
کے گرد بنی ہوئی رگولر ٹگر کا ضلع اور رقبہ
معلوم کرنا ۔

مثال ۱ - ایک دائرہ کا نصف قطر اً ہے - اس
کے گرد بنے ہوئے مسدس منتظم کا ضلع اور
رقبہ معلوم کرو ۔

حل - مسدس کا ایک
ضلع ب ج ہے - مرکز
م سے عمود م د کھینچو -
$\widehat{\text{ب م د}} = 30^\circ$

اب مثلث ب م د میں 60° کے مقابل کا ضلع
اً ہے ۔
اس لئے 30° کے مقابل کا ضلع ب د $= \frac{1}{\sqrt{3}}$
$\therefore$ ب ج $= \frac{2}{\sqrt{3}}$

رقبہ △ ا ب ج = $\frac{1}{2}$ ا د × ب ج

$= \frac{1}{2} \times 1 \times \frac{2}{3}\sqrt{3} = \frac{1}{3}\sqrt{3}$

∴ رقبہ مسدس $= 6 \times \frac{1}{3}\sqrt{3} = 2\sqrt{3}$ مربع انچ

سوالات نمبر 65

1 اَ نصف قطر کے دائرے کے گرد بنتے ہوئے مربع کا ضلع اور رقبہ معلوم کرو۔

2 ایک دائرہ کا نصف قطر ا گز ہے۔ اس کے گرد بنتی ہوئی ایکوئی لیٹرل تکون کا رقبہ معلوم کرو۔

3 ایک دائرہ کا نصف قطر اَ ہے۔ اس کے گرد بنے ہوئے مثمن منتظم کا رقبہ دریافت کرو۔

4 ایک انچ نصف قطر کے دائرہ کے اندر اور باہر بنے ہوئے مربعوں کے رقبوں میں نسبت معلوم کرو۔

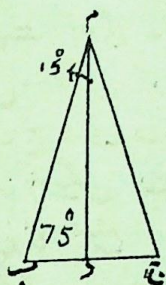
5 $\frac{1}{2}$ نصف قطر کا دائرہ کھینچو۔ اس کے اندر اور باہر مسدس منتظم بناؤ۔ اور ان کے رقبوں میں نسبت معلوم کرو۔

---

98 ریگولر فگر کا ایک ضلع معلوم ہے۔ اس کا رقبہ معلوم کرنا۔

مثال ۱ بارہ ضلعے کی شکل منتظم کا ایک ضلع $2''$ ہے۔ رقبہ دریافت کرو۔ اور اس کا ان ریڈس اور سرکم ریڈس معلوم کرو +

حل ب ج ایک ضلع ہے۔

م مرکز ہے۔

$\widehat{ب م د} = \frac{30^\circ}{2} = 15^\circ$

$ب د = \frac{1}{2} ب ج = 1''$

ظاہر ہے △ ب م ج کا رقبہ معلوم کرنے کے لئے ہمیں م د کے دریافت کرنے کی ضرورت ہے۔

مثلث ب م د میں 15° کے مقابل کا ضلع $1''$ ہے۔ اس لئے 75° کے مقابل کا ضلع م د $2+\sqrt{3}$ ہے۔ اور 90° کے مقابل کا ضلع م ب $\sqrt{6}+\sqrt{2}$ ہے

∴ رقبہ △ ب م ج = $\frac{1}{2}$ ب ج × م د

$= \frac{1}{2} \times 2 \times (2 + \sqrt{3})$

$= (2+\sqrt{3})$ مربع انچ

بارہ ضلعے کی شکل کا رقبہ $= 12\,(2+\sqrt{3})$

ان ریڈیس = م د $= 2+\sqrt{3}$

سرکم ریڈیس = م ب $= \sqrt{6}+\sqrt{2}$

مثال ۲ - ایک مسدس منتظم (رگولر ہکسیگن) کے متبادلہ زاویوں میں خط ملائے گئے اور ان خطوں

کے تقاطع سے ایک نیا مسدس منتظم پیدا ہوگا۔
بتاؤ دونو مسدسوں کے رقبیوں میں کیا نسبت ہوگی؟

حل۔ فرض کرو کہ ا ب ج د ی ف ایک رگولر ہکسیگن ہے۔ جس کا ضلع ۱ ہے۔
نئی شکل ط س ل ق ع ک پیدا ہوئی ہے۔

چونکہ ا ب = ب ج اور زاویہ ا ب ج = 120°

∴ زاویہ ب ا ج = 30°

اسی طرح زاویہ ا ب ط = 30°

∴ ا ط = ط ب، اسی طرح س ب = س ج

نیز زاویہ ب ط س = ب ا ج + ا ب ط = 60°

اسی طرح ب س ط = 60°

∴ ا ط = ط س = س ج یعنی ط س = $\frac{1}{3}$ ا ج

اب چونکہ ا ب = ۱، ب ج = ۱، ا ب ج = 120°

∴ ا ج = $\sqrt{3}$

∴ ط س = $\frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{1}{\sqrt{3}}$

رقبہ ا ب ج د ی ف = $6 \times \frac{\sqrt{3}}{4} \times 1 \times 1 = \frac{3}{2}\sqrt{3}$

رقبہ ط س ل ق ع ک = $6 \times \frac{\sqrt{3}}{4} \times \frac{1}{\sqrt{3}} \times \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{3}{2}\frac{1}{\sqrt{3}}$

∴ $\frac{\text{رقبہ ا ب ج د ی ف}}{\text{رقبہ ط س ل ق ع ک}} = \frac{3}{2}\sqrt{3} \times \frac{2\sqrt{3}}{3} = \frac{3}{1}$

سوالات نمبر 66

مندرجہ ذیل اشکال کے رقبے اور ان ریڈیس اور سرکم ریڈیس معلوم کرو۔

1 ایکوئی لیٹرل تکون جبکہ ضلع ۱ ہو۔
2 رگولر ہکسیگن جبکہ ضلع ۱ ہو۔
3 رگولر اوکٹاگن جبکہ ضلع ۱ ہو۔
4 رگولر ڈوڈیکاگن جبکہ ضلع ۱ ہو۔
5 ایک مربّع کے وتر پر ایکوئی لیٹرل تکون بنائی گئی ہے۔ مربّع اور تکون کے رقبوں میں نسبت بتاؤ۔
6 ایک مسدس منتظم کا رقبہ $24\sqrt{3}$ مربّع فٹ ہے۔ ضلع بتاؤ۔
7 ایک دائرہ کے اندر رگولر ڈوڈیکاگن اور باہر مربّع بنا ہوا ہے۔ ثابت کرو کہ مربّع کا رقبہ ڈوڈیکاگن کے رقبے کے $\frac{4}{3}$ کے برابر ہے۔

---

۱۹۹ چند مفید جدولیں

(۱) دائرہ کا نصف قطر معلوم ہے۔ اس کے اندر بنی ہوئی اشکال منتظم کے ضلعے معلوم کرو۔

مثلث متساوی الاضلاع کا ضلع = نصف قطر $\times \sqrt{3}$

مربع کا ضلع = نصف قطر $\times \sqrt{2}$

مسدس کا ضلع = نصف قطر

مثمن کا ضلع = نصف قطر $\times \sqrt{2 - \sqrt{2}}$

بارہ ضلعے کی شکل کا ضلع = نصف قطر $\times \frac{\sqrt{3} - 1}{\sqrt{2}}$

(2) دائرہ کا نصف قطر معلوم ہے - اس کے گرد بنی ہوئی اشکال منتظم کے ضلعے معلوم کرو ◆

مثلث متساوی الاضلاع کا ضلع = نصف قطر $\times 2\sqrt{3}$

مربع کا ضلع = نصف قطر $\times 2$

مسدس کا ضلع = نصف قطر $\times \frac{2\sqrt{3}}{3}$

مثمن کا ضلع = نصف قطر $\times 2(\sqrt{2} - 1)$

بارہ ضلعے کی شکل کا ضلع = نصف قطر $\times 2(2 - \sqrt{3})$

(3) دائرہ کا نصف قطر معلوم ہے - اس کے اندر بنی ہوئی اشکال منتظم کے رقبے دریافت کرو ◆

مثلث متساوی الاضلاع کا رقبہ = (نصف قطر)$^2 \times \frac{3\sqrt{3}}{4}$

مربع کا رقبہ = (نصف قطر)$^2 \times 2$

مسدس کا رقبہ = (نصف قطر)$^2 \times \frac{3\sqrt{3}}{2}$

مثمن کا رقبہ = (نصف قطر)$^2 \times 2\sqrt{2}$

بارہ ضلعے کی شکل کا رقبہ = (نصف قطر)$^2 \times 3$

(4) دائرہ کا نصف قطر معلوم ہے ۔ اس کے گرد بنی ہوئی اشکال منتظم کے رقبے دریافت کرو ۔

مثلث متساوی الاضلاع کا رقبہ = (نصف قطر)$^2 \times 3\sqrt{3}$

مربع کا رقبہ = (نصف قطر)$^2 \times 4$

مسدس کا رقبہ = (نصف قطر)$^2 \times 2\sqrt{3}$

مثمن کا رقبہ = (نصف قطر)$^2 \times 8(\sqrt{2}-1)$

بارہ ضلعے کی شکل کا رقبہ = (نصف قطر)$^2 \times 12(2-\sqrt{3})$

(5) شکل منتظم کا ضلع معلوم ہے ۔ رقبہ معلوم کرو ۔

مثلث متساوی الاضلاع کا رقبہ = (ضلع)$^2 \times \frac{\sqrt{3}}{4}$

مربع کا رقبہ = (ضلع)$^2 \times 1$

مسدس کا رقبہ = (ضلع)$^2 \times \frac{3\sqrt{3}}{2}$

مثمن کا رقبہ = (ضلع)$^2 \times 2(1+\sqrt{2})$

بارہ ضلعے کی شکل کا رقبہ = (ضلع)$^2 \times 3(2+\sqrt{3})$

چھبیسواں باب

دائرے کا محیط اور رقبہ

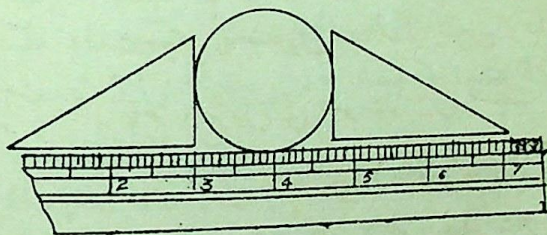
(CIRCUMFERENCE AND AREA OF CIRCLE)

200 دائرے کی تعریف تم پہلے پڑھ چکے ہو۔ کسی گول چیز مثلاً پیسے۔ روپے۔ بیلن کے سرے پر غور کرو۔ اس کے محیط اور قطر کو ماپو۔ اور پھر یہ معلوم کرو کہ قطر محیط میں کتنے دفعہ شامل ہے۔ اپنا جواب کسر اعشاریہ کے دو مرتبے تک نکالو +

مندرجۂ ذیل مشقیں تمام طلبا کو اپنے ہاتھ سے کرنی چاہئیں:۔

(۱) پہلے کاغذ پر ایک خط مستقیم کھینچو۔ پیسے کے کنارے پر پنسل کا ذرا سا نشان کردو۔ پھر پیسے کو خط پر اس طرح کھڑا کرو۔ کہ پنسل کا نشان خط سے مل جائے۔ پنسل کے نشان کے عین نیچے کاغذ پر نقطہ لگا دو۔ پھر پیسے کو سہج سہج خط پر لڑھکاتے ہوئے لے چلو۔ اس بات کا خیال

رکھو - کہ پیسہ پھسلنے نہ پائے - جب پیسے کا
پنسل والا نشان پھر کاغذ پر آئے - اُسی
وقت کاغذ پر پنسل کا نقطہ لگا دو - اب
کاغذ کے دونو نقطوں کے درمیان کا فاصلہ
ماپو - یہ فاصلہ پیسے کا محیط ہوگا - اب
پیسے کا قطر ذیل کی ترکیب سے ماپو - اور
یاد رکھو - یہ ترکیب ہر گول شے کا قطر
ماپنے کے لئے مفید ہے - مسطر کے کنارے
پر دو سٹ سکوئر ٹکاؤ - اور اُن کے
بیچ میں پیسے کو رکھو - اور پھر قطر کی
لمبائی کو مسطر پر پڑھ لو - یہ ترکیب
ذیل کی شکل سے بخوبی سمجھ میں آجائیگی:-

اب نسبت $\frac{\text{محیط}}{\text{قطر}}$ کو دریافت کرو +

(۲) بیلن کے گرد کاغذ لپیٹو - جب کاغذ کی
دو تہیں ایک دوسرے کے اوپر آجائیں
تو اُن تہوں میں سوئی چبھو کر نشان کردو

کاغذ کو کھول کر سوئی کے نشانوں کے درمیان کا فاصلہ ماپ لو۔ پھر بیلن کے سرے کا قطر مندرجۂ بالا ترکیب سے ماپ کر نسبت

محیط/قطر کو دریافت کرو +

(3) بیلن کے گرد کس کر کئی دفعہ مثلاً دس دفعہ دھاگا لپیٹو۔ دھاگے کو کھول کر ماپو۔ اور اُس کی لمبائی کو 10 پر تقسیم کرو۔ خارج قسمت محیط ہوگا۔ پھر بیلن کے سرے کا قطر ماپ کر نسبت محیط/قطر کو دریافت کرو +

(۴) اوپر کی مشقوں کو مختلف گول چیزیں مثلاً بوتل معنوفہ پنسل۔ رول وغیرہ لے کر دُہراؤ +

مندرجۂ بالا مشقوں سے تم کو یقین آجائے گا۔ کہ تمام دائروں کی صورت میں نسبت محیط/قطر یکساں رہتی ہے۔ یہ نسبت تقریباً 3.1416 کے برابر ہے۔ اور بعض دفعہ اس کو $\frac{22}{7}$ کے برابر سمجھ لیتے ہیں۔ اس نسبت کو عموماً یونانی زبان کے حرف π (پائی) سے ظاہر کیا کرتے ہیں۔ پس یاد رکھو۔ کہ

$$\text{محیط} = \text{قطر} \times \pi$$

یا محیط = دو چند نصف قطر × π ‌+

اب ہم چند مثالیں حل کریں گے ۔

مثال 1 - ایک پہیّے کا قطر 4 فٹ ہے - بتاؤ - وہ ایک میل میں کتنے چکّر کرے گا ؟

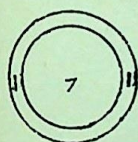
حل پہیّے کا محیط = $4 \times \frac{22}{7} = \frac{88}{7}$ فٹ +

پس پہیہ $\frac{88}{7}$ فٹ میں ایک چکّر کرتا ہے - اس لئے ایک میل یعنی 1760×3 فٹ چلنے میں کل چکروں کی تعداد = $\frac{3 \times 1760}{\frac{88}{7}} = 420$ +

مثال 2 - ایک گول چمن کے گرد باہر کی طرف گول سڑک بنی ہوئی ہے - اگر سڑک کا بیرونی محیط اندرونی محیط سے بقدر 44 گز کے زیادہ ہو تو بتاؤ - سڑک کی چوڑائی کتنی ہے +

حل - فرض کرو - کہ چمن کا قطر 7 گز ہے - اور اس لئے اس کا محیط 22 گز ہے - نیز فرض کرو - کہ سڑک 1 گز چوڑی ہے - تو بیرونی محیط $9 \times \frac{22}{7}$ یعنی $\frac{198}{7}$ گز ہوا - یعنی بیرونی محیط اندرونی محیط سے بقدر $\frac{198}{7} - 22$ یا $\frac{44}{7}$ گز زیادہ ہوا - پس اگر $\frac{44}{7}$ گز کی زیادتی ہو - تو سڑک کی چوڑائی = 1 گز

اگر 44 گز کی زیادتی ہو - تو سڑک کی چوڑائی = 7 گز - جواب

مثال 3 - اگر ایک آدمی کسی مُدوّرہ کھیت کے قطر کے ایک سرے سے دوسرے سرے تک قطر کے راستے جائے - تو اُسے محیط کے راستے

اسی مقام تک جانے کی نسبت 45 سکنڈ کم لگتے ہیں - اگر آدمی کی رفتار فی منٹ 80 گز ہو - تو کھیت کا قطر بتاؤ - ($\pi = \frac{22}{7}$)

حل تم جانتے ہو کہ اگر قطر 7 گز ہو - تو نصف محیط 11 گز ہوتا ہے ۔

11 گز طے کرنے کا وقت = $\frac{11}{80}$ منٹ

7 گز " " " " = $\frac{7}{80}$ منٹ

وقت کا فرق = ($\frac{11}{80} - \frac{7}{80}$) منٹ

= $\frac{1}{20}$ منٹ = 3 سکنڈ

یعنی اگر 3 سکنڈ کم لگیں - تو قطر = 7 گز

اگر 1 " " لگے - " " = $\frac{7}{3}$ گز

اگر 45 " " لگیں - " " = $45 \times \frac{7}{3}$ گز

= 105 گز ۔

سوالات نمبر 67

1 دائرے کا محیط بتاؤ - جبکہ $\pi = \frac{22}{7}$ اور

(1) قطر = 20 گز 1 فٹ ۔ (2) نصف قطر = 30 گز 1 فٹ ۔

2 قطر بتاؤ جبکہ $\pi = \frac{22}{7}$ اور

(1) محیط = 2 میل گز ۔ (2) 6 سم 6 مم ۔

3 ایک پہیے کا قطر 56 انچ ہے - بتاؤ - یہ 10 میل میں کتنے چکر کرتا ہے ؟

4 بائیسکل کے دو پہیوں کے قطر "21 اور "28 ہیں -

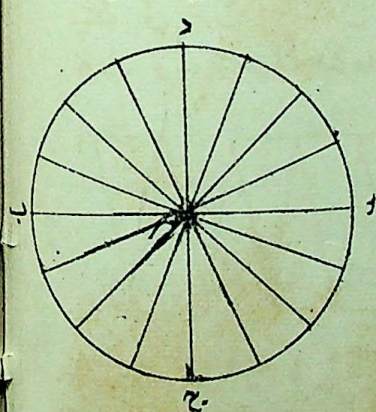
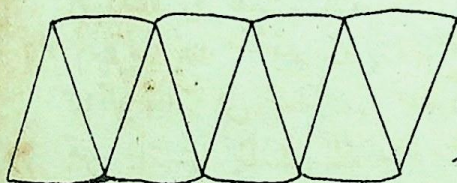
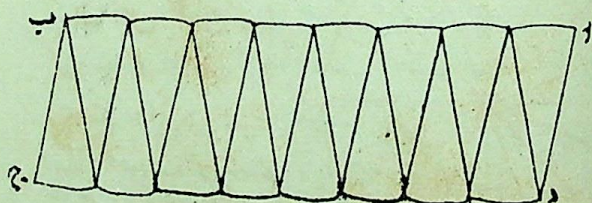
بتاؤ ا میل چلنے میں ایک پہیہّ دوسرے پہیےّ سے کتنے چکّر زیادہ کریگا ؟

5 ایک کلاک کی منٹ کی سوئی 7 انچ لمبی ہے - بتاؤ اس کی نوک 60 منٹ میں کتنا فاصلہ طے کریگی - 15 منٹ میں کتنا ؟ ا منٹ میں کتنا ؟

6 گاڑی کے ایک پہیےّ کا قطر $3\frac{1}{2}$ فٹ ہے - اور وہ 2 سکنڈ میں ایک چکّر کرتا ہے - بتاؤ - گاڑی کی رفتار فی گھنٹہ کتنے میل ہے ؟

7 "2.7 لمبا خط مستقیم دو برابر حصّوں میں تقسیم کیا گیا - اور کل خط اور حصّوں کو قطر مان کر تین دائرے بنائے گئے - ثابت کرو - کہ بڑا محیط دونو چھوٹے محیطوں کے برابر ہے +

---

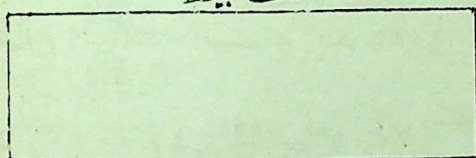
201 دائرے کا رقبہ - کاغذ پر 3 یا 4 انچ نصف قطر کا دائرہ کھینچ کر کاٹ لو - پھر اُسے اس طرح دُہرا کرو - کہ اوپر کا نصف دائرہ نیچے کے نصف دائرے پر آجائے - شکن ڈالو - یہ شکن قطر اب ہوگا - پھر

دائرے کو اس طرح دُہرا کرو کہ نقطہ ا نقطہ ب
پر آ جائے۔ شکن ڈالو۔ یہ شکن قطر د ج ہوگا
اب تم دائرے کو چار برابر سکٹڑوں میں کاٹ
لو۔ پھر ہر ایک سکٹر کو اس طرح دُہرا کرو۔
کہ نصف قطر ا م دوسرے نصف قطر م د
پر آ جائے۔ شکن ڈالو۔ شکن کے بل کاٹ
لو۔ اس طرح ہر سکٹر کے دو دو برابر حصے
ہو جائینگے۔

اب تمہارے پاس آٹھ برابر سکٹر ہیں۔ ان کو اس طرح رکھو۔ جیسا کہ اوپر کی شکل سے ظاہر ہے +
پہلے کی طرح سکٹڑوں کو دو دو برابر حصوں میں
کاٹ لو۔ اور 16 سکٹڑوں کو اس طرح رکھو +

اب اگر تم اس طرح سکٹڑوں کو برابر حصوں میں
متواتر تقسیم کرنے اور اُن کو اوپر کے طریق

سے رکھتے چلے جاؤ۔ تو بتاؤ - کیا صورت پیش آئے گی ؟ ذرا غور کرنے سے معلوم ہو جائیگا۔ کہ آخرکار

(۱) اس شکل کے اوپر اور نیچے کے کنارے ا ب اور ج د سیدھے ہو جائیں گے +

(۲) شکل میں ج اور ا پر کے زاویے قائمے ہو جائینگے +

یعنی دائرے کا رقبہ اُس مستطیل کے برابر ہوگا جس کا ایک ضلع نصف قطر اور دوسرا نصف محیط ہے +

نصف محیط

نصف قطر

پس دائرے کا رقبہ = نصف قطر × نصف محیط

لیکن نصف محیط = نصف قطر × π

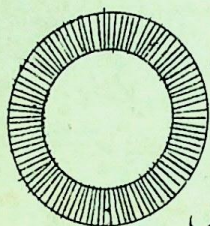
∴ دائرے کا رقبہ = نصف قطر × نصف قطر × π

= (نصف قطر)^2 × π

یعنی کسی دائرے کا رقبہ معلوم کرنا ہو - تو اُس کے نصف قطر کے مربّع کو $\frac{22}{7}$ میں ضرب دو +

یہ بھی ظاہر ہے - کہ

نصف قطر = $\sqrt{\frac{\text{رقبہ}}{\pi}}$

202 حلقہ - دو ہم مرکز دائرے ہیں - دائرۂ بیرونی کا نصف قطر لا ہے - اور اندرونی دائرے کا نصف قطر ع ہے - ان کے بیچ کے حلقے کا رقبہ معلوم کرو -

رقبۂ حلقہ = بڑا دائرہ - چھوٹا دائرہ

$= \pi$ لا$^2 - \pi$ ع^2

$= \pi$ (لا + ع)(لا - ع)

قاعدہ - اگر دونو نصف قطروں کے مجموعے اور فرق کے حاصل ضرب کو π میں ضرب دیں - تو حلقے کا رقبہ معلوم ہو جائیگا +

اب ہم چند مثالیں حل کریں گے -

مثال ۱ - ایک دائرے کا محیط ۴۴ انچ ہے - اس کا رقبہ بتاؤ -

حل قطر $= \frac{7}{22} \times 44 = 14$ انچ

رقبہ $= \frac{22}{7} \times 7 \times 7 = 154$ مربع انچ +

مثال 2 - دو ہم مرکز دائروں کے رقبے $962\frac{1}{2}$ مربع فٹ اور 616 مربع فٹ ہیں - حلقے کی چوڑائی بتاؤ - $\pi = \frac{22}{7}$

حل بیرونی دائرے کا نصف قطر $= \sqrt{\frac{7}{22} \times 962\frac{1}{2}}$

$= \sqrt{\frac{7}{22} \times \frac{1925}{2}}$

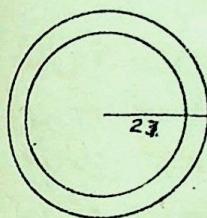
$= \sqrt{\frac{35 \times 35}{2 \times 2}}$

$= 17\frac{1}{2}$ فٹ +

اندرونی دائرے کا نصف قطر $= \sqrt{\frac{7 \times 616}{22}}$

$= \sqrt{14 \times 14} = 14$ فٹ

حلقے کی چوڑائی $= 17\frac{1}{2} - 14 = 3\frac{1}{2}$ فٹ

مثال 3 - ایک مدوّر حوض کا اندرونی قطر 46 فٹ ہے - اور اُس کی دیوار کی تہ نے 462 مربع فٹ جگہ گھیر رکھی ہے - دیوار کا آثار بتاؤ
$(\frac{22}{7} = \pi)$

23

حل - اندرونی دائرے کا رقبہ $= \frac{22}{7} \times 23 \times 23 = \frac{11638}{7}$ مربع فٹ

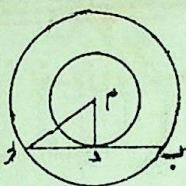
بیرونی دائرے کا رقبہ $= 462 + \frac{11638}{7}$

$= \frac{14872}{7}$ مربع فٹ

بیرونی دائرے کا نصف قطر $= \sqrt{\frac{22}{7} \div \frac{14878}{7}} = \sqrt{676} = 26$

دیوار کا آثار $= 26 - 23 = 3$ فٹ +

مثال 4 - ثابت کرو - کہ دو ہم مرکز دائروں کا درمیانی رقبہ اُس دائرے کے رقبے کے برابر ہوتا ہے - جس کا قطر بیرونی دائرے کے اُس وتر کے برابر ہو - جو اندرونی دائرے کو مس کرتا ہے +

حل اب وتر ہے - مرکز م سے م د عمود ڈالو -

اد = ب د

درمیانی رقبہ $= \text{م ا}^2 \pi - \text{م د}^2 \pi$

$= (\text{م ا}^2 - \text{م د}^2)\pi$

اب قطر والے دائرے کا رقبہ $= \text{ا د}^2 \pi$

مگر $\text{ا د}^2 = \text{م ا}^2 - \text{م د}^2$

∴ اب قطر والے دائرے کا رقبہ $= (\text{م ا}^2 - \text{م د}^2)\pi$

= درمیانی رقبہ ۔

مثال 5 ۔ ایک دائرے کا نصف قطر 18 انچ ہے اُس کے اندر ایسے دو دائرے متحد المرکز کھینچے گئے ہیں۔ کہ دائرہ ان سے تین برابر حصّوں میں تقسیم ہوگیا ہے ان دائروں کے نصف قطر بتاؤ ۔

حل سب سے بڑے دائرے کا رقبہ $= \pi \times 18 \times 18$

سب سے چھوٹے دائرے کا رقبہ $= \frac{\pi \times 18 \times 18}{3}$

$= \pi\, 108$

∴ اس کا نصف قطر $= \sqrt{\frac{\pi\, 108}{\pi}}$

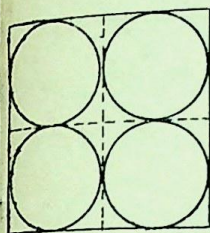
$= \sqrt{108}$

$= 10.39$ انچ تقریباً ۔

درمیانی دائرے کا رقبہ $= \pi\, 18 \times 18 \times \frac{2}{3} = \pi\, 216$

اس کا نصف قطر $= \sqrt{\frac{\pi\, 216}{\pi}}$

$= \sqrt{216} = 14.69$ انچ تقریباً ۔

مثال 6 - ایک مقوّے کا ٹکڑا ۱۵ انچ مربع ہے اس میں سے بڑے سے بڑے چار دائرے تراش لئے - بتاؤ - کتنے مربع انچ مقوّہ ضائع گیا؟

حل - ذرا غور کرنے سے ظاہر ہے کہ ہر ایک دائرے کا نصف قطر $2\frac{1}{2}$ انچ ہوگا -

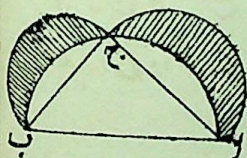
چار دائروں کا رقبہ $= 4 \times \frac{5}{2} \times \frac{5}{2} \times 3.1416$

$= 78.54$ مربع انچ

کل مقوے کا رقبہ $= 100$ " "

ضائع شدہ رقبہ $= 100 - 78.54$

$= 21.46$ مربع انچ +

مثال 7 - مثلّث قائم الزاویہ اب ج کا زاویہ ج قائمہ ہے - اب قطر پر ج پر سے گزرتا ہوا ایک نصف دائرہ بنایا گیا ہے - اور دو اور نصف دائرے اج اور ب ج قطروں پر مثلّث کے باہر بنائے گئے ہیں - ثابت کرو کہ ان نصف دائروں کے جو حصّے پہلے نصف دائرے کے باہر واقع ہیں - ان کا رقبہ مثلّث کے رقبے کے برابر ہوگا +

حل ۔ سایہ دار رقبہ = مثلث اب ج + اج پر نصف دائرہ
+ ب ج پر نصف دائرہ ۔ اب پر
نصف دائرہ +

= مثلث اب ج + $\frac{1}{8}$ اج^2 π + $\frac{1}{8}$ ب ج^2 π
− $\frac{1}{8}$ اب^2 π

= مثلث اب ج + $\frac{\pi}{8}$ (اج^2 + ب ج^2 − اب^2)

= مثلث اب ج ، کیونکہ اج^2 + ب ج^2 = اب^2 +

مثال 8 ۔ ایک ایکوئی لیٹرل تکون اور ایک رگولر ہکسیگن کا پیری میٹر ایک ہی ہے ۔ ثابت کرو ۔ کہ ان کے اندرونی دائروں کے رقبوں میں 4 اور 9 کی نسبت ہے +

حل ۔ فرض کرو کہ پیری میٹر ا ہے ۔

ایکوئی لیٹرل تکون کا ضلع = $\frac{1}{3}$

اندرونی دائرے کا نصف قطر = $\frac{1}{3\sqrt{6}}$

رقبہ دائرہ = $\pi \left(\frac{1}{3\sqrt{6}}\right)^2 = \frac{\pi}{108}$

ہکسیگن کا ضلع = $\frac{1}{6}$

اندرونی دائرے کا نصف قطر = $\frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{1}{6} = \frac{\sqrt{3}}{12}$

رقبۂ دائرہ = $\pi \left(\frac{\sqrt{3}}{12}\right)^2 = \frac{\pi}{48}$

∴ نسبت مطلوبہ = $\frac{\pi}{48} : \frac{\pi}{108} = 9 : 4$ +

مثال 9 ۔ ایک مربّع کھڑکی کے اوپر نصف دائرہ بنا ہوُا ہے ۔ اس میں 3 آنے 6 پائی فی مربّع فٹ

کے حساب سے شیشے لگوانے کا خرچ 4 روپے 14 آنے ہے۔ کھڑکی کا ایک ضلع معلوم کرو۔

(و۔ ت سنہ 1921ء و سنہ 1923ء)

حل۔ فرض کرو کہ ضلع 1 فٹ ہے۔

اس لئے رقبہ مربع = 1 مربع فٹ

رقبہ نصف دائرہ $= \frac{22}{7} \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 \times \frac{1}{2} = \frac{11}{28}$

∴ رقبہ مربع : رقبہ نصف دائرہ $= 1 : \frac{11}{28} = 28 : 11$

رقبہ مربع + رقبہ نصف دائرہ = (4 روپے 14 آنے) ÷ (3 آنے 6 پائی)

$= \frac{156}{7}$ مربع فٹ

∴ رقبہ مربع $= \frac{28}{11 + 28} \times \frac{156}{7} = 16$ مربع فٹ

∴ ضلع مربع $= \sqrt{16} = 4$ فٹ۔

سوالات نمبر 68

1 دائرے کا رقبہ معلوم کرو۔ جبکہ $\pi = \frac{22}{7}$ اور
(1) قطر = $24\frac{1}{2}$ گز۔ (2) قطر = 1 فٹ 2 انچ۔

2 دائرے کا رقبہ بتاؤ۔ جبکہ $\pi = 3.1416$ اور
(1) قطر = 3 میل۔ (2) قطر = 1.2″۔

3 ایک دائرے کا نصف قطر 1 انچ۔ اور دوسرے دائرے کا نصف قطر 2 انچ ہے۔ ان کے رقبوں کا مقابلہ کرو۔

4 ایک دائرے کا قطر دوسرے دائرے کے قطر سے دس گنا ہے۔ بتاؤ۔ بڑے دائرے کا رقبہ چھوٹے دائرے سے کتنے گنا ہے؟

5 ایک انچ قطر والے دائرے کا رقبہ ۱ فٹ قطر والے دائرے کے رقبہ میں کتنے دفعہ شامل ہے ؟

6 دائرے کا رقبہ بتاؤ - جبکہ $\pi = \frac{22}{7}$ اور

(1) محیط = ۴۴ گز + (2) محیط = ۱۱ سم +

(3) محیط = $1\frac{4}{7}$ میل + (4) محیط = ۱ انچ +

(نوٹ - پہلے نصف قطر معلوم کرو +)

7 ایک دائرے کے محیط اور قطر میں 120 فٹ کا فرق ہے - نصف قطر بتاؤ +

8 دو ہم مرکز دائروں کے نصف قطر 5 فیٹ اور ۴ فٹ ہیں - ان کے بیچ کے حلقے کا رقبہ نکالو - ($\pi = \frac{22}{7}$) +

9 ایک گول باغ کا نصف قطر 70 گز ہے - اس کے گرداگرد باہر کی طرف 7 گز چوڑی سڑک بنی ہوئی ہے - سڑک کا رقبہ بتاؤ ($\pi = \frac{22}{7}$) +

(نوٹ - بیرونی دائرے کا نصف قطر = 70 + 7 گز +)

10 100 گز لمبے نصف قطر والے گول تالاب کے عین بیچ میں 30 گز نصف قطر کا گول ٹاپو ہے پانی کی سطح کا رقبہ معلوم کرو - ($\pi = \frac{22}{7}$) +

11 ایک دائرے کا رقبہ $38\frac{1}{2}$ مربع گز ہے - اس کا نصف قطر دریافت کرو - ($\pi = \frac{22}{7}$) +

12 ایک مدور کھیت کا رقبہ 40 ایکڑ ہے - اس کا نصف قطر معلوم کرو +

13 ایک دائرے کا نصف قطر 3 انچ - اور دوسرے

دائرے کا نصف قطر 4 انچ ہے - بتاؤ - اُس دائرے کا نصف قطر کیا ہوگا - جو رقبے میں پہلے دو دائروں کے برابر ہے ؟

14 ایک دائرے کا نصف قطر 5 سنٹی میٹر - اور دوسرے کا 12 سنٹی میٹر ہے - کاغذ پر پرکار سے ایک دائرہ کھینچو - جو رقبے میں پہلے دونو دائروں کے برابر ہو ۔

15 دو دائروں کے نصف قطر 8 فٹ اور 10 فٹ ہیں - اُس دائرے کا نصف قطر بتاؤ - جس کا رقبہ ان دونو کے فرق کے برابر ہے ۔

16 مجھے ایک گول میدان کے گرد پھرنے میں 6 گھنٹے 14 منٹ لگتے ہیں - بتاؤ - اُسی رفتار سے مرکز پر سے اُس میدان کے بیچوں بیچ گزرنے میں کتنا وقت لگے گا ؟

17 دو ہم مرکز دائروں کے نصف قطروں کا مجموعہ 12 فٹ اور فرق 7 فٹ ہے - حلقہ کا رقبہ بتاؤ - ($\pi = \frac{22}{7}$) ۔

18 دو متحد المرکز دائروں کے محیط 62.832 فٹ اور 37.6992 فٹ ہیں - دونو دائروں کے بیچ کا رقبہ بتاؤ ۔

19 ایک گول قطعۂ زمین کا قطر 55 گز ہے - اس کے گرد 4 فٹ چوڑی سڑک بنی ہوئی ہے - سڑک کا رقبہ بتاؤ ۔

20 ایک مثلث کے اضلاع ۹، ۱۰، ۱۷ فٹ ہیں۔ ایک دائرے کا محیط اس مثلث کے پیری میٹر کے برابر ہے۔ بتاؤ۔ دائرے کا رقبہ مثلث سے کتنا زیادہ ہے؟ ($\pi = \frac{22}{7}$)

21 ایک گول تالاب کھودنا چاہتے ہیں۔ بتاؤ۔ محیط قائم کرنے کے لئے رسّی کتنی لمبی لیں۔ کہ تالاب کے لئے نصف ایکڑ زمین گھر جائے۔

22 ایک دائرے کا محیط ۱۰۰ فٹ ہے۔ اس کے اندر بنے ہوئے مربع کا ضلع بتاؤ۔

23 ایک گول صحن کا قطر 80 فٹ ہے۔ اس کے وسط میں مسدس منتظم کی شکل کا ایک فوّارہ ہے۔ جس کا ہر ضلع 1 گز ہے۔ بتاؤ۔ فوّارے کو چھوڑ کر باقی زمین پر 3 شلنگ 4 پنس فی مربع فٹ کے حساب سے کھڑنجا لگوانے میں کیا خرچ ہوگا؟ ($\pi = 3.1416$)

24 ایک گول عمارت کا اندرونی قطر 68 فٹ ۱۰ انچ ہے۔ اور دیوار کا آثار 22 انچ ہے۔ بتاؤ۔ دیوار کے نیچے کتنے مربع فٹ جگہ آئی ہوئی ہے؟ ($\pi = 3.1416$)

25 ایک گول گھاس کے قطعے کا قطر 78 گز ہے۔ اُس کے اندر محیط سے 15 گز کے فاصلے پر 5 گز چوڑی بجری کی سڑک ہے۔ بتاؤ۔ دو روپے فی مربع گز کے حساب سے گھاس

لگوانے میں کیا خرچ ہوگا؟

26 ایک دائرہ اور ایکوی لیٹرل تکون کا پیری میٹر ایک ہی ہے۔ثابت کرو کہ دائرے کا رقبہ تکون کے رقبہ سے تقریباً 1.65 گنا ہے۔

27 ایک کلاک کے ڈائل کا رقبہ 154 مربع سم ہے۔ اس کی بڑی سوئی کی لمبائی دریافت کرو۔

28 ایک باغ کا بیلن 6 فٹ چوڑا ہے۔ اور اُس کا قطر 5 فٹ ہے۔ بتاؤ۔ وہ 350 چکّر کرنے کے بعد کتنے مُربّع فٹ گھاس کاٹیگا۔

اشارہ۔بیلن کی منحنی سطح کا رقبہ $= 5 \times \frac{22}{7} \times 6$ مربّع فٹ۔

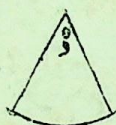
29 ایک دائرہ کا محیط $314\frac{18}{113}$ فٹ ہے۔ اس کے اندر بنی ہوئی ریگولر اوکٹاگن کا رقبہ دریافت کرو۔ جبکہ $\pi = \frac{355}{113}$۔

اشارہ۔پہلے نصف قطر معلوم کرو۔ پھر رقبۂ مطلوب $=$ (نصف قطر)$^2 \times 2\sqrt{2}$۔

203۔سکٹر یعنی قطاع دائرہ کی قوس اور رقبہ۔

اگر دائرے کے مرکز سے 360 نصف قطر ایک دوسرے کے ساتھ مساوی زاویئے بناتے ہوئے کھینچے جائیں۔ تو دائرے کے مرکز پر

ایک ایک درجے کے 360 زاویے ہونگے۔ چونکہ مساوی زاویوں کے سامنے مساوی قوسیں ہوتی ہیں۔ اس لئے کل محیط 360 مساوی قوسوں میں اور کل دائرہ 360 مساوی سکٹروں میں تقسیم ہو جائے گا۔

پس

1° کے سکٹر کی قوس = محیط × $\frac{1}{360}$

50° کے 〃 〃 〃 = محیط × $\frac{50}{360}$

اسی طرح

$د^\circ$ کے سکٹر کی قوس = محیط × $\frac{د}{360}$ .... (1)

1° کے سکٹر کا رقبہ = رقبۂ دائرہ × $\frac{1}{360}$

50° کے سکٹر کا رقبہ = رقبۂ دائرہ × $\frac{50}{360}$

اسی طرح

$د^\circ$ کے سکٹر کا رقبہ = رقبۂ دائرہ × $\frac{د}{360}$ ...... (2)

چونکہ رقبۂ دائرہ = $\frac{1}{2}$ نصف قطر × محیط

∴ سکٹر کا رقبہ = $\frac{1}{2}$ نصف قطر × محیط × $\frac{د}{360}$

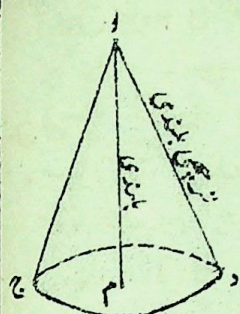
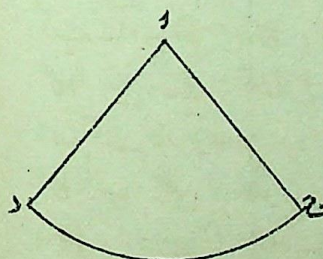
مگر (1) کے مطابق

محیط × $\frac{د}{360}$ = قوس

∴ سکٹر کا رقبہ = $\frac{1}{2}$ نصف قطر × قوس .... (3)

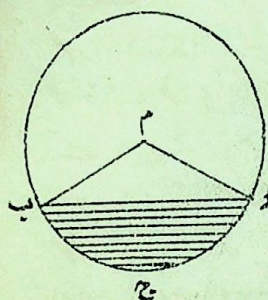
(طالب علم کو نتائج کلیہ (1)، (2)، (3) کو خوب ذہن نشین کر لینا چاہیئے۔)

---

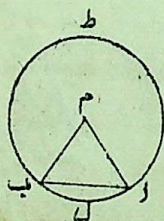
204 مخروط (Cone) — یہ مخروط کی شکل ہے —

ا اس کا راس ہے۔
دائرہ ج د اس کا قاعدہ
(Base) ہے۔ م
قاعدے کا مرکز۔ ام
محور (Axis) ہے۔ ام
کو مخروط کی بلندی (Height)
کہتے ہیں۔ راس سے
قاعدے کے محیط کے کسی نقطے تک جو فاصلہ
ہوتا ہے۔ اُسے مخروط کی ترچھی بلندی
(Slant Height) کہتے ہیں۔
مخروط کی منحنی سطح۔ فرض کرو۔ کہ ایک
کھوکھلا مخروط کاغذ کا بنا ہوا ہے۔ اگر راس
سے قاعدے کے محیط کے کسی نقطے تک ایک
خط کھینچیں۔ اور مخروط کو اُس خط کے بل
تراش کر پھیلا دیں۔ تو مخروط ایک سکٹر کی
شکل میں نظر آئے گا۔

مخروط کے
قاعدے
کا محیط
سکٹر کی
قوس بن
جائے گا۔
اور مخروط کی ترچھی بلندی سکٹر کا نصف قطر۔

پس مخروط کی منحنی سطح = $\frac{1}{2}$ محیط × ترچھی بلندی ؛

---

205 قطعۂ دائرہ کا رقبہ - دیکھو اس شکل میں وتر ا ب دائرے کو دو قطعوں میں تقسیم کرتا ہے - ایک چھوٹا قطعہ ا ج ب ہے - اور دوسرا بڑا قطعہ ا د ب ؛

شکل سے ظاہر ہے - کہ قطعہ ا ج ب کا رقبہ = سکٹر م ب ج ا - مثلث م ب ا - اگر قطعہ ا ج ب کے رقبے کو کل دائرے کے رقبے میں سے منہا کریں - تو بڑے قطعے ا د ب کا رقبہ معلوم ہو جائے گا ؛

اب ہم چند مثالیں حل کریں گے -

مثال ۱ ؏ ایک قطاع دائرہ کا نصف قطر ۱۵ انچ ہے - اور قوس کا وتر بھی ۱۵ انچ ہے - قطاع کا رقبہ دریافت کرو - اور دونو قطعات کا رقبہ بھی معلوم کرو ؛

حل - چونکہ مثلث م ا ب متساوی الاضلاع ہے - اس لئے زاویہ ا م ب 60° درجے کا ہے - پس

قطاع کا رقبہ = رقبۂ دائرہ × $\frac{60}{360}$

$= \frac{3.1418 \times 100}{6} = 52.36$ مربع انچ

قطعۂ ا ل ب = قطاع ا م ب - مثلث ا م ب

$= \frac{\sqrt{3}}{4} \times 10 \times 10 - 52.36$

$= 43.3 - 52.36 = 9.06$ مربع انچ

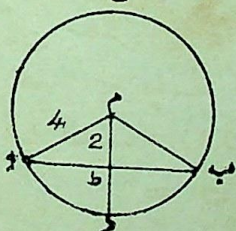
قطعۂ ا ط ب = رقبۂ دائرہ - قطعۂ ا ل ب

$= 3.1416 \times 10 \times 10 - 9.06$

$= 314.16 - 9.06$

$= 305.1$ مربع انچ ؛

مثال ۲ - ایک دائرے کا قطر 8 فٹ ہے - اس میں ایک وتر نصف قطر کی علے القوائم تنصیف کرتا ہُوا کھینچا گیا - اس وتر سے دائرے کے جو دو قطعے پیدا ہونگے - ان کا رقبہ دریافت کرو :-

حل - فرض کرو - وتر ا ب نصف قطر م د کی ط پر علے القوائم تنصیف کرتا ہے ؛

مثلث م ط ا میں چونکہ قائمے کے مقابل کا ضلع م ا زاویۂ ا کے مقابل کے ضلع سے دو چند ہے اس لئے زاویۂ ا 30° کا ہے - اور زاویۂ ا م ط 60° کا ہے - اور زاویۂ

ا م ب 120° کا ہے۔

$$\text{ا ط} = \sqrt{\text{ا م}^2 - \text{م ط}^2} = \sqrt{16 - 4} = 2\sqrt{3}$$

قطعہ ا د ب = قطاع ا م ب ۔ مثلث ا م ب

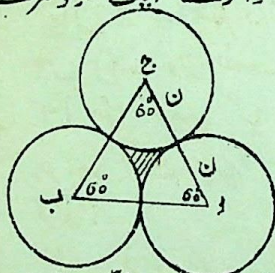
$$= \frac{120}{360} \times \pi \times 4 \times 4 - 2 \times 2\sqrt{3}$$

$$= 16.755 - 6.928$$

$$= 9.827 \text{ مربع فٹ}$$

دوسرا قطعہ = کل دائرہ ۔ قطعہ ا د ب

$$= 16\pi - 9.827 = 40.438 \text{ ۔}$$

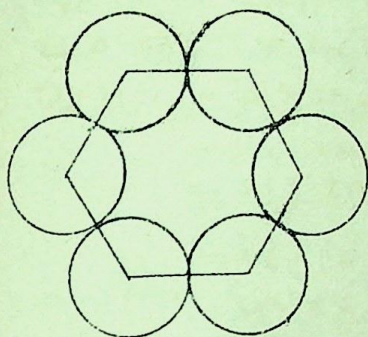
مثال 3 ۔ تین مساوی دائرے ایک دوسرے کو مس کرتے ہیں ۔ ان سے جو جگہ گھری ہوئی ہے ۔ اس کا رقبہ معلوم کرو ۔ دائرے کا نصف قطر ن ہے ۔

ج ، ن ، 60° ، ب ، 60° ، 60° ، ا ، ن

حل ۔ شکل سے ظاہر ہے کہ اگر ہم مثلث متساوی الاضلاع ا ب ج میں سے ساٹھ ساٹھ درجے کے تین سکٹروں کو منہا کر دیں ۔ تو سایہ دار رقبہ معلوم ہو جائے گا ۔ پس

$$\text{رقبۂ مطلوب} = \frac{\sqrt{3}}{4}(2\text{ن})^2 - 3 \times \frac{60}{360} \times \pi\,\text{ن}^2$$

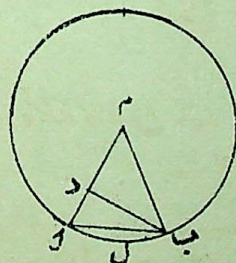
$$= \text{ن}^2\left(\sqrt{3} - \frac{\pi}{2}\right)$$

$$= \text{ن}^2 \times 0.1612$$

مثال 4 - کاغذ پر ایک ریگولر ہکسیگن بنا ہؤا ہے جس کا ہر ضلع ایک انچ ہے - اُس کے گوشوں کو مرکز مان کر اس طرح مساوی دائرے بنائے گئے - کہ ہر دائرہ اپنے قریب کے دو دائروں کو مس کرتا ہے - دائروں کی قوسوں سے گھری ہوئی شکل کا رقبہ معلوم کرو -

حل رقبۂ مطلوب = ہکسیگن - 6 سکٹر ایکسو بیس ۔بیس درجے کے

$$\frac{120}{360}\times\pi\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times 6 - 6\times\frac{\sqrt{3}}{4}\times 1\times 1 =$$

$$\frac{\pi}{2} - \sqrt{3}\,\frac{3}{2} =$$

$$\left(\pi - \sqrt{3}\,3\right)\frac{1}{2} = 1.027$$ مربع انچ +

مثال 5 - ایک دائرے کا نصف قطر ۱۰ انچ ہے - اس کے اندر ریگولر اوکٹاگن کے ایک ضلع سے جو چھوٹا قطعۂ دائرہ پیدا ہوگا - اس کا رقبہ نکالو -

حل اب ضلع ہے۔ زاویہ م = 45° ب سے ب د
عمود م ا پر کھینچو۔

ب د = $\frac{10}{\sqrt{2}} = 5\sqrt{2}$

قطعہ ا ل ب = قطاع ا م ب − مثلث ا م ب

= $\frac{45}{360} \times 3.1416 \times 10 \times 10 - \frac{1}{2} \times$ ا م × ب د

= $\frac{314.16}{8} - \frac{1}{2} \times 10 \times 5\sqrt{2}$

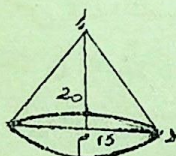
= $39.27 - 35.35$

= 3.92 مربع انچ ۔

مثال 6۔ بتاؤ۔ اُس مخروطی خیمے کے لئے کتنے گز کپڑا 2 فٹ چوڑا درکار ہوگا۔ جس کا ارتفاع 20 فٹ اور نصف قطر 15 فٹ ہے۔

($\pi = \frac{22}{7}$) ۔

حل ا م = 20 فٹ ، د م = 15 فٹ

∴ ا د = $\sqrt{\text{ا م}^2 + \text{م د}^2}$

= $\sqrt{400 + 225}$ = 25 فٹ

خیمے کا رقبہ = $\frac{1}{2}$ × محیط × ترچھی بلندی

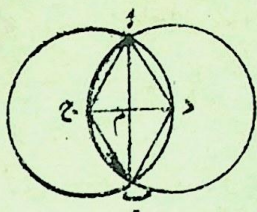
= $\frac{1}{2} \times 30 \times \frac{22}{7} \times 25$

= $\frac{8250}{7}$ مربع فٹ

کپڑے کا طول = ($\frac{8250}{7} \div 2$) فٹ

= $\frac{4125}{7}$ فٹ = $589\frac{2}{7}$ گز ۔

مثال 7۔ دو مساوی دائرے ایک دوسرے کو

اس طرح کاٹتے ہیں۔ کہ ہر ایک کا مرکز دوسرے کے محیط پر واقع ہے۔
جو سطح دونو دائروں میں مشترک ہے۔ اس کا رقبہ معلوم کرو۔ ہر ایک دائرہ کا نصف قطر ۱ فٹ ہے۔

حل د، ج مرکز ہیں۔ مثلث د اج اور د ب ج ایکوئی لیٹرل ہیں۔ زاویۂ اج ب $= 120^\circ$

مثلث اج ب $= 2$ مثلث ام ج $=$ مثلث اج د

$= \frac{\sqrt{3}}{4} \times 1 \times 1 = \frac{\sqrt{3}}{4}$ مربع فٹ

سکٹر ج ادب کا رقبہ $= \frac{120}{360} \times \pi \times 1 \times 1$

$= \frac{\pi}{3}$ مربع فٹ

∴ قطعہ دائرہ ادب کا رقبہ $= \left(\frac{\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{4}\right)$ مربع فٹ

∴ مشترک سطح کا رقبہ $= 2\left(\frac{\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{4}\right)$ مربع فٹ

$= \frac{1}{6}\left(4\pi - 3\sqrt{3}\right)$ مربع فٹ۔

سوالات نمبر 69

1 دائرے کا نصف قطر ۷ انچ ہے۔ 90° کے سکٹر کا رقبہ معلوم کرو۔

2 35 سنٹی میٹر نصف قطر والے دائرے میں 36° کے سکٹر کا رقبہ معلوم کرو۔

3 کاغذ کے ایک دائرے کا نصف قطر 2 انچ ہے۔ اس میں سے °60 کا سکٹر کاٹ ڈالا گیا۔ باقی کاغذ کا رقبہ معلوم کرو۔

4 ایک گھاس کا قطعہ مربع شکل کا ہے۔ اُس کا ہر ضلع ۱۰ گز ہے۔ مربع کے ایک گوشے پر کیلی سے ۷ گز لمبی رسّی کے ساتھ گدھا بندھا ہُوا ہے۔ بتاؤ۔ گدھا کس قدر گھاس چر سکیگا۔ اور کتنی گھاس باقی رہ جائیگی؟

5 کاغذ پر ایک مثلث متساوی الاضلاع کھینچو۔ جس کا ہر ضلع 2 انچ ہو۔ اس کے ایک گوشے کو مرکز مان کر ایک انچ نصف قطر کا دائرہ کھینچو۔ بتاؤ۔ دائرے اور مثلث میں کس قدر رقبہ مشترک ہوگا؟

6 کاغذ پر ایک مربع کھینچو۔ جس کا ہر ضلع ۹ سنٹی میٹر ہو۔ اُس کے کسی ایک گوشے کو مرکز مان کر ۶ سنٹی میٹر نصف قطر کا دائرہ کھینچو۔ بتاؤ۔ دائرے اور مربع میں کس قدر رقبہ مشترک ہے۔ اور مربع کا کتنا رقبہ دائرے سے باہر ہے؟

7 ایک سکٹر کا رقبہ کل دائرے کے رقبہ کا نواں حصہ ہے۔ سکٹر کا زاویہ بتاؤ۔

8 ایک دائرے کا رقبہ 24 مربع انچ ہے۔ اور اس کے ایک سکٹر کا رقبہ 8 مربع انچ ہے۔

سکٹر کا زاویہ بتاؤ +

9 72° کے سکٹر کا رقبہ 5 مربع فٹ ہے۔ دائرے کا رقبہ معلوم کرو +

10 38° کے سکٹر کا رقبہ ایک مربع انچ ہے۔ نصف دائرے کا رقبہ معلوم کرو +

11 ایک دائرے کا محیط 6 انچ ہے۔ 60° والے سکٹر کی قوس معلوم کرو +

12 ایک دائرے کا قطر 11.2" ہے۔ 30° والے سکٹر کی قوس معلوم کرو +

(نوٹ۔ پہلے محیط نکالو +)

13 سکٹر کا زاویہ 63° کا ہے۔ اور اس کی قوس 14" ہے۔ دائرے کا کل محیط بتاؤ +

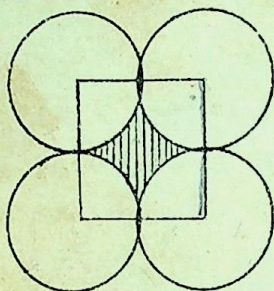
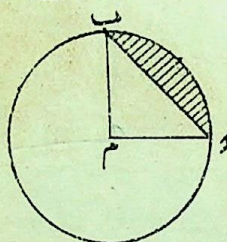
14 دائرے کے ایک سکٹر کا زاویہ 28° کا ہے۔ اور اس کی قوس 11 فٹ ہے۔ دائرے کا قطر معلوم کرو +

15 ایک سکٹر کی قوس 10" ہے۔ اور اس کا نصف قطر 8" ہے۔ اس کا رقبہ بتاؤ +

16 بتاؤ۔ اس مخروطی خیمے کے لئے کئے مربع فٹ کپڑا درکار ہوگا۔ جس کی ترچھی بلندی 30 فٹ ہے۔ اور جس کے قاعدے کا نصف قطر 14 فٹ ہے +

17 12" نصف قطر کے دائرے کا ایک وتر 12" لمبا ہے۔ اس وتر سے دائرے کے جو دو قطعے

ہو گئے ہیں۔ اُن کی قوسیں معلوم کرو۔ $\pi = \frac{22}{7}$ ۔

18 ایک مربع کا ضلع 11 انچ ہے۔ اُس کے گوشوں کو مرکز مان کر چار مساوی دائرے بنائے گئے جن میں سے ہر ایک دائرہ دو دو دائروں کو مس کرتا ہے۔ چاروں دائروں سے جو جگہ گھری ہوئی ہے اُس کا رقبہ معلوم کرو۔ $\pi = 3.1416$ ۔

19 ایک دائرے کا قطر 10 انچ ہے۔ اُس کے دو نصف قطر م د اور م ب ایک دوسرے پر عمود ہیں۔ بتاؤ۔ وتر د ب سے دائرے کے جو دو حصے بنینگے۔ اُن کے رقبے کیا ہونگے۔ جبکہ $\pi = 3.1416$ ۔

20 ایک دائرے کا قطر 20 فٹ ہے۔ اُس قطاع کا رقبہ معلوم کرو۔ کہ جس کی قوس 22 درجے 30 منٹ کی ہے۔ $\pi = 3.1416$ ۔

21 ایک قطاع کا پیری میٹر 15 فٹ ہے۔ اگر نصف قطر 6 فٹ ہو۔ تو قطاع کا رقبہ بتاؤ۔

22 دو ہم مرکز دائروں کے نصف قطر ن اور ۲ ن

ہیں۔ اندرونی دائرے کے دو متوازی مماس کھینچے
گئے۔ ان مماسوں سے بیرونی دائرے کی جو
قوس کٹے گی۔ اُس کا طول معلوم کرو۔

23 ایک نصف دائرے کے محیط کو ایسی دو قوسوں
میں تقسیم کیا گیا۔ کہ ایک قوس کا وتر دوسری
کے وتر سے دو چند ہے۔ ثابت کرو۔ کہ ان
وتروں سے جو دو قطعے پیدا ہوں گے۔ اُن
کے رقبوں کے مجموعے اور نصف دائرے کے
رقبے میں 27 اور 55 کی نسبت ہوگی۔ $\pi = \frac{22}{7}$
نوٹ۔ فرض کرو۔ کہ وتر ۱ اور 2 ہیں۔ قطر $\sqrt{5}$
ہوا۔ نصف دائرے میں سے مثلث کو منہا کرو۔

24 ایک مثلث متساوی الاضلاع کا رقبہ 17320.5
مربع فٹ ہے۔ اس کے گوشوں کو مرکز مان کر
نصف ضلع کے برابر نصف قطر پر دائرے
بنائے گئے۔ تینوں دائروں سے گھری ہوئی
جگہ کا رقبہ معلوم کرو۔

25 ایک دائرے میں ایک مستطیل بنا ہوا ہے
جس کے ضلعے 24 اور ۱۰ انچ ہیں۔ اگر اس
مستطیل کو کاٹ ڈالیں۔ تو کتنا رقبہ باقی
رہے گا؟

26 ن نصف قطر کے تین مساوی دائرے ایک
دوسرے کو اس طرح قطع کرتے ہیں۔ کہ ہر
ایک کا محیط باقی دو دائروں کے مرکزوں میں سے

گزرتا ہے - تینوں دائروں میں جو شکل مشترک ہے - اُس کا رقبہ معلوم کرو ۔

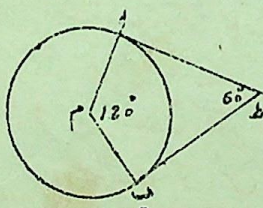
27 ایک ریگولر ہکسیگن کا ضلع ۷ فٹ ہے - اُس کے اندر اور باہر دو دائرے بنائے گئے ہیں ان دائروں کے درمیان جو گول حلقہ ہے - اُس کا رقبہ بتاؤ ۔

(اشارہ - سرکم ریڈیس ۷ ، اور ان ریڈیس $7\frac{\sqrt{3}}{2}$ ہے - وغیرہ ۔)

28 ایک گول تالاب کا نصف قطر 24 گز ہے - اس کے گردا گرد جنگل کا ۶ گز چوڑا حلقہ ہے - اگر اس جنگل میں لمبی سے لمبی سیدھی سڑک بنائی جائے - تو اس کا طول کیا ہوگا؟

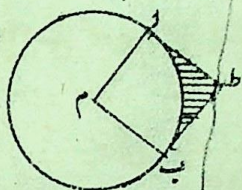
(اشارہ - یہ سڑک بیرونی دائرے کا وتر اور اندرونی دائرے کا مماس ہے ۔)

29 دو قطع کرنے والے مساوی دائروں کے مرکز ایک دوسرے کے محیط پر ہیں - اور ان کا مشترک نصف قطر ۱۰ فٹ ہے - وتر مشترک کا طول معلوم کرو ۔

30 ایک دائرے کا نصف قطر ۱۰ فٹ ہے - کسی بیرونی نقطے سے اس دائرے کے دو مماس کھینچے گئے ہیں - جو ایک دوسرے

کے ساتھ 60° کا زاویہ بناتے ہیں۔ وتر تماس کی لمبائی معلوم کرو۔

نیز دونو مماسوں کے درمیان جو قوس ہے۔ اُس کی لمبائی بھی بتاؤ۔

(اشارہ - مرکزی زاویہ م $= 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$)

31 ایک دائرے کا نصف قطر ۱۵ فٹ ہے۔ اُس کے دو مماس کھینچے گئے ہیں۔ اُن کے درمیان 90° کا زاویہ ہے۔ بتاؤ اُس سطح کا رقبہ کیا ہوگا جو دائرے اور ان مماسوں کے درمیان واقع ہے۔

$\pi = 3.1416$

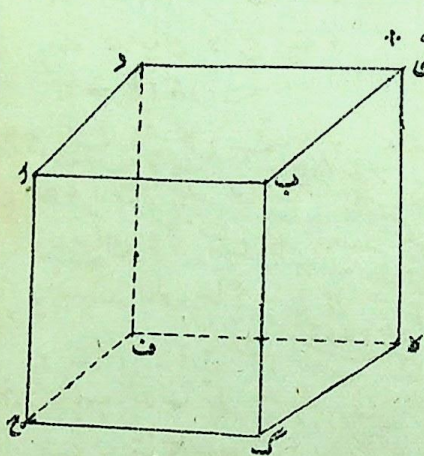
32 ایک بائیسکل نے لاہور سے امرت سر تک 23040 چکر کھائے۔ اگر دونو شہروں کے درمیان 32 میل کا فاصلہ ہو۔ تو بائیسکل کا نصف قطر بتاؤ۔ ($\pi = \frac{22}{7}$)

د۔ ف سنہ 1920ء

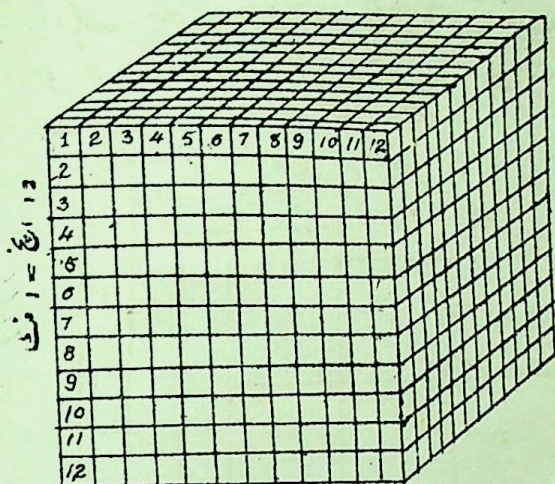
33 ایک کلاک کی منٹ کی سوئی ۱۵ انچ لمبی ہے۔ بتاؤ۔ یہ ڈائل پر 9 بجے سے 9 بجکر 35 منٹ گزرے تک کتنے رقبے پر گھوم جائے گی۔ د۔ ف سنہ 1922ء

مکعب نما اور مکعب

(CUBOID AND CUBE)

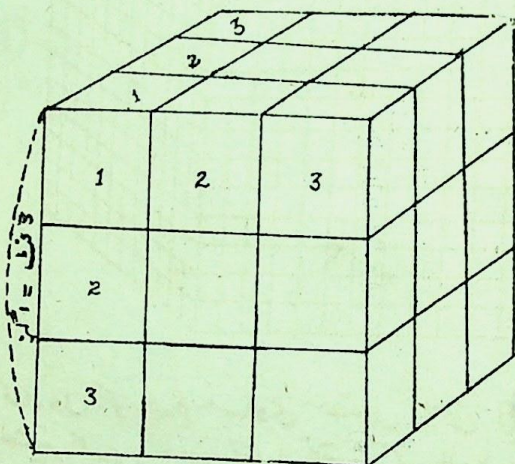
206 کسی جسم کی جسامت یا حجم سے وہ تمام جگہ مراد ہوتی ہے - جو اُس کی اطراف سے گھری ہوئی ہوتی ہے۔

ایک مکعب انچ سے اُس مکعب کی جسامت مراد ہوتی ہے - جس کا ہر ایک کنارہ ایک ایک انچ لمبا ہو۔

ایک مکعب فٹ سے اُس مکعب کی جسامت مراد ہے - جس کا ہر ایک کنارہ ایک ایک فٹ لمبا ہو۔

فرض کرو۔ یہ ایک مکعب ہے۔ جس کا ہر کنارہ ایک ایک فٹ ہے۔ اگر ہم اس کے تمام

کناروں کو بارہ مساوی حصّوں یعنی انچوں میں تقسیم کریں۔ اور نقاط تقسیم کو ملادیں۔ تو صاف ظاہر ہے کہ مکعب کی اوپر والی طرف 12 × 12 یعنی ۱۴۴ مربّع انچوں میں تقسیم ہو جائیگی۔ اب اگر مکعب کے اوپر سے ایک انچ موٹی تہ کاٹ لی جائے۔ تو اُن تمام مربّع انچوں کی موٹائی ایک ایک انچ ہوگی۔ یعنی ایک انچ موٹی تہ میں ۱۴۴ مکعّب انچ ہونگے۔ اسی طرح دو انچ موٹی تہ میں ۲×۱۴۴ مکعّب انچ ہونگے +

لیکن کل مکعّب میں سے ایک ایک انچ موٹی بارہ تہیں بن سکتی ہیں۔ چنانچہ کل مکعّب میں ۱۴۴ × ۱۲ یا 1728 مکعب انچ ہونگے۔ پس

ایک مکعّب فٹ = 1728 مکعّب انچ

اسی طرح مندرجۂ ذیل شکل سے ثابت ہو سکتا ہے۔ کہ

ایک مکعّب گز = 27 مکعّب فٹ

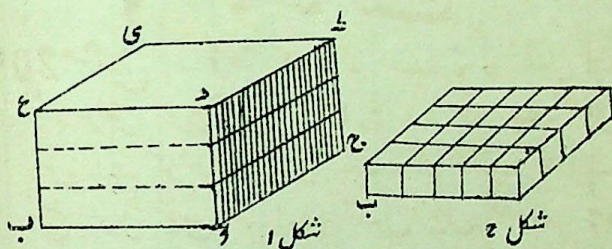
207 مکعّب نما چیزیں تم نے اکثر دیکھی ہونگی۔ اینٹ۔ صندوق۔ دیا سلائی کا بکس وغیرہ اس کی عام مثالیں ہیں۔ بتاؤ۔ ان کی کے طرفیں ہوتی ہیں؟ اور کون کونسی طرفیں برابر ہوتی ہیں؟

تعریفیں۔ مکعّب نما ایک مجسّم ہے۔ جو مستطیل

شکل کی چھ طرفوں سے گھرا ہوُا ہوتا ہے۔ اگر یہ چھئوں طرفیں مربّعے ہوں۔ تو مکعب نما کو مکعب کہتے ہیں÷

سطح

208 فرض کرو۔ کہ مکعب نما کا طول اب عرض اج اور ارتفاع اد ہے۔ اور ہم اس کی سطح معلوم کرنا چاہتے ہیں÷

شکل ۱   شکل ۲

چونکہ مکعب کی چھ طرفیں ہوتی ہیں۔ جن میں سے سامنے اور پیچھے کی۔ دائیں اور بائیں۔ اوپر کی اور نیچے کی طرفیں باہم برابر ہوتی ہیں۔ پس ہم دب، دج اور دی طرفوں کے رقبے دریافت کرکے اُن کو دُگنا کریں گے÷

سامنے کی طرف دب کا رقبہ = اب × اد

دائیں طرف دج کا رقبہ = اد × اج

اوپر کی طرف دی کا رقبہ = دع × دط = اب × اج

پس

مکعب نما کی سطح = ۲{اب × اد + اد × اج + اب × اج}

یعنی مکعب نما کی سطح = 2{طول × ارتفاع + عرض × ارتفاع + طول × عرض}

چونکہ مکعب کا طول، عرض اور ارتفاع سب برابر ہوتے ہیں - اس لئے

مکعب کی کل سطح = 6 (ایک کنارے کا طول)^2 +

جسامت

209 مشق ۱- فرض کرو- کہ مکعب نما کا طول اب 5″، عرض اج 4″ اور ارتفاع اد 3″ ہے- شکل (۱) اس بات کو ظاہر کرتی ہے- کہ مکعب نما ایک ایک انچ موٹی تین مساوی تہوں میں تقسیم ہو سکتا ہے- اور دوسری شکل اس بات کو ظاہر کرتی ہے- کہ ہر ایک تہ ایک ایک انچ کنارے والے مکعبوں یعنی مکعب انچوں میں تقسیم ہو سکتی ہے +

ایک تہ میں مکعب انچوں کی تعداد = 5 × 4

لیکن مکعب نما میں ایسی تین تہیں ہیں- اس لئے کل مکعب نما میں مکعب انچوں کی تعداد = 5 × 4 × 3 = 60

پس مکعب نما کی جسامت = 60 مکعب انچ +

مشق 2 - اب ایک ایسا مکعب نما لو - جس کا طول "8، عرض "6 اور ارتفاع "4 ہو - اور مشق 1 کو دُہرا کر ثابت کرو - کہ اُس کی جسامت $8 \times 6 \times 4$ یعنی 192 مکعب انچ ہے +

مندرجۂ بالا مشقوں سے صاف نتیجہ نکلتا ہے کہ

مکعب نما کی جسامت = طول × عرض × ارتفاع

= (قاعدہ کا رقبہ) × ارتفاع

---

210 چونکہ مکعب ایک ایسا مکعب نما ہوتا ہے - جس کا طول عرض اور ارتفاع سب برابر ہوتے ہیں - اس لئے

مکعب کی جسامت = (ایک کنارے کا طول)^3 +

اب ہم چند مثالیں حل کرینگے :-

مثال 1 - ایک پتھر کی سل شکل میں مکعب نما ہے - اُس کی لمبائی 4 فٹ اور چوڑائی 2 فٹ اور موٹائی $\frac{1}{4}$ فٹ ہے - اس کی سطح اور جسامت معلوم کرو +

سطح = 2 {طول × ارتفاع + عرض × ارتفاع + طول × عرض}

$= 2\{2 \times 4 + \frac{1}{4} \times 2 + \frac{1}{4} \times 4\}$

$= \frac{19}{2} \times 2 = 19$ مربع فٹ -

جسامت $= \frac{1}{4} \times 2 \times 4 = 2$ مکعب فٹ +

مثال 2 - ایک مکعب کا ایک کنارہ 5 انچ ہے - اس کی سطح اور جسامت معلوم کرو -

سطح $= 6 \times (5)^2 = 150$ مربع انچ ÷

جسامت $= 5 \times 5 \times 5 = 125$ مکعب انچ ÷

مثال 3 - ایک حوض 37 فٹ 4 انچ لمبا، 12 فٹ چوڑا ہے - اس میں 8 فٹ کی گہرائی تک پانی بھرا ہے - اگر ایک مکعب فٹ پانی کا وزن $62\frac{1}{2}$ پونڈ ہو - تو بتاؤ - تالاب میں کتنے ٹن پانی ہے؟

پانی کی جسامت $= 8 \times 12 \times 37\frac{1}{3}$ مکعب فٹ

پانی کا وزن $= \frac{125}{2} \times 8 \times 12 \times \frac{112}{3}$ پونڈ ÷

$= \frac{125 \times 8 \times 12 \times 112}{2240 \times 6}$ ٹن $= 100$ ٹن

مثال 4 - 75 فٹ لمبی 6 فٹ اونچی اور $1\frac{1}{2}$ فٹ آستار کی دیوار میں 9 انچ لمبی، $4\frac{1}{2}$ انچ چوڑی اور 3 انچ موٹی اینٹیں کتنی لگینگی؟

دیوار کی جسامت $= \frac{3}{2} \times 6 \times 75 = 9 \times 75$ مکعب فٹ

ایک اینٹ کی جسامت $= \frac{9}{12} \times \frac{9}{24} \times \frac{3}{12} = \frac{9}{128}$ مکعب فٹ

اینٹوں کی تعداد $= 9 \times 75 \div \frac{9}{128} = 9600$

مثال 5 - ایک لکڑی کا صندوق باہر سے 18" لمبا 18" چوڑا اور 18" اونچا ہے - یہ ایک انچ موٹی لکڑی کا بنا ہوا ہے - اگر ایک مکعب فٹ لکڑی کا وزن 27 پونڈ ہو - تو بتاؤ - خالی صندوق کا کیا وزن ہے؟

صندوق کے امتداد اندر سے ″16 ، ′16 ، ″16 ہیں۔
∴ لکڑی کی جسامت $= (18)^3 - (16)^3$

$= (5832 - 4096)$ مکعب انچ

$= \frac{1736}{1728}$ مکعب فٹ

لکڑی کا وزن $= \frac{1736}{1728} \times 27$ پونڈ $= 27\frac{1}{8}$ پونڈ

سوالات نمبر 70

1 جن مکعب نماؤں کے طول عرض اور ارتفاع نیچے دئے ہوئے ہیں۔ ان کی جسامت اور سطح معلوم کرو۔

(1) طول = ″9 ، عرض = ″2 ، ارتفاع = $1\frac{1}{2}$ ۔

(2) طول = ۱ گز ، عرض = ۱ فٹ ، ارتفاع = ۱ انچ۔

2 جن مکعبوں کے کنارے کے طول نیچے لکھے گئے ہیں۔ اُن کی جسامت اور سطح معلوم کرو۔

(1) کنارہ = 2 فٹ ۱ انچ۔

(2) کنارہ = ۲ گز ۱ فٹ۔

3 ایک شہتیر ۱۰ فٹ لمبا، 2 فٹ چوڑا اور $1\frac{1}{2}$ فٹ موٹا ہے۔ اُس کی جسامت معلوم کرو۔

4 ایک حوض 25 فٹ لمبا، 15 فٹ چوڑا اور 20 فٹ گہرا ہے۔ بتاؤ۔ اُس میں کتنے مکعب فٹ پانی آئے گا؟

5. $16\frac{1}{2}$ فٹ گہرے تالاب کی مربّع تلی کا ضلع 22 فٹ ہے۔ بتاؤ۔ اُس میں کتنے مکعب فٹ پانی سمائے گا۔

6. ایک مکعب فٹ پانی کا وزن $62\frac{1}{2}$ پونڈ ہوتا ہے۔ بتاؤ 24 فٹ لمبے، ۱۰ فٹ چوڑے۔ اور 8 فٹ گہرے حوض میں کتنے پونڈ پانی آسکے گا۔

7. ایک حوض ۱۰ فٹ 6 انچ لمبا، 5 فٹ چوڑا۔ اور ۴ فٹ گہرا ہے۔ وہ نصف پانی سے بھرا ہے۔ بتاؤ۔ پانی کا وزن کتنا ہے۔ یاد رہے ایک مکعب فٹ پانی کا وزن $62\frac{1}{2}$ پونڈ ہوتا ہے۔

8. ایک کمرے کا طول 24 فٹ، عرض 18 فٹ 6 انچ اور بلندی 12 فٹ ۴ انچ ہے۔ بتاؤ۔ اُس میں کتنے مکعب فٹ ہوا بھری ہوئی ہے؟

9. ایک دیوار 60 فٹ لمبی اور ۴۰ فٹ اونچی ہے۔ اور اُس کا آشار $1\frac{1}{2}$ فٹ ہے۔ بتاؤ۔ اُس میں ″8 لمبی، ″۴ چوڑی اور ″2 موٹی اینٹیں کتنی لگیں گی؟

10. ایک چبوترہ ۴۰ فٹ لمبا، 35 فٹ چوڑا اور ۱۰ فٹ اونچا بنانا چاہتے ہیں۔ بتاؤ اس میں ۱ فٹ لمبی، ″6 چوڑی اور ″3 موٹی اینٹیں

کتنی لگیں گی؟ اور ا روپیہ فی سینکڑے کے حساب سے اینٹوں پر کیا صرف ہوگا؟

11 ایک خندق 1500 فٹ لمبی، 6 فٹ چوڑی اور ۵ فٹ گہری کھودی گئی ہے - اگر ایک مکعب گز کھدائی پر ۱ آنہ 6 پائی لاگت آئے تو بتاؤ - خندق پر کل کیا خرچ ہوگا؟

12 ایک مربع میدان کا طول ۱۰۰ گز ہے - بتاؤ - اس کو ۲" کی گہرائی تک ڈھکنے کے لئے کتنے گیلن پانی درکار ہوگا - یاد رہے - ایک گیلن = 277 مکعب انچ +

13 ایک صندوق اندر سے 5 فٹ لمبا، $2\frac{1}{2}$ فٹ چوڑا اور $1\frac{1}{2}$ فٹ گہرا ہے - بتاؤ - اس میں ۵ انچ لمبی $2\frac{1}{2}$ انچ چوڑی اور $\frac{1}{2}$ انچ موٹی کتابیں کتنی آسکتی ہیں؟

14 ایک بند چوبی صندوق کا بیرونی طول ۴ فٹ ۲ انچ، عرض ۲ فٹ اور ارتفاع ۱ فٹ ہے - اور لکڑی ۱ انچ موٹی ہے - بتاؤ - صندوق میں کتنے مکعب انچ لکڑی لگی ہوئی ہے +

15 اگر ایک انچ بارش ہو - تو ۱ ایکڑ زمین پر کتنے مکعب فٹ پانی پڑے گا؟

16 ایک مکعب فٹ سونے کا ورق اس قدر باریک بنایا گیا ہے - کہ وہ 6 ایکڑ زمین پر

پچھ گیا۔ سات مراتب اعشاریہ تک ورق کی موٹائی معلوم کرو +

17 ایک مکعب نما کی جسامت 72 مکعب فٹ ہے۔ اُس کا طول 8 فٹ اور عرض $\frac{1}{2}$ 1 فٹ ہے۔ ارتفاع بتاؤ +

18 ایک حوض 7 فٹ 6 انچ لمبا اور 4 فٹ 4 انچ چوڑا ہے۔ اور اس میں 97 مکعب فٹ 864 مکعب انچ پانی بھرا ہے۔ پانی کی گہرائی بتاؤ +

19 بتاؤ۔ 2 فٹ 4 انچ چوڑے اور 1 فٹ 3 انچ موٹے لکڑی کے تختے میں سے کتنا لمبا ٹکڑا کاٹیں کہ اُس کی جسامت $\frac{1}{4}$ 26 مکعب فٹ ہو؟

20 ایک مکعب کا کنارہ 2 فٹ 6 انچ ہے۔ بتاؤ۔ اس پر سب طرف رنگ کراتے ہیں 9 آنے فی مربع گز کے حساب سے کیا خرچ آئے گا؟

21 ایک حوض 24 فٹ 8 انچ لمبا، 12 فٹ 9 انچ چوڑا ہے۔ وہ پانی سے لبریز ہے۔ بتاؤ۔ کتنے مکعب فٹ پانی اُس میں سے نکالیں۔ کہ پانی کی سطح $\frac{1}{2}$ 3 فٹ نیچی ہو جائے +

22 ایک مکعب کی سطح 37 مربع فٹ 72 مربع انچ ہے۔ اس کا کنارہ معلوم کرو۔ مکعب کی جسامت

بھی بتائو۔

اٹھائیسواں باب

منشور اور بیلن

(PRISM AND CYLINDER)

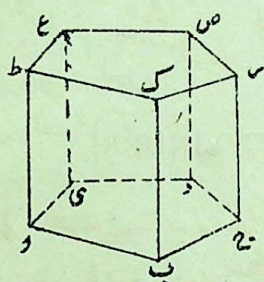
۱۱۶ تعریف۔ سیدھا منشور ایک مجسم ہے۔ جو سب طرف ہموار سطحوں سے گھرا ہوا ہوتا ہے۔ اس کی اوپر اور نیچے کی سطحیں ہر لحاظ سے برابر ہوتی ہیں۔ اور اُن پر پہلوؤں کے کنارے عموداً واقع ہوتے ہیں۔ یعنی اُس کے پہلو مستطیل ہوتے ہیں۔

صاف ظاہر ہے۔ کہ سیدھے منشور کی اوپر یا نیچے کی سطح مثلث۔ مستطیل۔ مربع۔ مخمس مسدس وغیرہ ہو سکتی ہے۔ اگر اوپر اور نیچے کی سطح مستطیل ہو۔ تو سیدھا منشور مکعب نما بن جائیگا۔ بتاؤ۔ سیدھا منشور کس صورت میں مکعب بن جائے گا؟

نوٹ۔ آئندہ ہم سیدھے منشور کو صرف منشور ہی

لکھینگے ۔

---

212 منشور کے پہلوؤں کی سطح معلوم کرنے کا طریق ۔ فرض کرو کہ منشور کے قاعدے کے ضلعے اب، ب ج، ج د وغیرہ طول میں ترتیب وار طا، طب، طج وغیرہ ہیں ۔ اور منشور کا ارتفاع ع ہے ۔

چونکہ منشور کے تمام پہلو مستطیل شکل کے ہیں ۔

∴ مستطیل اب ک ط کا رقبہ = طا × ع ۔

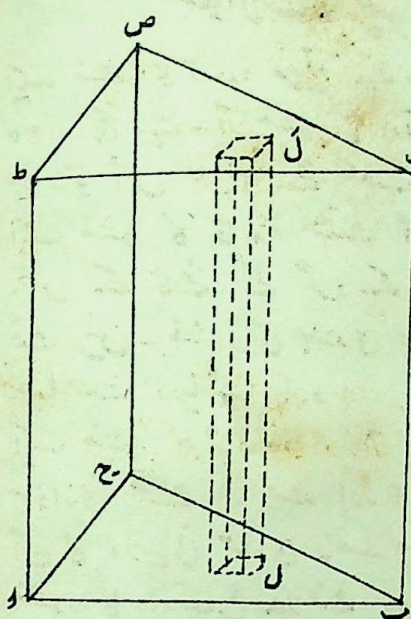
اسی طرح باقی مستطیلوں کے رقبے طب × ع، طج × ع وغیرہ ہونگے ۔

∴ منشور کے تمام پہلوؤں کی سطح = طا × ع + طب × ع + طج × ع + وغیرہ

= (طا + طب + طج + وغیرہ) × ع

= (قاعدے کا احاطہ) × ارتفاع ۔

---

213 منشور کی جسامت معلوم کرنے کا طریق ۔ یہ ایک منشور ہے ۔ جس کا قاعدہ اب ج ہے ۔ اور ارتفاع اط یا ب ک یا ج ص ہے ۔

فرض کرو۔ کہ قاعدہ کا رقبہ نہایت ہی چھوٹے چھوٹے مربعوں (مثلاً مربع ملی میٹروں میں منقسم ہے۔ اور ان مربعوں کی تعداد ر ہے - اور منشور کا ارتفاع ء ملی میٹر ہے - اب فرض کرو کہ قاعدہ کے ہر مربع پر ایک مکعب نما ل لَ بنا ہوا ہے۔ ظاہر ہے - اس قسم کے کل مکعب نماؤں کی تعداد ر ہوگی ۔

چونکہ ایک مکعب نما کے قاعدے کا رقبہ ۱ مربع ملی میٹر ہے - اور ارتفاع ء ملی میٹر ہے۔ اسلئے ایک مکعب نما کی جسامت ۱ × ء یعنی ء مکعب ملی میٹر ہوئی + لیکن منشور میں کل مکعب نما ر ہیں۔

∴ منشور کی جسامت = ر × ء مکعب ملی میٹر

= رقبۂ قاعدہ × ارتفاع

سوالات نمبر 71

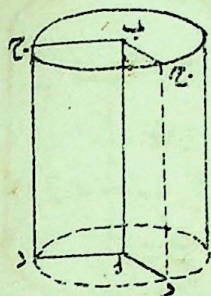
1 ایک منشور کا قاعدہ مربّع ہے۔ جس کا ہر ضلع 120 انچ ہے۔ اگر منشور کا ارتفاع بھی 120 انچ ہو۔ تو اُس کا حجم کے مکعب فٹ ہوگا؟

2 ایک منشور کا قاعدہ مثلّث قائم الزّاویہ ہے۔ جس کے قائمے کے گرد کے ضلعے پچیس پچیس فٹ ہیں۔ منشور کی بلندی 20 فٹ ہے۔ جسامت دریافت کرو۔

3 ایک منشور کا قاعدہ ذوزنقہ ہے۔ جس کے متوازی ضلعے ۱۹ فٹ اور ۱۱ فٹ ہیں۔ اور اُن کا درمیانی عمودی فاصلہ ۱۰ فٹ ہے۔ اگر منشور کا ارتفاع $2\frac{1}{4}$ فٹ ہو۔ تو اُس کا حجم کیا ہوگا؟

4 منشور کا قاعدہ مخمّس منتظم ہے۔ جس کا ہر ضلع ۱۰ فٹ 6 انچ ہے۔ اور ارتفاع 8 فٹ ہے۔ پہلوؤں کی سطح معلوم کرو۔

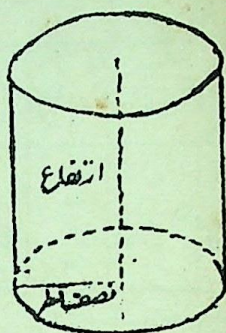
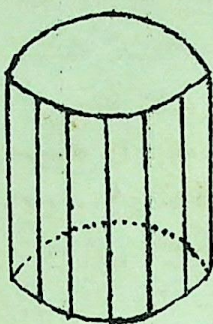
---

214 اگر ضلع اب کو کھڑا رکھ کر مستطیل ابجد کو اُس کے گرد گھماؤ۔ تو دوسرا مقابل کا ضلع جد بیلن کی منحنی سطح پیدا کریگا۔ جیسا کہ اس شکل میں دکھایا گیا ہے۔ اور چونکہ نقطہ د نقطہ ا سے اور نقطہ ج نقطہ ب

سے ہمیشہ یکساں فاصلے پر رہتا ہے۔ اس لئے بیلن کے سرے دائرے ہوتے ہیں۔ بیلن کا ارتفاع لمبائی میں ضلع اب کے برابر ہوتا ہے۔ پس بیلن کی یہ تعریف ہے۔

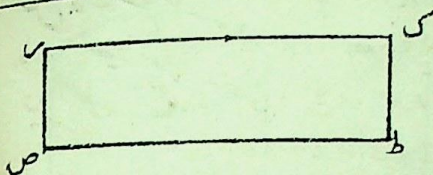
تعریف۔ اگر کسی مستطیل کے کسی ایک ضلع کو کھڑا کرکے مستطیل کو اُس کے گرد گھمائیں۔ تو اس طرح جو مجسّم پیدا ہوتا ہے۔ اُسے بیلن یا اسطوانہ کہتے ہیں۔

---

215 اب ہم تم کو بیلن کی سطح اور جسامت معلوم کرنے کے طریقے بتائیں گے۔

فرض کرو کہ ایک منشور کا قاعدہ شکلِ کثیر الاضلاع منتظم ہے۔ اگر کثیر الاضلاع کے ضلعوں کی تعداد لا انتہا بڑھا دی جائے۔ تو صاف ظاہر ہے۔ کہ کثیر الاضلاع آخرکار دائرہ بن جائیگی۔ اور منشور بیلن کی شکل اختیار کرے گا۔ پس بیلن در اصل ایک منشور ہی ہے۔ جس کا قاعدہ دائرہ ہے۔ پس دفعہ 212

213 کے مطابق -
بیلن کی منحنی سطح = (قاعدہ کا محیط) × ارتفاع
= 2 نصف قطر × π × ارتفاع
بیلن کی جسامت = (قاعدہ کا رقبہ) × ارتفاع
= (نصف قطر)^2 × π × ارتفاع

---

216 بیلن کی سطح ذیل کے دلچسپ طریقے سے بھی دریافت ہو سکتی ہے +
خاصے موٹے کاغذ کا ایک مستطیل تختہ لو۔ اور اس کو اس طرح گول کرکے کھڑا کرو۔ کہ اس کے عرض کے دونو سرے مل جائیں۔ اس طرح کاغذ کا ایک کھوکھلا بیلن بن جائیگا۔ جس کے ہر ایک سرے کا محیط مستطیل کے طول کے برابر ہوگا۔ اور جس کا ارتفاع مستطیل کے عرض کے برابر ہوگا +

اسی طرح اگر ہم کسی کھوکھلے بیلن کی منحنی سطح
پر ایک سیدھا خط ط ک ایک سرے سے
دوسرے سرے تک لیں - اور بیلن کو اس خط
کے بل کاٹ کر پھیلا دیں - تو بیلن ایک
مستطیل ط ک ر ص بن جائے گا - جس کا
طول بیلن کا محیط اور جس کا عرض بیلن کا
ارتفاع ہوگا - پس

بیلن کی منحنی سطح = ط ص × ط ک
= محیط × ارتفاع

نوٹ - اگر بیلن کی منحنی سطح میں سروں کے رقبے بھی جمع
کر دئے جائیں - تو بیلن کی کل سطح نکل آئیگی - چنانچہ
بیلن کی کل سطح = منحنی سطح + سروں کا رقبہ -
= 2 نصف قطر π × ارتفاع + 2 (نصف قطر)^2 π

اب ہم چند مثالیں حل کرتے ہیں -

مثال ۱ - ایک بیلن کا ارتفاع 1½ فٹ ہے -
اور اس کے قاعدے کا نصف قطر 3 فٹ ہے -
بیلن کی منحنی سطح اور کل سطح معلوم کرو -
نیز حجم بھی دریافت کرو ۔

حل قاعدے کا محیط $= \frac{22}{7} \times 6 = \frac{132}{7}$ فٹ

∴ منحنی سطح $= \frac{132}{7} \times 14 = 264$ مربع فٹ

نیز کل سطح = منحنی سطح + سروں کا رقبہ

$$= \frac{22}{7} \times 3 \times 3 \times 2 + 264$$

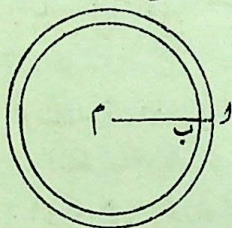
$$= \frac{396}{7} + 264 = 320\frac{4}{7}$$ مربع فٹ

حجم $= \frac{22}{7} \times 3 \times 3 \times 14 = 396$ مکعب فٹ ۔

مثال ۲ - ایک ۴ فٹ ۲ انچ لمبا نل بیلن کی شکل کا ہے - اس کا بیرونی قطر ۱ فٹ ۱۰ انچ ہے - اور وہ ۱ انچ موٹی دھات کا بنا ہوا ہے - بتاؤ - اس میں کتنے مکعب انچ دھات لگی ہوئی ہے ۔

حل - بیرونی نصف قطر م ا = ۱۱ انچ

لیکن موٹائی ا ب ۱ انچ ہے - اس لئے اندرونی نصف قطر م ب = ۱۰ انچ

اب اگر ہم ۱۱ انچ نصف قطر والے بیلن کے حجم میں سے ۱۰ انچ نصف قطر والے بیلن کے حجم کو تفریق کر دیں - تو دھات کا حجم نکل آئیگا - پس

دھات کا حجم $= \frac{22}{7} \times 11 \times 11 \times 50 - \frac{22}{7} \times 10 \times 10 \times 50$

$$= \frac{133100}{7} - \frac{110000}{7}$$

$$= \frac{23100}{7} = 3300$$ مکعب انچ ۔

مثال ۳ - ایک بیلن کا حجم 176 مکعب انچ ہے - اور نصف قطر ۲ انچ ہے - لمبائی بتاؤ ۔

حل :- (قاعدہ کا رقبہ) × لمبائی = حجم

∴ $2 \times 2 \times \frac{22}{7} \times$ لمبائی $= 176$

∴ لمبائی $= 176 \div \frac{88}{7} = 14$ انچ ۔

سوالات نمبر 72

1 بیلن کا حجم بتاؤ ۔ جبکہ $\pi = \frac{22}{7}$ اور

(1) ارتفاع = ۱۵ فٹ، قاعدے کا رقبہ = $11\frac{1}{2}$ مربع فٹ ۔

(2) ارتفاع = 20 سنٹی میٹر، قاعدے کا رقبہ = 64 مربع سنٹی میٹر ۔

(3) ارتفاع = 7 فٹ، نصف قطر = ۱۵ فٹ ۔

(4) ارتفاع = 42 گز ۔ قطر = 12 گز ۔

(5) نصف قطر = ۱ فٹ 2 انچ ۔ ارتفاع = ۱ گز ۔

2 بیلن کی منحنی سطح معلوم کرو ۔ جبکہ $\pi = \frac{22}{7}$ اور

(1) ارتفاع = ۱۵ فٹ ۔ محیط = 12 فٹ ۔

(2) ارتفاع = 4 گز 2 فٹ ۔ نصف قطر = 12 فٹ ۔

(3) ارتفاع = 12 فٹ ۔ نصف قطر = $3\frac{1}{2}$ گز ۔

(4) قطر = $10\frac{1}{2}$ گز ۔ ارتفاع = 4 گز ۔

3 ایک بیلن کا ارتفاع 44 گز ہے ۔ اور قاعدے کا محیط 6 گز ہے ۔ جسامت معلوم کرو ۔

(نوٹ ۔ پہلے نصف قطر معلوم کرو) ۔

4 ایک بیلن کا ارتفاع 20 فٹ ہے ۔ اور محیط = 14 فٹ 8 انچ ۔ جسامت معلوم کرو ۔

5 بتاؤ 4 فٹ قطر کا 21 فٹ گہرا کنواں بنانے کے

لئے زمین سے کتنی مٹی نکالنی چاہیئے +

ایک حوض بیلن کی شکل کا ہے - اُس کا عمق 32 فٹ ہے - اور قطر 24 فٹ 6 انچ - بتاؤ - اُس کے اندر کتنے ٹن پانی آئے گا - ایک مکعب فٹ پانی کا وزن ۱۰۰۰ اونس ہوتا ہے +

ایک لوہے کی سلاخ بیلن کی شکل ۶۰ انچ لمبی ہے - اور سرے کا قطر 2 انچ ہے - اگر ایک مکعب انچ لوہے کا وزن 8-5 اونس ہو - تو سلاخ کا کیا وزن ہوگا ؟

ایک دھات کا نل بیلن کی شکل کا 5 فٹ لمبا ہے - اور اس کا بیرونی قطر 2 فٹ 6 انچ ہے اور وہ ½ انچ موٹی دھات کا بنا ہوا ہے - بتاؤ - اس میں کتنے مکعب انچ دھات لگی ہوئی ہے ؟

ایک بیلن کا حجم 511 مکعب فٹ ہے - اس کے قاعدے کا رقبہ 36 مربع فٹ 72 مربع انچ ہے - ارتفاع بتاؤ +

بیلن کی شکل کے برتن کا اندرونی قطر 1 فٹ 2 انچ ہے - اور اس میں 11 گیلن پانی آتا ہے برتن کی بلندی بتاؤ - یاد رہے 1 گیلن پانی 277 مکعب انچ جگہ گھیرتا ہے +

متفرق سوالات نمبر 73

1 2 انچ نصف قطر کے دائرے میں ایک ایکوی لیٹرل تکون اور ایک مسدس منتظم بناؤ۔

2 ایک تکون کی بلندی 3″ ہے۔ اور قاعدے پر کے زاویے 30° اور 60° کے ہیں۔ تکون بناؤ۔ (و۔ ف سنہ ۱۹۱۹ء)

3 ایک مثلث متساوی الاضلاع کھینچو۔ جس کا ہر ضلع 7 سنٹی میٹر ہو۔ اور ایک دائرہ بناؤ۔ جو اس کے زاویوں میں سے گزرے (و۔ ف سنہ ۱۹۱۹ء)

4 ایک مثلث بناؤ۔ جس کے ضلعوں میں 5 : 6 : 7 کی نسبت ہو۔ اور جس کے اندر بنے ہوئے دائرہ کا نصف قطر 3 سنٹی میٹر ہو۔

5 ایک مثلث بناؤ جس کے ضلعوں میں 5 : 6 : 7 کی نسبت ہو۔ اور جس کے باہر بنے ہوئے دائرہ کا نصف قطر 3 سنٹی میٹر ہو۔

6 ایک ایکوی لیٹرل تکون بناؤ۔ اور رقبے میں اُس کے برابر ایک مربع بناؤ۔

7 دو انچ لمبے قاعدے پر مسدس منتظم بناؤ۔ اور پھر اُس کو مساوی الرقبہ تکون کی شکل میں لاؤ۔ کیا تم اس تکون کے برابر مربع بنا سکتے ہو؟

8 ایک مثلث ا ب ج بناؤ۔ جبکہ ب ج = ۱۰٫۹″

اب = ۶ اور زاویہ ا = 60° ۔

۹ ایک مثلّث بناؤ۔ جس کا قاعدہ ۱۰ سم اور ارتفاع 6 سم اور زاویۂ راس 30° ہو۔

10 ۱ اور ۲ سنتی میٹر نصف قطروں کے دو دائرے کھینچو۔ جو ایک دوسرے کو باہر سے مس کریں۔ ان دائروں کا مماس مشترک کھینچو۔

11 ایک مربّع بناؤ۔ جس کا رقبہ ٹھیک 13 مربّع انچ ہو۔ (و۔ف سنہ ۱۹۱۲ء)۔

12 ڈیڑھ ڈیڑھ انچ نصف قطر والے تین دائرے ایسے کھینچو۔ کہ ہر ایک دائرہ باقی دو دائروں کو مس کرے۔

13 3 انچ لمبے خط پر ایک متساوی الاضلاع بناؤ جس کا ارتفاع 1.3 انچ ہو۔ اور ایک ضلع 2 انچ لمبا ہو۔

14 تکون کے دو ضلعے اور ان میں سے ایک کے مقابل کا زاویہ دیا ہؤا ہے۔ تکون بناؤ۔ کس صورت میں ان دیئے ہوئے حصّوں سے تکون نہیں بنیگی؟ (و۔ف سنہ ۱۹۱۴ء)۔

15 ایک رامبس بناؤ۔ جس کا ہر ایک ضلع 5 سنتی میٹر اور ایک زاویہ 120° کا ہو۔ اور اس کے اندر دائرہ بناؤ۔

16 ایک مثلّث بناؤ جس کے ضلعے 5، 6، 7 انچ ہوں۔ اور اس کے تشابہ مثلّث $2\frac{1}{2}$ انچ

نصف قطر کے دائرہ میں بناؤ۔

17 3.5 انچ لمبے خط میں سے اُس کا $\frac{2}{7}$ حصہ قطع کرو۔

18 ایک متوازی الاضلاع بناؤ۔ جس کا رقبہ ۱۱ مربع سم ہو۔ اور ایک زاویہ 75° کا ہو۔

19 پچکون ع ق ر ص ط کو ایک ایسی مساوی الرقبہ تکون کی شکل میں لاؤ۔ کہ جس کا ایک گوشہ ع پر ہو۔ اور باقی گوشے دونو جانب خارج شدہ خط ر ص پر واقع ہوں۔

20 ایک چوکور ا ب ج د بناؤ۔ جس کے ضلعے اب، ب ج، ج د، د ا بالترتیب 3، 4، 5، 6 سم ہوں۔ اور وتر ا ج 5 ہو۔ زاویہ ا سے ایک خط کھینچکر اس چوکور کی تنصیف کرو۔

21 ایک انچ نصف قطر کا دائرہ بناؤ۔ اور اس کے دو مماس کھینچو۔ جن کے درمیان 60° کا زاویہ ہو۔ مماسوں کے طول معلوم کرو۔ اور پیمائش سے اپنے عمل کی پڑتال کرو۔

22 شکل عملی کی مدد سے $\frac{1}{1.65}$ کی قیمت معلوم کرو۔
اشارہ۔ 1.65 اور ۱ کا تیسرا متناسب معلوم کرو۔

23 کوئی پانچ ضلعے کی شکل کھینچو۔ اور پھر اس کے متشابہ دوسری شکل بناؤ۔ جس کے ضلعوں کو اصلی شکل کے ضلعوں کے ساتھ 3 اور ۔۔ کی نسبت ہو۔

24 ایک متوازی الاضلاع بناؤ۔ جس کے ضلعے 7 اور 8 سم ہوں۔ اور اُن کا درمیانی زاویہ 45 درجے کا ہو۔ ایک اور متوازی الاضلاع بناؤ۔ جس کا رقبہ پہلی متوازی الاضلاع کے مساوی ہو۔ لیکن اس کا ایک زاویہ 60 درجے کا ہو۔ (ورنیکلر فائنل سنہ ١٩١٩ع) +

25 $\frac{1}{3}$ اور 3 کا وسط فی التناسب معلوم کرو +

26 دو دائروں کے مرکزوں کے درمیان 2.5 انچ کا فاصلہ ہے۔ اور اُن کے نصف قطر 1.3 اور 1.07 انچ ہیں۔ ان کے تمام مشترک مماس کھینچو +

27 ایک مستطیل کھینچو جس کے ضلعے 2.5 اور 5.4 سنٹی میٹر ہوں۔ اور چھوٹے ضلع پر باہر کی طرف مثلث تساوی الاضلاع بناؤ۔ اور اس طرح جو پانچ ضلعے کی شکل بنے اس کے برابر مثلث بناؤ۔ اور اس کے ضلعوں کو ناپو +

28 ایک دائرہ کھینچو۔ جو ایسے دو نقطوں میں سے گزرے۔ جن کا درمیانی فاصلہ 2 انچ ہے۔ اور جس کا نصف قطر $1\frac{3}{5}$ انچ ہو +

29 ایک مثلث قائم الزاویہ بناؤ۔ جس کا ایک ضلع 1.2 انچ اور وتر 2 انچ ہو۔ اور اُس کے برابر مربع بناؤ +

30 ایک خط ا ب 3.3 انچ لمبا لو۔ اور اُسے س پر اس طرح تقسیم کرو کہ ا س : س ب = 3 : 8
س ب قطر پر دائرہ بناؤ۔ اور ا سے اُس کے دو مماس کھینچو +

31 ایک مثلّث ا ب ج بناؤ۔ جس کے ضلعے 3 ، 4 ، 5 سم ہوں۔ دوسرا مثلّث بناؤ۔ جس کے ضلعوں کے نقاط وسط ا ، ب ، ج ہوں +

32 ایک معین بناؤ جس کا ہر ضلع 6 سم اور ایک وتر 5 سم ہو۔ اس کے اندر ایک دائرہ بناؤ۔ دائرہ کا نصف قطر ماپو +

33 2.5 انچ لمبے خط کی تقسیم خارجی 2 اور 3 کی نسبت میں کرو +

34 2 ، 3 ، 4 سم نصف قطر کے تین دائرے ایسے کھینچو۔ کہ ہر ایک دائرہ باقی دو دائروں کو مس کرے +

اشارہ۔ دائروں کے مرکز اُس مثلّث کے گوشے ہونگے۔ جس کے ضلعے (2 + 3) ، (3 + 4) ، (4 + 2) سم ہیں +

35 ایک مثلّث قائم الزاویہ بناؤ۔ جس کا وتر 3.6 انچ ہو۔ اور عمود جو زاویہ قائمہ سے وتر پر گرایا جائے 1.5 انچ ہو +

36 2.2 انچ نصف قطر کے دائرہ کے اندر ایک تکون بناؤ۔ جس کے دو زاویے °37 اور 73

درجے کے ہوں +

37 ایک خط کھینچو۔ جو 7 کے جذر کے برابر ہو +

38 ایک شخص مقام م سے ٹھیک جنوب کو 1 میل ا تک گیا۔ پھر ا سے جنوب مشرق کو $2\frac{1}{4}$ میل ب تک گیا۔ پھر ب سے شمال مشرق کو $3\frac{1}{2}$ میل ج تک گیا۔ پھر ج سے ٹھیک مغرب کو $3\frac{1}{2}$ میل د تک گیا۔ اور اخیر میں سیدھا د سے اپنے مقام روانگی پر چلا آیا۔ ایک میل کی جگہ ایک انچ رکھ کر اس شخص کے سفر کا خاکہ کھینچو۔ اور فاصلہ دم میلوں میں معلوم کرو +

39 مسطر اور پرکار سے زاویۂ قائمہ کو 6 برابر حصّوں میں تقسیم کرو +

40 ایک مثلث کھینچو۔ جس کے ضلعے 1.6، 1.9، 2.1 انچ ہوں۔ اور اس کا آرتھوسنٹر۔ سرکم سنٹر۔ اور اِن سنٹر معلوم کرو +

اشارہ۔ تینوں عمودوں کا نقطۂ تقاطع آرتھوسنٹر ہوتا ہے +

41 2.7 انچ لمبے قاعدے پر ایک مثلث تساوی الساقین بناؤ۔ جس کے قاعدے پر کے زاویے مل کر زاویۂ راس کے برابر ہوں۔ (و۔ ف سنہ 1924ع) +

متفرق سوالات نمبر 74

1 ایک قائم الزوایا کا وتر 208 گز 1 فٹ ہے۔ اور اس کے ضلعوں میں 24 : 7 کی نسبت ہے۔ رقبہ بتاؤ +

2 ایک قائم الزوایا کھیت کی لمبائی اور چوڑائی میں 12 : 5 کی نسبت ہے۔ اس کے چوتھے حصے میں پیڑ لگے ہوئے ہیں۔ اور باقی 11¼ مربع جریب میں کاشت ہوتی ہے۔ کھیت کی لمبائی گزوں میں معلوم کرو +

3 ایک مربع قطعہ زمین کے گردا گرد 1 روپیہ 10 آنے فی گز کے حساب کٹھرا لگوانے کا خرچ 104 روپے ہے۔ زمین کا رقبہ معلوم کرو +

4 دو مستطیل کھیت رقبے میں برابر ہیں۔ ایک کھیت کا عرض 760 گز اور طول 1845 گز ہے دوسرے کھیت کا طول 2337 گز ہے۔ عرض بتاؤ +

5 ایک کمرہ 34 فٹ لمبا $18\frac{1}{2}$ فٹ چوڑا اور 12 فٹ اونچا ہے۔ اس کی دیواروں پر 1 شلنگ 6 پنس فی مربع گز کے حساب کاغذ مڑھوانے میں کیا خرچ ہوگا؟

6 ایک مستطیل تختہ 18 انچ چوڑا ہے۔ بتاؤ۔ کتنا لمبا ٹکڑا کاٹا جائے۔ کہ اس کا رقبہ ایک

مربع گز ہو +

7 2 پونڈ 12 شلنگ 6 پنس فی ایکڑ کے حساب سے ایک مربع کھیت پر 27 پونڈ 5 شلنگ لگت آتی ہے - بتاؤ - اس کے گردا گرد 9 پنس فی گز کے حساب باڑ لگوانے میں کیا صرف ہوگا ؟

8 2 انچ نصف قطر کے دائرے کے دو مماس ایسے کھینچو - کہ ان کا درمیانی زاویہ °45 کا ہو - (و - ن 1924 ء) +

9 ایک مستطیل کا وتر طول سے 2 فٹ زیادہ ہے - اور عرض 12 فٹ ہے - طول بتاؤ +

10 ایک مستطیل کھیت کا رقبہ 5 ایکڑ ہے - اس کا طول 200 گز ہے - اس میں درختوں کی قطاریں ہیں - تمام قطاریں طول پر عمود ہیں - اور قطاروں کے درمیان ایک ایک گز کا فاصلہ ہے - اور ہر ایک قطار میں درخت ایک دوسرے سے ایک ایک گز کے فاصلے پر ہیں - اگر کھیت کے چاروں طرف ایک ایک گز چوڑی زمین خالی چھوڑ دی جائے - تو کل درختوں کی تعداد بتاؤ +

11 ایک قائم الزوایا کمرے کی دو طولانی دیواروں کا رقبہ 806 مربع فٹ ہے - اور دو عرضی دیواروں کا رقبہ 442 مربع فٹ ہے - کمرے کے امتداد بتاؤ +

12 دو قائم الزاویا کمروں کی بلندی ایک ہی ہے۔ ایک کمرہ 19 فٹ لمبا اور ½11 فٹ چوڑا ہے۔ دوسرا کمرہ 17 فٹ لمبا اور 15 فٹ چوڑا ہے۔ ان کی دیواروں پر 27 انچ چوڑا کاغذ لگوانے میں 3 پونڈ 12 شلنگ $2\frac{2}{3}$ پنس صرف ہوئے اگر کاغذ کے 12 گز لمبے تھان کی قیمت 3 شلنگ 9 پنس ہو۔ تو کمروں کی بلندی بتاؤ۔

13 ایک مستطیل تختہ 7 فٹ لمبا اور 5 فٹ چوڑا ہے۔ بتاؤ چاروں طرف سے کتنی چوڑی لکڑی کاٹ دی جائے۔ کہ تختے کا رقبہ ½24 مربع فٹ رہ جائے۔

14 رگولر پنٹاگن اور رگولر ڈوڈیکاگن کا ایک ایک زاویہ معلوم کرو۔

15 ایک رگولر پالیگن کے زاویہ کو دوسری رگولر پالیگن کے زاویہ کے ساتھ 3 : 2 کی نسبت ہے اور پہلی پالیگن میں ضلعوں کی تعداد دوسری پالیگن سے دو چند ہے۔ بتاؤ پالیگنوں کے ضلعے کتنے کتنے ہیں؟

16 دو اشکال منتظم کے ضلعوں کی تعداد میں 5 : 4 کی نسبت ہے۔ اور ان کے زاویوں میں 9 درجے کا فرق ہے۔ دونو شکلوں کے ضلعوں کی تعداد معلوم کرو۔

17 بتاؤ 7 اور 8 بجے کے درمیان کس وقت گھنٹے

اور منٹ کی سوئیوں کے درمیان 54 درجے کا زاویہ ہوگا۔

18 ایک مثلث کے ضلعے 287، 816، 865 ہیں رقبہ نکالو۔

19 ایک مثلث کے ضلعے ۱۱۹، ۱۱۱ اور ۹۲ گز ہیں۔ ثابت کرو۔ کہ اس کا رقبہ ایک ایکڑ سے ۱۰ مربع گز کم ہے۔

20 ایک تکون کھیت کے ضلعے 242، 1212 اور 1450 گز ہیں۔ ثابت کرو کہ اس کا رقبہ 6 ایکڑ ہے۔

21 ایک دائرہ کا قطر اور دائرہ میں بنی ہوئی چوکور اب ج د کا وتر اج ہے۔ اگر اب = ۳۰ ب ج = ۴۰، ج د = ۱۰ تو چوکور کا رقبہ بتاؤ۔

22 ذو زنقہ کا رقبہ دریافت کرنے کا قاعدہ ثابت کرو۔

ایک ذو زنقہ کا رقبہ 475 مربع فٹ ہے۔ اور متوازی ضلعوں کا عمودی فاصلہ ۱۹ فٹ ہے۔ اگر متوازی ضلعوں کا فرق 4 ہو۔ تو متوازی ضلعوں کے طول بتاؤ۔

23 ایک چوکور کے ضلعے ترتیب وار 8، 8، 7، 5 فٹ ہیں۔ اور پہلے دو ضلعوں کا درمیانی زاویہ 60° کا ہے۔ رقبہ بتاؤ۔

24 ایک قطعہ زمین کے دو ضلعے متوازی اور

دو باقی ضلعے مساوی ہیں۔ متوازی ضلعوں کے طول ۱۰۰ اور ۱۲۰ فٹ ہیں۔ اور مساوی ضلعے پندرہ پندرہ فٹ ہیں۔ رقبہ بتاؤ +

25 ایک کھیت کا رقبہ ۹ ایکڑ ہے۔ جب اُس کا نقشہ بنایا۔ تو ایک مثلث بنا جس کے ضلعے 25، 17 اور 12 انچ ہیں۔ بتاؤ۔ نقشہ کس سکیل یا پیمانے پر بنایا گیا ہے۔ اور نقشے میں 80 انچ کی لمبائی کتنے فاصلے کو ظاہر کریگی؟

26 ایک ذو زنقہ کا رقبہ 30 مربع فٹ ہے۔ اور دو متوازی ضلعے 12 فٹ اور 8 فٹ ہیں۔ غیر متوازی ضلعوں کو بڑھا کر ملایا گیا۔ تو ملاپ کے نقطے کا عمودی فاصلہ متوازی اضلاع میں سے بڑے ضلعے سے بتاؤ +

27 ایک مثلث کے دو ضلعے 3 اور 5 انچ ہیں۔ اور ان کا درمیانی زاویہ 120° کا ہے۔ تیسرے ضلع کا طول بتاؤ +

28 کسی گول چیز کا محیط ماپنے کے کوئی سے دو طریقے بیان کرو۔ بتاؤ π کسے کہتے ہیں۔ اس کی تقریبی قیمت کیا ہے؟

ثابت کرو کہ د درجے کے سکٹر کا رقبہ = $\frac{د}{360}$ × رقبۂ دائرہ +

29 (ا) ایک دائرہ کے اندر بنی ہوئی چوکور کے ضلعے 3، 5، 7 اور 9 فٹ ہیں۔ رقبہ بتاؤ

(ب) ایک دائرہ کے اندر بنی ہوئی چوکور کے ضلعے
7، 15، 5 اور 2 فٹ ہیں۔ رقبہ بتاؤ +

30 ایک دائرہ کا نصف قطر ا ہے۔ اس کے گرد
بنے ہوئے رگولر ڈوڈیکاگن کا ضلع چار مراتب
اعشاریہ تک معلوم کرو +

31 ایک رگولر اوکٹاگن اور ایک رگولر ہکسیگن کے
رقبوں کا فرق معلوم کرو۔ جبکہ دونو کا پیری
میٹر چوبیس چوبیس فٹ ہو +

32 ایک مربع کا ضلع 2 فٹ ہے۔ اس کے
گوشوں کو اس طرح کاٹا گیا کہ رگولر اوکٹاگن
بن گیا۔ اوکٹاگن کا رقبہ معلوم کرو +

33 ایک دائرہ کے اندر اور گرد بنے ہوئے رگولر
اوکٹاگن شکلوں کی پیری میٹروں میں نسبت بتاؤ +

34 ایک دائرہ کے اندر اور گرد بنے ہوئے رگولر
اوکٹاگن شکلوں کے رقبوں میں نسبت بتاؤ +

35 ایک دائرہ کے اندر رگولر ہکسیگن اور رگولر
اوکٹاگن بنے ہوئے ہیں۔ ان کے رقبوں میں
نسبت بتاؤ +

36 ایک ایکوی لیٹرل تکون اور رگولر ہکسیگن کا پیری
میٹر ایک ہی ہے۔ ان کے رقبوں میں نسبت
بتاؤ +

37 ایک رگولر ہکسیگن کے ضلعوں کے نقاط وسط
کو بالترتیب ملا کر نیا رگولر ہکسیگن بنا لیا۔ دونو

شکلوں کے رقبوں میں نسبت معلوم کرو +

38 ایک دائرہ کا نصف قطر ۶۰ ہے - اس کے ایک منطقے کے دو متوازی وتروں میں سے ایک وتر تو قطر دائرہ ہے - اور دوسرا وتر نصف قطر کے برابر ہے - منطقہ کا رقبہ معلوم کرو π = 3.14159 +

39 ایک مثلّث قائم الزّاویہ کے تینوں ضلعوں پر مسدّس منتظم بنائے گئے ہیں - ثابت کرو کہ وتر پر کے مسدّس کا رقبہ دو تو مسدّسوں کے رقبوں کے برابر ہوگا +

40 ایک دائرہ کا نصف قطر ½2 فٹ ہے - اس کے اندر بنے ہوئے مربّعے اور مربّعے کے اندر بنے ہوئے دائرے کے رقبوں کا فرق بتاؤ +

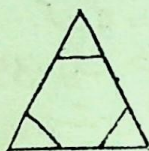
41 ایک فٹ نصف قطر کے دائرے میں ایک ریگولر ہکسیگن بنائی گئی ہے - ہکسیگن اور دائرے کے رقبوں کا مقابلہ کرو +

42 ایک حلقہ کی اندرونی حد کا نصف قطر ۱۴ انچ ہے - اور حلقہ کا رقبہ ۱۰۰ مربّع انچ ہے - بیرونی حد کا نصف قطر بتاؤ +

43 ایک گول چمن کے گردا گرد سڑک بنی ہوئی ہے - سڑک کا بیرونی محیط اندرونی محیط سے ۴۴ گز بڑا ہے - سڑک کا عرض بتاؤ +

44 ایک دائرہ کا رقبہ ایک مسدّس منتظم کے

رقبے کے برابر ہے ۔ اگر مسدّس کا ضلع 2 فٹ ہو ۔ تو دائرہ کا نصف قطر تین مراتب اعشاریہ تک کیا ہوگا؟ $\pi = 3.1416$ ۔

45 ایک مثلث متساوی الاضلاع کے تینوں گوشے اس طرح کاٹے گئے کہ ہر ضلع کا صرف تہائی بیچ کا حصّہ رہ گیا ۔ بتائیے ۔ اس طرح جو چھ ضلعے کی شکل باقی رہ جائے گی ۔ اُس کے رقبے کو اصل مثلّث کے رقبے سے کیا نسبت ہوگی؟

46 اب س ج ی ایک پانچ ضلعوں کی شکل ہے ب، س، ج پر کے زاویے قائمے ہیں ۔ اگر اب = 16 فٹ، ب س = 20 فٹ، س ج = 40 فٹ، اور ج ی = 13 فٹ، تو شکل بناؤ ۔ اور رقبہ نکالو ۔ پانچویں ضلع کا طول معلوم کرو ۔

(و ۔ ف سنہ 1900ء) ۔

47 ایک دائرہ کا نصف قطر 1 ہے ۔ اور اُس کے اندر ایک مسدّس منتظم بنایا گیا ہے ۔ تو ایک مثلّث متساوی الاضلاع کا ضلع دریافت کرو ۔ جس کا رقبہ مسدّس کے رقبے کا $\frac{2}{3}$ ہو ۔

(و ۔ ف سنہ 1901ء) ۔

48 ایک قائم الزاویہ تکون کے اضلاع ایک فٹ 2 انچ اور 4 فٹ ہیں ۔ اگر زاویہ قائمہ سے

وتر پر عمود گرایا جائے۔ تو اس عمل سے جو وتر
کے دو حصے پیدا ہوں گے۔ اُن کی لمبائی دریافت
کرو۔ (و۔ ف سنہ ۱۹۰۲ع)٭

49 ثابت کرو کہ دائرے کے اندر بنی ہوئی ایکوئی
لیٹرل تکون کا ضلع اس ایکوئی لیٹرل تکون کے
ارتفاع سے دوچند ہے۔ جو نصف قطر پر
بنائی جائے۔ (و۔ ف سنہ ۱۹۰۲ع)٭

50 متشابہ مستقیمۃ الاضلاع شکلوں کی تعریف کرو۔
ایک تکون کے رقبے کو ایسے خطوں سے۔ جو
ایک ضلع کے متوازی کھینچے جائیں۔ تین
برابر حصوں میں تقسیم کرو۔ (و۔ ف سنہ ۱۹۰۳ع)٭

51 ایک تکون کے ضلعے ۱ فٹ ۱ انچ ؛ ۱ فٹ 2 انچ
اور ۱ فٹ 3 انچ ہیں۔ ان کے رقبے کا ایک
مثلث متساوی الاضلاع کے رقبے سے مقابلہ
کرو۔ جس کا مجموعہ اضلاع وہی ہے جو پہلی
تکون کا ہے۔ (و۔ ف سنہ ۱۹۰۳ع)٭

52 ایک مسدس منتظم کا رقبہ معلوم کرو۔ جو
ایک دائرے کے اندر بنایا گیا ہے۔ جس کا
محیط 31416 فٹ ہے٭ $(3\cdot1416 = \pi)$
(و۔ ف سنہ ۱۹۰۳ع)٭

53 ایک ایکوئی لیٹرل تکون ایک دائرے کے
اندر بنایا گیا ہے۔ اس چھوٹے قطعۂ دائرہ
کا رقبہ معلوم کرو۔ جو اس تکون کے ایک

ضلع سے کاٹا گیا ہے - دائرہ کا نصف قطر ۱۰ فٹ ہے - (و - ف سنہ ۱۹۰۳ء) +

54 ایک مربع کا رقبہ 2 ایکڑ 02 ۴ 6 ۴ مربع کرڑی ہے - مربع کا وتر دریافت کرو - (و - ف سنہ ۱۹۰۶ء) +

55 ایک گاڑی کا پہیہ $3\frac{2}{3}$ میل چلنے میں ۱۰۵۰ چکر لگاتا ہے - اس کا نصف قطر انچوں میں معلوم کرو - (و - ف سنہ ۱۹۰۶ء) +

56 ایک ذو زنقہ کا رقبہ ایک ایکڑ ہے - متوازی ضلعوں میں ۴ : ۷ ہے - ان کے درمیان کا عمودی فاصلہ 22 گز ہے - متوازی ضلعوں کا طول معلوم کرو + (و - ف سنہ ۱۹۰۸ء) +

57 ایک ذو زنقہ کے متوازی ضلعے 132 اور ۲۰۴ گز ہیں - باقی دو ضلعوں میں سے ہر ایک ۶۰ گز ہے - رقبہ ایکڑوں میں بتاؤ + (و - ف سنہ ۱۹۰۹ء) +

58 ایک دائرہ کا نصف قطر ۴۰ انچ ہے - ایک ہم مرکز دائرے سے اس کو دو برابر حصّوں میں تقسیم کیا گیا ہے - تو اس چھوٹے ہم مرکز دائرے کا نصف قطر بتاؤ + (و - ف سنہ ۱۹۰۹ء) +

59 سٹ سکوئر کا استعمال بتاؤ - اور شکل بنا کر دکھاؤ - کہ ۴۵ درجے اور 60 درجے کے سٹ سکوئر

سے ایک خط کے ساتھ 75 درجے کا زاویہ کس طرح بنا سکتے ہیں۔ (و۔ ف سنہ ۱۹۱۱ع)+

60 ایک زینے کا نچلا سرا ایک گھر سے 14 فٹ کے فاصلے پر رکھا ہوا ہے۔ اور اوپر کا سرا مکان کی 48 فٹ کی بلندی تک پہنچتا ہے۔ اگر اس زینے کو الٹا کر بازار کی دوسری طرف لگاویں۔ تو 40 فٹ کی بلندی تک پہنچتا ہے۔ بازار کی چوڑائی دریافت کرو۔ (و۔ ف سنہ ۱۹۱۱ع)+

61 ایک چوکور کے دو ضلعے متوازی اور دو مساوی ہیں۔ مساوی ضلعوں میں سے ہر ایک 6 فٹ 6 انچ ہے۔ اور متوازی ضلعوں میں سے بڑا ضلع 15 فٹ ہے۔ اگر متوازی ضلعوں کا درمیانی فاصلہ 6 فٹ ہو۔ تو رقبہ دریافت کرو۔ (و۔ ف سنہ ۱۹۱۱ع)+

62 ایک متوازی الاضلاع کے ضلعے 3'، 4" ہیں اور اُن کا درمیانی زاویہ 45° کا ہے۔ اس کی شکل بناؤ۔ اور رقبہ نکالو۔ (و۔ ف سنہ ۱۹۱۲ع)+

63 ایک قطری پیمانہ بناؤ۔ جس پر انچ اور انچ کے دسویں اور سویں حصّوں کے نشان بنے ہوئے ہوں۔ اور اس میں یہ سمجھاؤ۔ کہ 2.75 انچ طول کس طرح ناپ سکتے ہیں+ (و۔ ف سنہ ۱۹۱۳ع)

64 کسی متوازی الاضلاع کے دو ضلعے 3 فٹ اور 6 فٹ ہیں۔ اور ان کا درمیانی زاویہ 60 درجہ

کا ہے۔ تو اس کا رقبہ معلوم کرو۔ (و۔ف سنہ 1913ع)+

65 ا، ب، ج ایکوئی لیٹرل تکون کا ہر ایک ضلع 3 انچ ہے۔ اور اد ضلع ب ج پر اور دی ضلع اب پر عمود ڈالا گیا ہے۔ ب ی اور ای کی لمبائی معلوم کرو۔ (و۔ف سنہ 1913ع)+

66 ایک قائم الزوایا کے اضلاع ۹۰ فٹ اور 120 فٹ ہیں۔ اس کا ایک وتر 1 : 2 کی نسبت سے تقسیم کیا گیا ہے۔ تو قائم الزوایا کے باقی ہر دو کونوں سے نقطۂ تقسیم کا فاصلہ معلوم کرو۔ (و۔ف سنہ ۱۹۱۴ع)+

67 ثابت کرو کہ قائم الزاویہ تکون کے وتر کا نقطہ تنصیف اس کے تینوں زاویوں سے برابر فاصلے پر ہوتا ہے۔ (و۔ف سنہ ۱۹۱۴ع)+

اشارہ۔ مثلث قائم الزاویہ کے گرد دائرہ بناؤ+

68 جریبی خط اور آفسٹ کی تعریف کرو+ مندرجۂ ذیل کھیت کی شکل دیئے ہوئے نوٹوں کے مطابق پیمانے سے بناؤ۔ اور رقبہ ایکڑ روڈ وغیرہ میں نکالو۔ طول گزوں میں دیئے گئے ہیں+

(و۔ف سنہ 1915ع)+

69 ایک مثلث کا رقبہ 150 مربع فٹ ہے۔ اور ایک زاویہ 45° کا ہے۔ اور اس زاویہ کے گرد کا ایک ضلع 40 فٹ ہے۔ باقی ضلعے معلوم کرو۔

70 ایک مثلث کے دو ضلعے 482 گز اور 400 گز ہیں۔ اور ان ضلعوں کا درمیانی زاویہ 30° کا ہے۔ رقبہ ایکڑوں میں بتاؤ۔

	گز	
	ا	
0	1000	
20	500	
10	250	
	ج سے ا کو	چلو
	ج	
0	800	
36	500	
	ب سے بائیں	طرف مڑو
	ب	
0	600	
30	200	
0	0	
	ا سے شمال کی	طرف چلو

71 ایک چوکور کے وتر 30 فٹ اور 40 فٹ ہیں۔ اور وہ ایک دوسرے کو 30° کے زاویے پر قطع کرتے ہیں۔ رقبہ بتاؤ۔

72 ایک چوکور کے وتر 10 فٹ اور 14 فٹ ہیں۔ اور ان کا درمیانی زاویہ 45° کا ہے۔ رقبہ بتاؤ۔

73 ایک متوازی الاضلاع کے ضلعے 15 اور 18 فٹ ہیں۔ اور ان کا درمیانی زاویہ 60° کا ہے۔ رقبہ

بتاؤ +

74 ایک مثلث کا قاعدہ ۴۰ فٹ ہے اور اس پر کے زاوئے 30 اور 45 درجے کے ہیں۔ رقبہ بتاؤ +

75 ایک آئیسوسیلس تکون کا رقبہ معلوم کرو۔ جبکہ اُس کے مساوی ضلعوں میں سے ہر ضلع 16 فٹ ہے - اور قاعدہ پر کا ہر زاویہ ۴۵° کا ہے +

76 ایک مثلث کے دو ضلعے 13 اور ۲۰ فٹ ہیں - اور رقبہ 126 مربع فٹ ہے - تیسرا ضلع بتاؤ +

77 ایک چوکور کے ضلعے ۱۶، 8، ۱۴، 15 گز ہیں - اور پہلے دوسرے ضلعے کے درمیان 120° کا زاویہ ہے - چوکور کا رقبہ بتاؤ +

78 ایک ایکوئی لیٹرل تکون کا قاعدہ ایک نصف دائرہ کے قطر پر واقع ہے - اور اس کا راس نصف دائرہ کی قوس کا نقطہ وسط ہے - اگر تکون کا رقبہ ۱۰۰ مربع فٹ ہو - تو نصف دائرہ کا قطر بتاؤ +

79 ایک تکون کے ضلعے ۱۶، 15 اور 8 انچ ہیں اس خط کا طول بتاؤ - جو ۱۶ انچ لمبے ضلعے کے نقطہ وسط کو مقابل کے زاوئے سے ملائے +

80 نصف قوس کا وتر قطر سے ۱ فٹ کم اور ارتفاع قوس سے ۴ انچ زیادہ ہے - نصف قوس کا وتر معلوم کرو +

اشارہ - فرض کرو کہ نصف قوس کا وتر لا انچ ہے +

81 ایک قوس کا ارتفاع نصف قوس کے وتر سے ۴ انچ کم ہے - اور قطر نصف قوس کے وتر سے 8 انچ بڑا ہے - قطر بتاؤ +

82 ایک قوس کا ارتفاع قطر سے 2 فٹ 8 انچ کم ہے - اور ارتفاع قوس اور وتر نصف قوس کا مجموعہ 16 انچ ہے - ارتفاع قطر اور وتر نصف قوس معلوم کرو +

83 ایک دائرہ کے دو وتر اب اور اج ایک دوسرے پر عمود ہیں - اور ان کے طول ترتیب وار 30 فٹ اور 40 فٹ ہیں - قوس اج کا ارتفاع اور دائرہ کا قطر معلوم کرو +

84 ایک چوکور کے تین ضلعے برابر ہیں - اور اُن میں سے ہر ایک 120 گز ہے - اور چوتھا ضلع 160 گز ہے - اور سب سے بڑے ضلع کے قریب کا ایک زاویہ قائمہ ہے - چوکور کا رقبہ بتاؤ +

85 مثلث اب ج کے ضلعے ب ج، ج ا، اب

ترتیب وار 13، 12، 5 ہیں - اور د ضلع
ب ج کا نقطۂ تنصیف ہے - مثلّث اب ج
کا رقبہ اور خط ا د کا طول بتاؤ +

86 جب ہم ایک برج کو اس کے قدم سے 160
فٹ کے فاصلہ سے دیکھتے ہیں - تو اُس کا
زاویہ بلندی کچھ درجے کا ہے - جب اُس کے
قدم کی طرف 100 فٹ بڑھ کر دیکھا - تو اُس
کی چوٹی کا زاویۂ بلندی پہلے سے دگنا ہوگیا -
برج کی بلندی بتاؤ +

87 ایک مستطیل حوض کا طول 12 فٹ 9 انچ
اور عرض 8 فٹ 3 انچ اور عمق 6 فٹ 6 انچ
ہے - بتاؤ - اس میں دھات کی چادر لگوانے
میں کیا خرچ ہوگا - جبکہ ایک مُربّع فٹ
چادر کا وزن 8 پونڈ ہو - اور اُس کا نرخ
1 پونڈ 8 شلنگ فی ہنڈرڈ ویٹ ہو +

88 ایک مسدّس منتظم کا رقبہ ایک ایکڑ ہے -
اس کے ضلعے کا طول جریبوں اور گڑیوں
میں بتاؤ +

89 کسی جسم کے حجم سے کیا مراد ہے ؟ شکل
کھینچکر ثابت کرو - کہ ایک مکعب گز میں
27 مکعب فٹ ہوتے ہیں ؟

90 مکعّب نما اور مکعّب میں کیا فرق ہے ؟
15 مکعب گز کے مکعّب انچ بناؤ +

شکل کھینچکر ثابت کرو - کہ مکعّب نما کی
حسامت = طول × عرض × ارتفاع +

91 دھات کے تین مکعب ہیں - جن کے
کنارے ترتیب وار 3 ، 4 ، 5 انچ ہیں۔
ان سب کو پگھلا کر ایک مکعّب بنایا -
ثابت کرو کہ نئے مکعّب کا کنارہ 6 انچ
ہوگا +

92 ایک بند چوبی صندوق کا بیرونی طول
= 48″ ، عرض = 36″ ، اور ارتفاع = 24″ اور
لکڑی $\frac{3}{4}$ انچ موٹی ہے - بتاؤ - صندوق میں
کس قدر ہوا بھری ہوئی ہے ؟

93 سوال 92 کے صندوق کا وزن دریافت کرو -
جبکہ ایک مکعّب فٹ لکڑی کا وزن 720
اونس ہو +

94 ایک صندوق کا اندرونی طول 3 فٹ عرض
$1\frac{1}{2}$ فٹ اور عمق $1\frac{1}{4}$ فٹ ہے - بتاؤ -
اُس میں 6 انچ لمبے ، 3 انچ چوڑے - اور
$\frac{1}{4}$ انچ موٹے آیئنے کتنے رکھے جا سکتے
ہیں ؟

95 بیلن کی تعریف کرو - بیلن کی حسامت
دریافت کرنے کا کیا طریقہ ہے ؟

96 ایک کھوکھلے بیلن کو تراش کر دکھاؤ - کہ
اس کی منحنی سطح محیط اور ارتفاع کے حاصل

ضرب کے برابر ہوتی ہے ۔

97 ایک کاغذ کے بیلن کا نصف قطر 3.5" اور ارتفاع 2.2" ہے - میں نے اس کی منحنی سطح کو کھول کر مستطیل کی شکل میں پھیلا دیا - اور پھر اس کو موڑ کر ایک نیا بیلن بنایا - نئے بیلن کا نصف قطر اور ارتفاع بتاؤ ۔

98 ایک مکعّب صندوق کا کنارہ ایک فٹ 10 انچ ہے - بتاؤ - اُس میں کتنی پنسلیں آئینگی - جبکہ ہر ایک پنسل 7 انچ لمبی ہو - اور اس کے سرے کا قطر $\frac{1}{2}$ انچ ہو؟ $\pi = \frac{22}{7}$ ۔

99 لوہے کے ایک مکعّب کا ایک کنارہ 3 فٹ 8 انچ لمبا ہے - اس کو پگھلا کر ایک فٹ 2 انچ لمبا بیلن بنایا گیا - بیلن کے قاعدے کا نصف قطر دریافت کرو - ($\pi = \frac{22}{7}$) ۔

100 ایک بید کی لکڑی بیلن کی شکل کی $3\frac{1}{2}$ فٹ لمبی اور 1 انچ موٹی ہے - بتاؤ - اس پر روغن کرانے میں کیا صرف ہوگا - جبکہ 2 مربّع انچ پر روغن کرانے کا خرچ 1 پائی ہو ۔

جوابات

نمبر 3 (1)

4 حادہ ، قائمہ ، منفرجہ ، مستقیم ، معکوس ۔

5 (1) 0° ۔ (2) 90° ۔ (3) 180° ۔ (4) 120° ۔

6 ایک گھنٹے میں 30° گھومتی ہے۔ وغیرہ ۔

14 45° ۔ 15 135° ۔ 16 13 قائمے ۔

17 45° ، 30° ۔ 18 495° ۔

19 75° ، 60° ، 45° ، 30° ، 15° ، 10° ، 72° ، 9° ۔

20 30° ، 52° ، 61° ۔ 21 $\frac{5}{16}$ ۔ 22 $\frac{1607}{7200}$ ۔

23 $67\frac{1}{2}$ ۔ 24 45° ۔ 25 $142\frac{1}{2}$° ۔

نمبر 8

1 (1) 2″ ۔ (2) $1\frac{1}{2}$″ ۔ (3) 1.2″ ۔

2 (1) 3 سم ۔ (2) $3\frac{1}{2}$ سم ۔ (3) 8.3 سم ۔

3 25.6 میل ۔ 4 $\frac{1}{1520840}$ ۔

5 3 میل تقریباً ۔ 6 390 گز تقریباً ۔

7 99 فٹ ۔ 8 13 میل ۔

9 42.4 میل تقریباً ۔ 10 32.4 میل تقریباً ۔

11 26 فٹ تقریباً ۔ 12 35 انچ تقریباً ۔

13 698 فٹ ۔ 14 140 فٹ ۔

نمبر	جواب	نمبر	جواب
15	3.03 4 فٹ ۔	16	4 میل ۔

نمبر 9

نمبر	جواب	نمبر	جواب
4	140 مربع فٹ ۔	5	594 مربع سم ۔
6	14 مربع فٹ 112 مربع انچ ۔		
7	139 مربع گز 7 مربع فٹ ۔		
8	75 مربع فٹ ۔	9	275625 مربع گز ۔
10	196 " " ۔	11	3240000 " " ۔
12	1 مربع گز 7 مربع فٹ 97 مربع انچ ۔		
13	2.2″ ، 8.8″ ۔	14	1.1″ ، 6.6″ ۔
15	375 مربع گز ۔	16	40 گز ۔
17	60 گز ، 2400 مربع گز ۔		
18	165 ایکڑ ۔	19	40 ایکڑ ۔
20	79 مربع گز ۔	21	60 مربع گز ۔
22	4320 ۔	23	192 فٹ ۔
24	21 روپے 14 آنے ۔	25	660 فٹ ۔
26	80 گز ، 180 روپے ۔	27	8900 مربع فٹ ۔
28	648 مربع فٹ ۔	29	490 روپے 10 آنے ۔
30	24 گز ، 48 گز ۔	31	600 مربع فٹ ۔
32	204 روپے ۔	33	26 فٹ ، 13 فٹ ۔
34	440 گز ۔	35	330 گز ، 220 گز ۔
36	$82\frac{1}{2}$ فٹ ، $27\frac{1}{2}$ فٹ ۔	37	30 منٹ ۔
38	55 ۔	39	169 ۔
40	24 گز ۔	41	36 : 25 ۔
42	90 ایکڑ ۔	43	142 روپے 6 آنے 8 پائی ۔
44	طول 35 جریب ، عرض 21 جریب ۔		
45	65 روپے 15 آنے ۔	46	48 ، 16 ، 12 فٹ ۔

47 ۳۳ فٹ ۴ انچ ۔ 48 ۱۴ فٹ ۔

49 ۱۱۲۰ گز ۔ 50 ۴۸، ۴۵ فٹ ۔

51 ۱۰ انچ، ۶ انچ ۔ 52 ۳۷۵ ۔

53 ۱ فٹ ۔ 54 ۴ گز ۔

55 ۶۲۵ روپے ۔ 56 ۸۰ فٹ، ۴۰ فٹ ۔

57 ۲۵۰ فٹ، ۱۰۰ فٹ ۔ 58 ۱۳۳ روپے ۱۴ آنے ۔

59 ۱۵ شلنگ ۳ پنس ۔ 60 ۱۳۵ فٹ ۔

نمبر 11

1 ‎.63 مربع انچ ۔ 2 ‎.52 مربع انچ ۔

3 ‎.84 " " ۔ 4 ‎.24 " " ۔

5 ‎.15 " " ۔ 6 ‎.15 " " ۔

7 ‎.24 " " ۔ 8 ‎.815 " " ۔

9 ‎.38 " " ۔ 10 ‎.68 " " ۔

نمبر 12

1 ‎12.56 مربع انچ ۔

3 ‎3.24 " " ۔ 4 ۸ مربع انچ ۔

5 ۷۰۷ " گز ۔ 6 ۵۲ " " ۔

نمبر 15

1 ‎123°، 91°، 17° ۔

3 ‎150°، 105°، 75°، 90°، 0°، 180° - ن° ۔

نمبر 20

2 (1)، (2)، (4)، (5) ہو سکتے ہیں ۔

(3)، (6) نہیں ہو سکتے ۔

4   8° ÷   5   126° ÷

6   کم ÷   7   60° ÷

8   30°، 30° ÷   9   30°، 60°، 90° ÷

11   133° ÷   12   90° ÷

13   60° ÷   14   30° ÷

نمبر 21

2   45°، 135° ÷   3   30، 150° ÷

4   6 ÷   5   36° ÷

6   24 ضلعے کی شکل ÷   7   90 ضلعے کی شکل ÷

8   نہیں ہوسکتی - کیونکہ 360 کو 7 پر پورا تقسیم نہیں کر سکتے ÷   9   نہیں ہوسکتی ÷

10   (1) 5 ضلعے کی شکل ÷ (2) 6 ضلعے کی شکل ÷
(3) 10 " " ÷ (4) نہیں ہوسکتی ÷
(5) نہیں ہوسکتی ÷ (6) 24 ضلعے کی شکل ÷

11   8 ÷   12   2ن - 4 ÷

13   (4 + 2ن) / ن ÷

نمبر 25

1   (1) ب̂ = 72°، ج̂ = 72° ÷
(2) ب̂ = 45°، ج̂ = 45° ÷
(3) ب̂ = 30°، ج̂ = 30° ÷
(4) ج̂ = 72°، أ̂ = 36° ÷
(5) ب̂ = 80°، أ̂ = 20° ÷
(6) ب̂ = 75°، أ̂ = 30° ÷

4 ۴۵° ، ۴۵° ، ۹۰° ، 4 ÷	5 ۷۲° ، ۷۲° ، ۳۶° ÷

۶ اب ج = ۷4° ، آ = ۳2° ÷

د ب ج = 10۶° ، ی ج ب = 10۶° ÷

9 60° ، 60° ، 60° ÷

نمبر 34

4 150° ، 150° ، 30° ÷	8 منفرجۃ الزاویہ ÷
9 قائم الزاویہ ÷	10 قائم الزاویہ ÷
11 حادۃ الزوایا ÷	15 30° ÷
17 15° ÷	18 $2\frac{1}{2}°$ ÷
19 مسدس ÷	20 6 ÷

37 ہر ایک زاویہ ۹۰ = $\frac{1}{2}$ درجے ہے ÷

نمبر 35

1 39 سم ÷	2 17 انچ ÷
3 $7\frac{1}{2}$ انچ ÷	4 100 گز ÷
5 8.1 〃 ÷	6 13.7 میل ÷
7 125 فٹ ÷	8 8545 جریب ÷
9 8 سم ÷	10 11 انچ ÷
11 77 جریب ÷	

12 سوائے (8) کے مثلث قائم الزاویہ ہیں ÷

13 141.42 فٹ ÷	14 65 فٹ ÷
15 16.9704 ÷	16 12 〃 ÷
17 340 فٹ ÷	18 61062 انچ ÷
19 13.856 ÷	20 13.856 گز ÷
21 200 مربع فٹ ÷	22 2772 مربع فٹ ÷

23 — 14.14 انچ ۔   24 — 10 سم ۔

25 — 65 میل ۔   26 — 16 فٹ ۔

27 — 44 فٹ ۔   28 — 39 " ۔

29 — 73 گز ۔   30 — $2\sqrt{2}$ فٹ، $2+2\sqrt{2}$ فٹ ۔

31 — 1 ۔   32 — 36 فٹ ۔

33 — 45، 108 فٹ ۔   34 — 20، 16 ۔

35 — 8.94 جریب ۔   36 — 25 فٹ ۔

37 — 40 فٹ ۔   38 — 15 فٹ ۔

39 — 60 فٹ ۔   40 — 16 فٹ ۔

41 — 25 فٹ ۔   42 — 40 گز ۔

43 — 37 فٹ ۔   44 — 24، 32 فٹ ۔

45 — 15 فٹ ۔

نمبر 36

1 — 213 مربع گز 5 مربع فٹ ۔

2 — 8 انچ ۔   3 — 12 گز ۔

4 — $11\frac{1}{4}$ انچ ۔   5 — 6.48 مربع انچ ۔

6 — 6 ایکڑ ۔   7 — $27\frac{1}{2}$ گز ۔

8 — $29\frac{1}{3}$ گز، 40 گز ۔

9 — 330 گز، 146 گز 2 فٹ ۔

نمبر 37

1 — (1) 3.15 مربع میٹر ۔

(2) 1 مربع گز 3 مربع فٹ ۔

2 — 46 روپے 14 آنے ۔   3 — $97\frac{7}{9}$ گز ۔

4 — $8\frac{1}{3}$ فٹ ۔   5 — 52.80 مربع گز ۔

6 — 8.4 مربع سم ۔   7 — 1.8 مربع انچ ۔

8	36 مربع سم ✢	9	964 مربع گز ✢
10	418 گز ✢	11	1 فٹ، 2 فٹ ✢
12	210 مربع گز، 15 گز، $14\frac{2}{5}$ گز ✢		
13	840 مربع جریب، 148 جریب، $22\frac{26}{37}$ جریب ✢		
14	176 گز ✢	15	60 مربع فٹ ✢
16	225 فٹ ✢	17	17 فٹ، $8\frac{1}{2}$ فٹ ✢
18	128 مربع گز ✢	19	8 : 7 ✢

نمبر 38

1	$\frac{25\sqrt{3}}{2}$ مربع انچ ✢	2	$6\sqrt{2}$ مربع انچ ✢
3	$100\sqrt{2}$ مربع گز ✢	4	15 〃 فٹ ✢
5	$4\sqrt{5}$ مربع گز ✢	6	42 〃 سم ✢
7	320 مربع فٹ ✢	8	$30\sqrt{3}$ 〃 جریب ✢
9	$33\sqrt{2}$ مربع جریب ✢		

نمبر 39

1	173.2 ✢	2	113190 ✢
3	20.976 ✢	5	2116 مربع انچ ✢
6	120 مربع فٹ ✢	7	12 پونڈ 18 شلنگ ✢
8	486 مربع گز ✢		
9	30 مربع فٹ، 96 مربع فٹ ✢		
10	456 مربع فٹ ✢	11	234 مربع فٹ ✢
12	234 مربع فٹ ✢	13	16.825 مربع فٹ ✢
14	27.588 مربع فٹ ✢		
15	15 گز ✢		
16	21.65 مربع فٹ ✢		
17	$3\frac{1}{2}$ جریب ✢	18	$885\frac{1}{3}$ مربع فٹ ✢

نمبر 40

1 13403 مربع گز ÷ 2 .231 ایکڑ ÷

3 1602 مربع فٹ ÷ 4 .950 مربع گز ÷

5 1380000 + 422500 اور مربع گز ÷

نمبر 40 (1)

1 8 ایکڑ 1 روڈ 18.8 پول ÷

2 2 " 1 " 28 " ÷

3 6.666 مربع جریب ÷ 4 1.45 ایکڑ ÷

نمبر 41

1 1.6″ ، 2.1″ ، 2.6″ ÷ 2 1.5″ ، 2″ ، 2.5″ ÷

3 ط م = م گ = 1½ انچ ، معین ÷

نمبر 43

1 $2\frac{2}{5}$ انچ ÷ 2 $\frac{49}{250}$ انچ ، $\frac{288}{125}$ انچ ÷

3 $2\frac{1}{2}$ انچ ، $\frac{5}{2}$ اور انچ ÷

4 اع = 3″ ، ب ع = 1″ ÷ 5 $7\frac{1}{5}$ انچ ÷

نمبر 44

1 1″ ÷ 2 2.9 ÷ 3 2.4 ÷

4 2.8 ÷ 5 .9″ ÷ 6 3.2 ÷

نمبر 45

2 1.7 ، 2.2 ÷ 3 3.1 ، 2.8 ÷

4 20 ٭ 5 1.6 ٭

نمبر 47

1 36 فٹ ٭ 2 22 فٹ ٭ 3 45 فٹ ٭

4 156 گز ٭ 5 12 فٹ، 14 فٹ ٭

6 24 فٹ ٭ 7 $1\frac{3}{5}$ ایکڑ ٭ 8 $1173\frac{1}{3}$ گز ٭

9 45 فٹ ٭ 10 48 ٭

نمبر 48

1 336 مربع فٹ، 21 مربع فٹ ٭

2 10، 14، 18 فٹ ٭ 3 9:4 ٭

4 $7\frac{1}{2}$ فٹ، 21 مربع فٹ، 63 مربع فٹ ٭

5 $1026\frac{2}{3}$، 3080، $5133\frac{1}{3}$ مربع فٹ ٭

6 700 مربع فٹ، $133\frac{1}{3}$ مربع فٹ ٭

نمبر 50

1 دونو وتروں کے گرد اور ان دو خطوں کے گرد جو وتروں کے نقطۂ تقاطع سے اضلاع کے متوازی کھینچے جائیں ٭

2 دو خطوں کے گرد جو وتروں کے نقطۂ تقاطع سے اضلاع کے متوازی کھینچے جائیں ٭

3 دونو وتروں کے گرد ٭

4 بڑے وتر کے گرد ٭

5 ہر قطر کے گرد ٭

6 اس نصف قطر کے گرد جو مرکز سے قطر پر عموداً کھینچا جائے ٭

7 اُس عمود کے گرد جو راس سے قاعدے پر عمود

کھینچا جائے ۔

8 تینوں عمودوں کے گرد ۔

9 اُس خط کے گرد جو ان کے مرکزوں میں سے گزرتا ہے ۔

10 اس خط کے گرد جو وتر قوس کے نقطۂ تنصیف سے وتر پر عموداً کھینچا جائے ۔

نمبر 53

1 12 انچ ۔ 2 17 انچ ۔

3 112 فٹ ۔ 4 .9 // ۔

نمبر 54

3 2 انچ ، $2\frac{2}{5}$ انچ ۔ 4 24 ، $1\frac{24}{25}$ ۔

نمبر 61

1 12 فٹ ۔ 2 1 فٹ ۔ 3 20 فٹ ۔

4 3 گز ۔ 5 2 انچ ۔ 6 56 // ۔

7 15 فٹ 9 انچ ۔ 8 1 // ۔

9 ایک فٹ ۔ 10 4 گز ۔

11 12.649 انچ ۔ 12 6 انچ ۔

13 $12\frac{1}{2}$ فٹ ۔ 14 1 فٹ 6 انچ ۔

15 4 فٹ 2 انچ ، 6 فٹ ۔

16 4 // ۔ 17 8 فٹ ۔

18 $4\sqrt{2}$ فٹ ۔ 19 14 گز ، 64 گز ۔

نمبر 62

1 2 ۔ 2 5 ۔ 3 $4\frac{4}{9}$ ۔

4. $\frac{25}{3}\sqrt{3}$ ۔ 5. 21 ۔ 6. 200 ۔
7. $\sqrt{\frac{3}{3}}$ ۔ 8. 519.61 مربع فٹ ۔
9. 9 انچ ۔ 10. 3 ۔ 11. 5 فٹ ۔
12. $2\frac{2}{3}$ فٹ ۔ 13. 13 انچ ۔
15. 85 فٹ، 85 فٹ، 80 فٹ، 3000 مربع فٹ ۔

نمبر 63

1. 25 ۔ 2. $93\frac{7}{18}$ ۔
3. $\frac{50\sqrt{3}}{3}$ ۔ 4. 62.525 ۔
5. $83\frac{1}{3}$ ۔ 6. 4.505 تقریباً ۔
7. $5\sqrt{2}$ فٹ ۔ 8. 10 فٹ ۔
10. $5\sqrt{3}$ " ۔ 11. $15\sqrt{3}$ ۔
12. $5\sqrt{2}$ " ۔ 13. $12\sqrt{3}$ مربع انچ ۔
14. 3.8 ۔ 16. 325 ۔

نمبر 64

1. $4\sqrt{2}$ انچ، 32 مربع انچ ۔
2. 1 انچ، $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ " " ۔
3. 300 مربع سم ۔ 4. $3\sqrt{3}$ فٹ ۔
5. 2 : 1 ۔ 6. $\sqrt{2} : \sqrt{3}$ ۔

نمبر 65

1. 2 انچ، 4 مربع انچ ۔
2. $3\sqrt{3}$ مربع گز ۔
3. $8(\sqrt{2}-1)$ مربع انچ ۔
4. 2 : 1 ۔ 5. 4 : 3

نمبر 66

1 رقبہ $\frac{\sqrt{3}}{4}$ ، $\frac{1}{2\sqrt{3}}$ ، $\frac{1}{\sqrt{3}}$ ÷

2 رقبہ $3\frac{\sqrt{3}}{2}$ ، $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ، 1 ÷

3 رقبہ $2(\sqrt{2}+1)$ ، $\frac{\sqrt{1+\sqrt{2}}}{2}$ ، $\frac{\sqrt{\sqrt{2}+2}}{2}$ ÷

4 رقبہ $3(\sqrt{3}+2)$ ، $\frac{\sqrt{\sqrt{3}+2}}{2}$ ، $\frac{\sqrt{1+\sqrt{3}}}{\sqrt{2}}$ ÷

5 $2 : \sqrt{3}$ ÷ 6 4 ÷

نمبر 67

1 (1) $63\frac{19}{21}$ گز ÷ (2) $190\frac{2}{3}$ گز ÷

2 (1) 1134 〃 ÷ (2) 21 سم ÷

3 3600 چکر ÷ 4 240 چکر ÷

5 4′4″ ، 11″ ، $\frac{11}{15}$ ÷ 6 $3\frac{3}{4}$ میل ÷

نمبر 68

1 (1) $471\frac{5}{8}$ مربع گز ÷
(2) 154 مربع انچ ÷

2 (1) 7.0686 مربع میل ÷
(2) 1.130976 مربع انچ ÷

3 1 ، 4 ÷ 4 سہ گنا ÷ 5 144 دفعہ ÷

6 (1) 154 مربع گز ÷
(2) $9\frac{5}{8}$ مربع سم ÷
(3) $\frac{11}{56}$ مربع میل ÷
(4) $\frac{7}{88}$ مربع انچ ÷

7 28 فٹ ÷ 8 $28\frac{2}{7}$ مربع فٹ ÷

9 3234 مربع گز ÷ 10 28600 مربع گز ÷

11 $3\frac{1}{2}$ گز ⁘ 12 248.2 گز تقریباً ⁘

13 5 ⁘ 14 13 سم نصف قطر کا دائرہ ⁘

15 6 فٹ ⁘ 16 1 گھنٹہ 59 منٹ ⁘

17 264 مربع فٹ ⁘ 18 200.98 مربع فٹ ⁘

19 236 مربع گز $82\frac{2}{7}$ مربع انچ ⁘

20 رقبہ مثلث = 36 مربع فٹ ⁘

رقبہ دائرہ = $103\frac{1}{11}$ مربع فٹ ⁘

زیادتی = $67\frac{1}{11}$ 〃 〃 ⁘

21 27.74 گز ⁘ 22 22.5 فٹ ⁘

23 833 پونڈ 17 شلنگ 3 پنس ⁘

24 407.0117 مربع فٹ ⁘

25 6600 روپے ⁘ 27 7 سم ⁘

28 33000 مربع فٹ ⁘

29 5000 2 مربع فٹ ⁘

نمبر 69

1 $38\frac{1}{2}$ مربع انچ ⁘ 2 385 مربع سم ⁘

3 $10\frac{10}{21}$ 〃 〃 ⁘

4 $\frac{11}{14}$ مربع گز ؛ $99\frac{3}{14}$ مربع گز ⁘

5 $\frac{11}{21}$ 〃 انچ ⁘

6 $38\frac{1}{2}$ مربع سم ؛ $42\frac{1}{2}$ مربع سم ⁘

7 48° ⁘ 8 120° ⁘

9 25 مربع فٹ ⁘ 10 5 مربع انچ ⁘

11 1″ ⁘ 12 $2\frac{14}{15}$ ⁘

13 80″ ⁘ 14 4.5 فٹ ⁘

15 40 مربع انچ ⁘ 16 1320 مربع فٹ ⁘

17 $12\frac{4}{7}$ انچ ؛ $62\frac{6}{7}$ انچ ⁘

18 — 32146 مربع انچ ⁘
19 — 7.135 مربع انچ ، 71.405 مربع انچ ⁘
20 — 19.635 " " ⁘
21 — 9 " " ⁘
22 — $\frac{2}{3}$ ت π ⁘
24 — 1612.5 " " ⁘
25 — $291\frac{1}{7}$ ⁘
26 — $\frac{1}{2}$ ت^2 ($\sqrt{3}$ − π) ⁘
27 — $\frac{\pi\ ر^2}{4}$ ⁘
28 — 20 گز ⁘
29 — $\sqrt{3}\,^{10}10$ ⁘
30 — $10\sqrt{3}$ ، $\frac{20\pi}{3}$ ⁘
31 — 21.46 مربع فٹ ⁘
32 — 14 انچ ⁘
33 — $183\frac{1}{3}$ مربع انچ ⁘

نمبر 70

1 — (1) 27 مکعب انچ ، 69 مربع انچ ⁘
(2) 432 " " ، 980 " " ⁘
2 — (1) 15625 مکعب انچ ، 3750 مربع انچ ⁘
(2) 2197 " فٹ ، 1014 " فٹ ⁘
3 — 30 مکعب فٹ ⁘
4 — 7500 مکعب فٹ ⁘
5 — 7986 مکعب فٹ ⁘
6 — 120000 پونڈ ⁘
7 — $6562\frac{1}{2}$ پونڈ ⁘
8 — 5467 مکعب فٹ ⁘
9 — 97200 ⁘
10 — 112000 اینٹیں ، 1120 روپے ⁘
11 — 156 روپے 4 آنے ⁘
12 — 93574 گیلن تقریباً ⁘
13 — 5184 ⁘
14 — 3840 مکعب انچ ⁘
15 — 3630. مکعب انچ ⁘
16 — .0000459 انچ ⁘
17 — 6 فٹ ⁘
18 — 3 ⁘
19 — 9 ⁘
20 — 2 روپے 5 آنے 6 پائی ⁘
21 — $1100\frac{3}{4}$ مکعب فٹ ⁘

22 ‏$2\frac{1}{2}$ فٹ ؛ $15\frac{5}{8}$ مکعب فٹ ✣

نمبر 71

1 ‏1000 مکعب فٹ ✣ 2 ‏6250 مکعب فٹ ✣

3 ‏3600 〃 〃 ✣ 4 ‏420 مربع 〃 ✣

نمبر 72

1 ‏(1) 115 مکعب فٹ ✣ (2) 1280 مکعب سم ✣

(3) 2200 〃 〃 ✣ (4) 4752 〃 گز ✣

(5) $12\frac{5}{6}$ 〃 〃 ✣

2 ‏(1) 120 مربع 〃 + (2) 880 مربع فٹ ✣

(3) 88 مربع گز ✣ + (4) 132 مربع گز ✣

3 ‏126 مکعب گز ✣ 4 ‏$342\frac{2}{9}$ مکعب فٹ ✣

5 ‏264 〃 فٹ ✣ 6 ‏$421\frac{3}{32}$ ٹن ✣

7 ‏1276 اونس ✣ 8 ‏10560 مکعب انچ ✣

9 ‏14 فٹ ✣ 10 ‏$19\frac{11}{14}$ انچ ✣

متفرق نمبر 74

1 ‏105000 مربع فٹ ✣ 2 ‏132 ✣

3 ‏256 〃 گز ✣ 4 ‏600 گز ✣

5 ‏10 پونڈ 10 شلنگ ✣ 6 ‏6 فٹ ✣

7 ‏33 پونڈ ✣ 9 ‏35 فٹ ✣

10 ‏23880 ✣

11 طول 31 فٹ ، عرض 17 فٹ ، بلندی 18 فٹ ✣

12 ‏12 فٹ ✣ 13 ‏6 انچ ✣ 14 ‏108° ، 150° ✣

15 ‏8 ، 4 ✣ 16 ‏10 ، 8 ✣

17 — 7 بجکر $28\frac{4}{11}$ اور 48 منٹ گزرے ∴

18 — 11.7096 ∴

21 — $600 + 100\sqrt{6}$ ∴

22 — 27 فٹ ، 25 فٹ ∴

23 — $26\sqrt{3}$ مربع فٹ ∴

24 — $550\sqrt{5}$ مربع " ∴

25 — $\frac{1}{792}$ ، 1 میل ∴

26 — 9 فٹ ∴

27 — 7 انچ ∴

29 — (ا) $3\sqrt{105}$ ∴ (ب) $10\sqrt{7}$ ∴

30 — .5359 ∴

31 — 1.8866 مربع فٹ ∴

32 — 3.3136 مربع فٹ ∴

33 — $2 : \sqrt{2+\sqrt{2}}$ ∴

34 — $4 : \sqrt{2} + 2$ ∴

35 — $\sqrt{32} : \sqrt{27}$ ∴

36 — 3 : 2 ∴

37 — 3 : 4 ∴

38 — 3326 : 1 ∴

40 — $13\frac{5}{7}$ مربع فٹ ∴

41 — $2\pi : 3\sqrt{3}$ ∴

42 — 15.093 انچ ∴

43 — 7 گز ∴

44 — 1.818 فٹ ∴

45 — 3 : 2

46 — 716 مربع فٹ ، 25 فٹ ∴

47 — 2 ∴

48 — $46\frac{2}{5}$ انچ ، $3\frac{23}{25}$ انچ ∴

50 — راس سے ایک متوازی خط کا فاصلہ = ارتفاع مثلث کا $\frac{1}{\sqrt{3}}$ ∴

" دوسرے " " = " × $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$ ∴

51 — $7\sqrt{3} : 12$ ∴

52 — $3750000\sqrt{3}$ ∴

53 — $25\left(\sqrt{3} - \frac{4\pi}{3}\right)$ ∴

54 — 7 جریب 2 کڑی ∴

55 — $35\frac{1}{5}$ انچ ∴

56 — 160 گز ، 280 گز ∴

57 — $1\frac{403}{605}$ ∴

58 — $20\sqrt{2}$ ∴

60 — 44 فٹ ∴

61 — 75 مربع فٹ ∴

62 — $6\sqrt{2}$ مربع انچ ∴

64 — $9\sqrt{3}$ ∴

65 — ب ی = $\frac{3}{4}$ انچ ، ا ی = $2\frac{1}{4}$ انچ ∴

66 — 85.44 فٹ ، 72.11 فٹ ∴

68 — 56 ایکڑ 1 روڈ 38 مربّع پول ½ مربّع گز ٭

69 — $\frac{15}{2}\sqrt{2}$ ، 33.3 فٹ ٭

70 — 10 ایکڑ ٭ 71 — 300 مربع فٹ ٭

72 — $35\sqrt{2}$ مربّع فٹ ٭ 73 — $135\sqrt{3}$ 〃 〃 ٭

74 — $400(\sqrt{3}-1)$ مربع فٹ ٭

75 — 128 مربّع فٹ ٭ 76 — 21 فٹ ٭

77 — $84 + 14\sqrt{3}$ مربّع گز ٭

78 — 26.32 فٹ ٭ 79 — $28\frac{1}{2}$ فٹ ٭

80 — 6 انچ ٭ 81 — 16 انچ ٭

82 — ارتفاع 4 انچ ، قطر 36 انچ ، وتر نصف قوس 12 انچ ٭ 83 — 10 فٹ ، 50 فٹ ٭

84 — 16233.2 مربّع گز ٭

85 — 30 ، $6\frac{1}{2}$ ٭ 86 — 80 فٹ ٭

87 — 48 پونڈ 6 شلنگ 9 پنس ٭

88 — 1 جریب 96.2 کڑیاں تقریباً ٭

90 — 466560 مکعب انچ ٭

92 — 20 مکعب فٹ $1535\frac{5}{8}$ مکعب انچ ٭

93 — $2240\frac{5}{32}$ اونس ٭

94 — 2160 ٭

97 — نصف قطر = 35″. ، ارتفاع = 22″ ٭

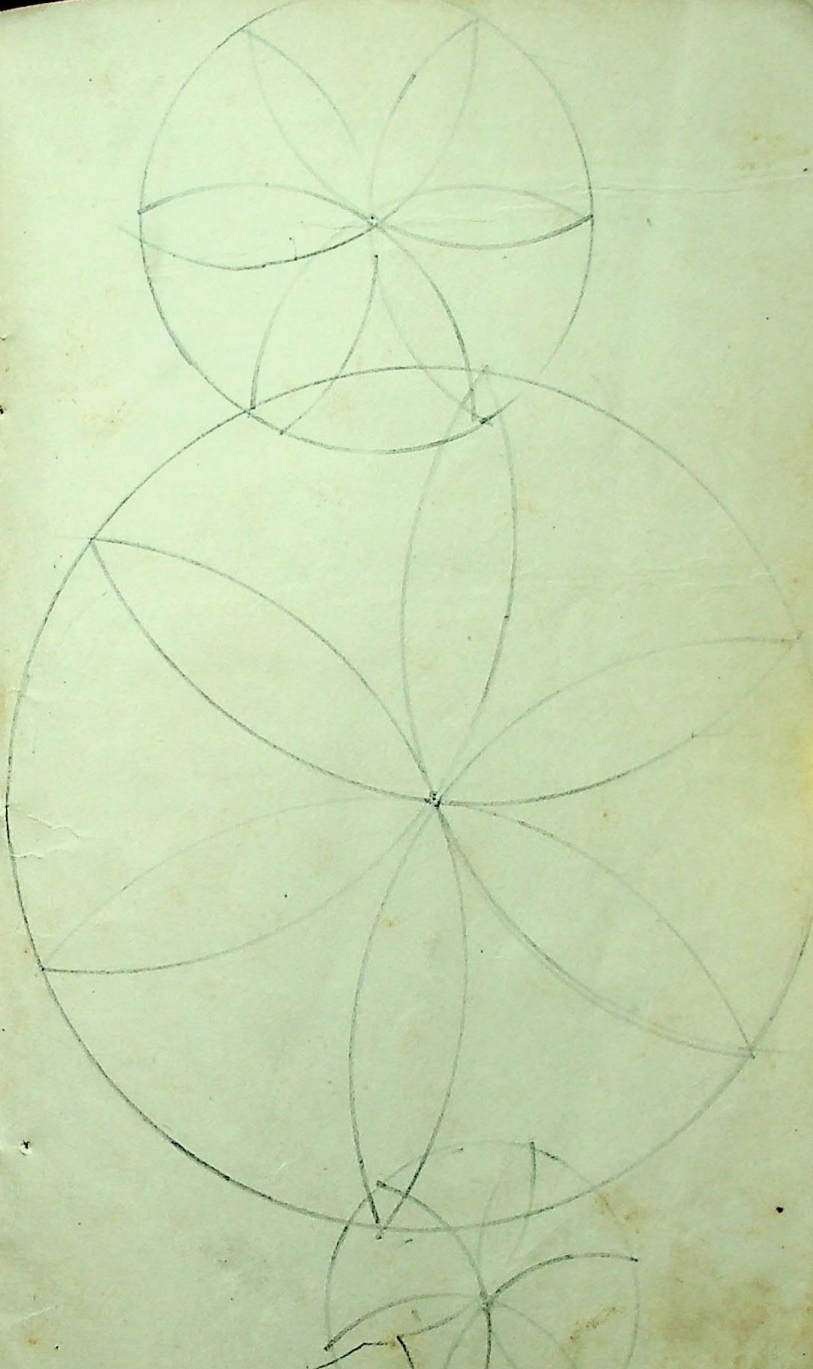
98 — 7744 ٭

99 — 3 فٹ 8 انچ ٭

100 — 5 آنے 6 پائی ٭

سنہ ۱۹۳۰ء

مفید عام پریس لاہور میں

باہتمام لالہ موتی رام مینیجر چھپا

بچوں کے لئے

اردو کی کتابوں کا نیا سلسلہ

مصنفہ

ڈاکٹر جے سائم صاحب و پروفیسر تیج رام ایم۔ اے

لکھائی عمدہ۔ کاغذ اعلیٰ۔ زبان بامحاورہ

اردو کی دوسری کتاب (دوسری جماعت کے لئے) قیمت ...
اردو کی تیسری کتاب (تیسری جماعت کے لئے) قیمت ...
اردو کی چوتھی کتاب (چوتھی جماعت کے لئے) قیمت ...
گلدستۂ ادب حصۂ اول (پانچویں جماعت کے لئے) قیمت ...

نوٹ۔ (۱) لائق انسپکٹروں اور ہیڈ ماسٹروں اور عالم فاضل اصحاب کے مشورے سے ان کتابوں میں ترمیم کی گئی ہے۔ بہت سے نئے سبق۔ جغرافیہ۔ تاریخ۔ حفظان صحت۔ نباتات۔ قدرتی مناظر۔ تر... اخلاق وغیرہ کے متعلق درج کئے گئے ہیں۔ دلچسپ کہانیاں اور لطیفے دئے گئے ہیں۔

(۲) دلچسپ اور پاکیزہ نظموں کی تعداد بڑھائی گئی

(۳) تصویریں نہایت صاف چھاپی گئی ہیں۔ رنگدار تصویریں بھی دی گئی ہیں۔

المشتہر

رائے صاحب منشی گلاب سنگھ اینڈ سنز۔ لاہور